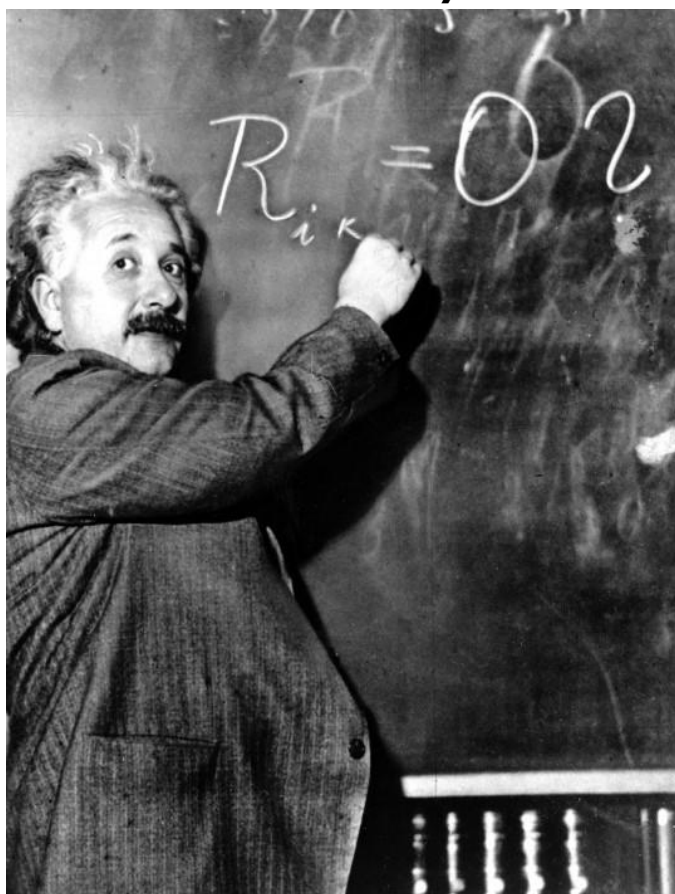


**Teoría y problemas de
FÍSICA GENERAL
Nivel Preuniversitario
Volumen 4/4**



Autor: Walter Lauro Pérez Terrel

Editorial: VESTSELLER / Brasil

Título original:

FÍSICA GENERAL para estudiantes preuniversitarios.

Autor: **Walter Lauro PÉREZ TERREL**

Licenciado en Ciencias Físicas.

Universidad Nacional Mayor de San Marcos,

Decana de América, fundada el 12 de mayo de 1551. Lima, PERÚ.

Facultad de Ciencias Físicas.

Última experiencia laboral. Colegio de Alto Rendimiento. COAR
LORETO.

Ciudad de Iquitos. Loreto Perú.

2019

Carátula: fotografía de Albert Einstein, en la pizarra.

Publicaciones:

Primera edición: 2021

Editorial **VESTSELLER** Brasil.

FISICA GENERAL

Autor: Lic. WALTER LAURO PÉREZ TERREL

- 1. Créditos. Dedicatoria. Prólogo del autor. Contenidos.**
VOLUMEN 1/4
- 2. INTRODUCCIÓN A LA FISICA.** Revisión matemática. Método Científico. Ecuaciones. Grafica y funciones. Ecuación de la recta. Ecuación de la Parábola. Notación Científica. Teoría de errores. Incertidumbre relativa y absoluta.
- 3. ANALISIS DIMENSIONAL.** Sistema internacional de unidades. Principio de homogeneidad dimensional. Fórmulas dimensionales. Fórmulas empíricas.
- 4. ANALISIS VECTORIAL.** Vector. Operaciones con vectores. Método del paralelogramo. Método del polígono. Descomposición rectangular. Descomposición poligonal. Vectores unitarios cartesianos.
- 5. ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO MECÁNICO.** Sistema de referencia. Medidas del movimiento. Vector posición. Desplazamiento. Intervalo de tiempo. Velocidad media.
- 6. MRU.** Movimiento rectilíneo uniforme. Velocidad constante. Ley de Kepler para el M.R.U.
- 7. MRUV.** Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Aceleración constante. Números de Galileo.
- 8. MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE VERTICAL. MCLV.** Aceleración de la gravedad. Números de Galileo.
- 9. GRAFICAS DEL MOVIMIENTO.** Posición versus tiempo. Velocidad versus tiempo. Aceleración versus tiempo.
- 10. MOVIMIENTO RELATIVO.** Velocidad y aceleración relativa. Principio de Relatividad según Galileo.
- 11. MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE PARABÓLICO.** Movimiento compuesto. Principio de Independencia de los movimientos según Galileo.
- 12. MCU.** Movimiento circunferencial uniforme. Velocidad angular constante.
- 13. MCUV.** Movimiento circunferencial uniformemente variado. Aceleración angular constante.
- 14. CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO.** Centro instantáneo de rotación. Velocidad angular de rotación. Velocidad de traslación.

- 15. ESTÁTICA I.** Equilibrio. Fuerza. Fuerza de gravedad. Tensión. Compresión. Fuerza elástica. Ley de Hooke. Fuerza de reacción normal. Leyes de Newton. Diagrama de cuerpo libre. Teorema de las tres fuerzas.
- 16. ESTÁTICA II.** Cuerpo rígido. Momento de una fuerza. Equilibrio de un cuerpo rígido. Centro de gravedad. Teorema de Varignon.
- 17. CENTRO DE GRAVEDAD.** Centro de masa, centro de gravedad, centroide.

VOLUMEN 2/4

- 18. DINÁMICA RECTILINEA.** Inercia. Masa. Movimiento rectilíneo y aceleración tangencial. Fuerza de inercia. Principio de D'Alambert. Método de Atwood para resolver problemas de dinámica rectilínea. Segunda ley de Newton.
- 19. DINÁMICA CIRCUNFERENCIAL.** Segunda ley de Newton para el movimiento circunferencial. Fuerza resultante centrípeta. Aceleración centrípeta.
- 20. TRABAJO.** Trabajo mecánico. Cantidad de trabajo hecho por una fuerza constante. Cantidad de trabajo hecho por la fuerza gravitatoria. Cantidad de trabajo neto.
- 21. POTENCIA.** Potencia mecánica. Potencia en función de la velocidad. Eficiencia o rendimiento.
- 22. ENERGÍA.** Formas de energía. Energía cinética. Energía potencial gravitatoria y elástica. Energía mecánica. Principio de conservación de la energía mecánica. Teorema de la energía cinética. Teorema del trabajo y la energía mecánica.
- 23. CANTIDAD DE MOVIMIENTO.** Cantidad de movimiento. Impulso. Teorema del impulso y la cantidad de movimiento. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.
- 24. CHOQUES.** Colisiones. Coeficiente de restitución. Tipos de colisiones. Leyes de reflexión en las colisiones. Velocidad de rebote.
- 25. DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO.** Momento de inercia. Energía cinética de rotación. Aceleración angular.
- 26. GRAVITACIÓN.** Ley de gravitación universal. Variación de la intensidad del campo gravitatorio con la altura. Energía potencial de interacción gravitatoria. Movimiento planetario. Leyes de Kepler.
- 27. OSCILACIONES.** Movimiento armónico simple. Elementos del M.A.S. Energía mecánica. Acoplamiento de resortes. Péndulo simple. Periodo y frecuencia.
- 28. PENDULO SIMPLE.** Variación del periodo con respecto a la longitud de la cuerda.

29. ONDA MECÁNICA. Elementos de una onda. Velocidad de una onda. Velocidad de una onda en una cuerda tensa.

30. ACUSTICA. Ondas Senoidales. Sonido. Intensidad del sonido. Nivel de intensidad del sonido.

VOLUMEN 3/4

31. EFECTO DOPPLER. Cambio de la frecuencia. Cambio de la longitud de onda.

32. HIDROSTÁTICA. Fluido. Densidad. Fuerza de gravedad y peso. Presión. Presión hidrostática. Principio fundamental de la hidrostática. Vasos comunicantes. Principio de Pascal. Prensa hidráulica. Presión atmosférica. Principio de Arquímedes. Empuje.

33. HIDRODINAMICA. Caudal. Ecuación de la continuidad. Teorema de Bernoulli.

34. TEMPERATURA. Temperatura relativa y absoluta. Escalas termométricas.

35. DILATACIÓN. Dilatación lineal. Dilatación superficial. Dilatación volumétrica. Cambio de la densidad con la temperatura. Coeficiente de dilatación.

36. CAMBIO DE TEMPERATURA. Calor. Capacidad calorífica. Calor específico. Cantidad de calor sensible. Calorímetro de mezclas. Equivalente mecánico del calor.

37. CAMBIO DE FASE. Cambio de fase. Calor latente. Cantidad de calor latente.

38. TRANSFERENCIA DE CALOR. Flujo calorífico.

39. GASES. Gas ideal. Temperatura. Presión del gas. Ecuación de estado de un gas ideal. Ecuación de procesos.

40. PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA. Energía interna del gas ideal. Primera ley de la termodinámica.

41. SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA. Máquina térmica. Ciclo de Carnot.

VOLUMEN 3/4

42. LEY DE COULOMB. Cuerpos electrizados. Carga eléctrica. Ley de Coulomb.

43. CAMPO ELÉCTRICO. Intensidad del campo eléctrico. Potencial eléctrico. Diferencia de potencial.

44. ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA.

- 45. POTENCIAL ELECTRICO.** Diferencia de potencial en campo eléctrico homogéneo.
- 46. ENERGIA DE POTENCIAL DE INTERACCION ELECTRICA.**
- 47. EQUILIBRIO ELECTROSTATICO.**
- 48. CAPACIDAD ELÉCTRICA.** Condensador plano. Energía acumulada en el condensador.
- 49. ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES.** Conexión serie y paralelo. Teorema de la trayectoria para condensadores.

VOLUMEN 4/4

- 50. CORRIENTE ELÉCTRICA.** Intensidad de corriente eléctrica. Resistencia eléctrica. Ley de Poulliet. Resistividad eléctrica. Ley de Ohm.
- 51. ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS.** Conexión serie y paralelo.
- 52. POTENCIA ELECTRICA.** Fuerza electromotriz. Potencia eléctrica de una fuente eléctrica. Ley de Joule-Lenz.
- 53. CIRCUITOS ELECTRICOS.** Teorema de la trayectoria. Circuitos eléctricos. Leyes de Kirchhoff.
- 54. MAGNETISMO.** Magnetismo terrestre. Imán natural. Polos magnéticos. Intensidad del campo magnético. Campo magnético uniforme y homogéneo. Cúpla. Flujo magnético.
- 55. ELECTROMAGNETISMO I.** Efecto Oersted. Campo magnético. Intensidad del campo magnético. Ley Biot-Savart. Campo magnético generado por corrientes rectilíneas y curvilíneas.
- 56. ELECTROMAGNETISMO II.** Acción de un campo magnético sobre una corriente eléctrica. Ley de Ampere. Acción y reacción entre dos corrientes paralelas. Movimiento de las partículas cargadas dentro de los campos eléctricos y magnéticos. Fuerza de Lorentz. Campo magnético creado por un solenoide.
- 57. ELECTROMAGNETISMO III.** Inducción electromagnética. Ley de Faraday. Corriente inducida. Ley de Lenz. Corriente eléctrica alterna. Transformadores.

VOLUMEN 4/4

- 58. ÓPTICA.** Espectro electromagnético. Luz. Rapidez de la luz en el vacío. Óptica geométrica. Índice de refracción. Leyes de reflexión y refracción de la luz. Ley de Snell. Fotometría.
- 59. ESPEJOS PLANOS.** Formación de imágenes en espejos planos.

- 60. ESPEJOS ESFÉRICOS.** Ecuación de los focos conjugados. Aumento. Formación de imágenes.
- 61. REFRACCION DE LA LUZ.** Aplicación de la ley de Snell.
- 62. LENTES DELGADAS.** Lentes convergentes y divergentes. Ecuación de los focos conjugados. Aumento. Ecuación de los fabricantes de lentes. Formación de imágenes.
- 63. PRINCIPIO DE FERMAT.** El camino mas rápido.
- 64. CUERPO NEGRO.** Radiación del cuerpo negro.
- 65. TEORIA CUANTICA DE PLANCK.** Fotones. Ley de Stefan-Boltzmann
- 66. EFECTO FOTOELÉCTRICO.** Energía de las Ondas electromagnéticas. Fotoelectrones. Función trabajo.
- 67. RAYOS X.** Diferencia de potencia. Aceleración del electrón.
- 68. EFECTO COMPTON.** Longitud de onda de Compton.
- 69. OPTICA FISICA.** Interferencia, difracción, polarización.
- 70. TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD.** Aumento de la masa. Dilatación del tiempo. Contracción de la longitud. Relación entre la masa y la energía. Momentum lineal o cantidad de movimiento relativista. Energía cinética relativista.
- 71. BIBLIOGRAFÍA.**

DEDICATORIA

A, Laura Pérez Plaza.
A, Mónica Pérez Contreras.
A, Diego Pérez Contreras.
A, Alvarito.

PRÓLOGO DEL AUTOR

El presente libro está destinado a los alumnos y alumnas de educación secundaria, estudiantes preuniversitarios, a los jóvenes de institutos y de bachillerato internacional.

A fin de facilitar el manejo del compendio y facilitar su asimilación del material, al comienzo de cada capítulo figuran varios ejemplos de problemas típicos y se da solución detallada de los mismos. Esos ejemplos han sido elegidos de manera tal que el alumno al trabajar por su propia cuenta pueda superar todas las dificultades que le surjan en el proceso de la resolución de problemas sin recurrir a fuentes complementarias.

La cantidad de ejemplos y problemas, así como el grado de complejidad se han seleccionado con el objetivo de lograr una sólida asimilación del material. Los problemas cuantitativos se han elegido de tal manera que los alumnos puedan aclarar la esencia de las leyes físicas, precisar el ámbito de su aplicación, comprender y explicar el sentido de los fenómenos que tienen lugar en la naturaleza.

En cada capítulo se tratado en lo posible deducir fórmulas para calcular las cantidades físicas y en otras por inducción se han deducido teoremas y reglas prácticas. Todos los problemas propuestos han pasado un control de calidad y verificado su respuesta en los diferentes ciclos por diferentes estudiantes en los centros preuniversitarios.

El presente texto es fruto de muchos años del trabajo en el aula del autor en los diferentes colegios, centros preuniversitarios y universidades.

Agradezco por la preferencia que han tenido, a los estudiantes y profesores peruanos, que desde la primera edición en 1990 han utilizado el texto titulado “*Física, teoría y problemas*”. Espero que este nuevo libro titulado “*Física General*” tenga la misma aceptación.

Lic. Mag. WALTER LAURO PÉREZ TERREL.

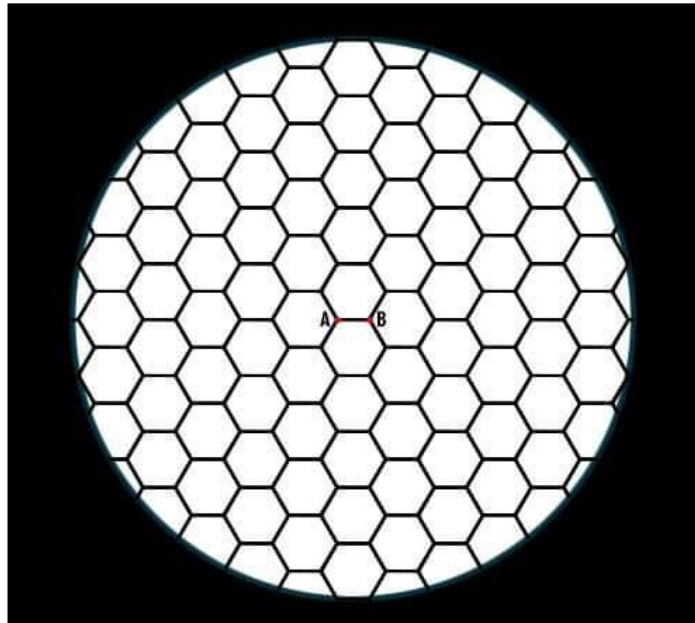
LA RESISTENCIA



PROBLEMA RETO



Se tienen infinitos conductores, todos del mismo material, misma longitud y misma sección transversal. Con estos conductores se construye una grilla plana infinita mostrada en la figura. Si la resistencia equivalente de esta grilla, respecto de los terminales A y B es R , ¿cuál sería la resistencia equivalente si se retira el conductor que une los puntos A y B?

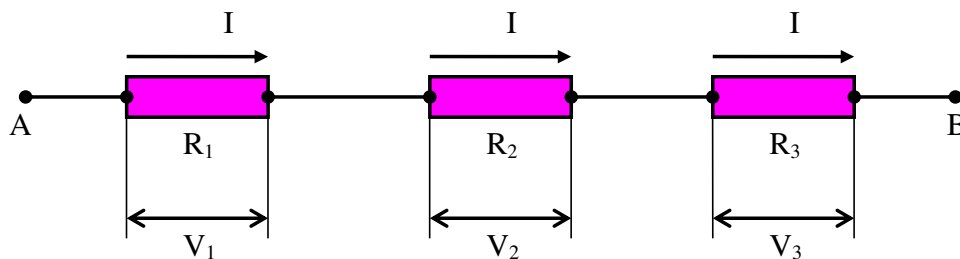


1. RESISTENCIA EQUIVALENTE

Es aquella única resistencia capaz de reemplazar a un conjunto de resistencias limitada por dos puntos, disipando la misma cantidad de energía que el conjunto reemplazado.

2. ASOCIACION DE RESISTENCIAS EN SERIE

Por todas las resistencias circula la misma intensidad de corriente independientemente del valor de cada resistencia



$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

Cálculo de la caída de potencial en cada resistor, de la ley de Ohm tenemos:

$$V_1 = I.R_1 \quad V_1 = I.R_2 \quad V_3 = I.R_3 \quad V_{AB} = I.R_{eq} \quad \dots (1)$$

Del principio de conservación de la energía se cumple que:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 \quad \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

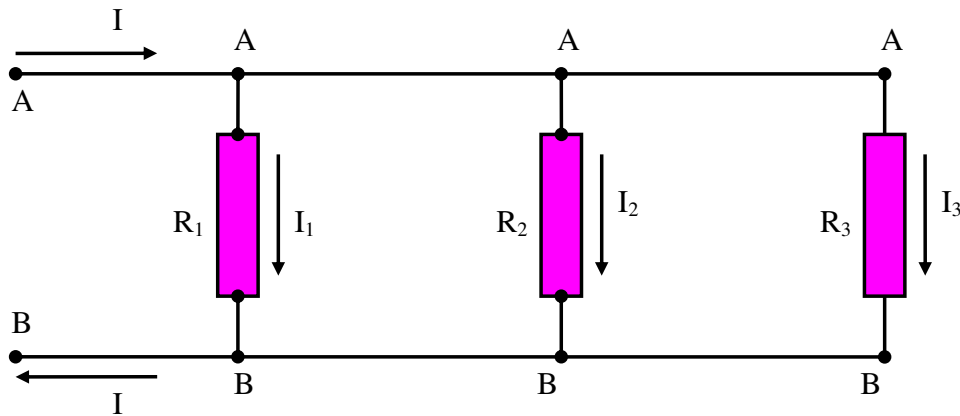
$$I.R_{eq} = I.R_1 + I.R_2 + I.R_3$$

La resistencia equivalente se determina de la siguiente manera:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

3. ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN PARALELO

Todas las resistencias están sometidas a la misma diferencia de potencial, es decir tienen los mismos extremos.



La intensidad de corriente que llega a un nudo se reparte inversamente proporcional al valor de cada resistencia:

$$V_{AB} = I_1.R_1 = I_2.R_2 = I_3.R_3$$

Despejando la intensidad de corriente tenemos:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \quad I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \quad I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} \quad I = \frac{V_{AB}}{R_{eq}} \quad \dots (1)$$

Del principio de conservación de las cargas eléctricas se cumple que:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2) tenemos que

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

4. CASO PARTICULAR:

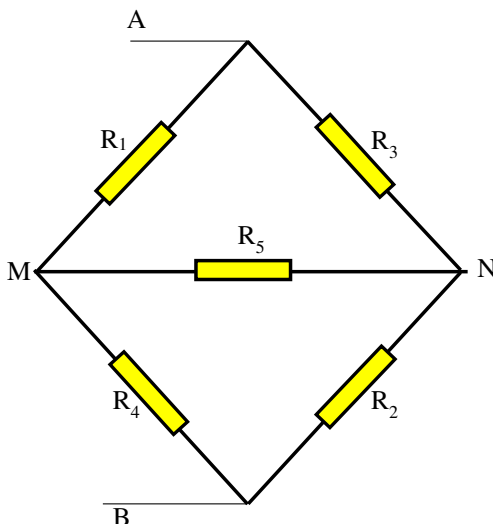
Analicemos la asociación de dos resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

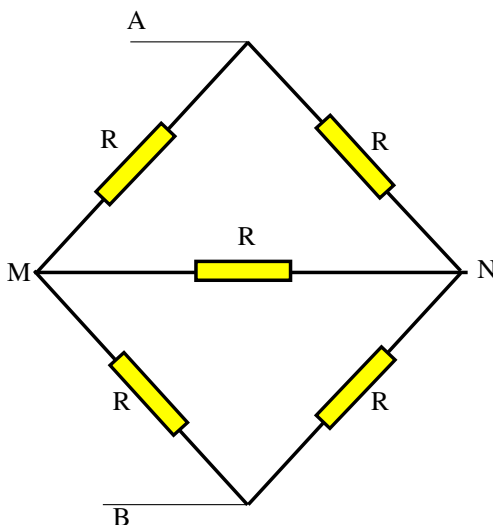
La resistencia equivalente es igual al cociente del producto de resistencias entre la suma de las mismas:

$$R_{EQ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

5. PUENTE DE WHEATSTONE. En una configuración de cinco resistores, si el producto de resistores de los opuestos es igual $R_1 \cdot R_2 = R_3 \cdot R_4$ entonces los puntos M y N tienen el mismo potencial eléctrico, entonces el quinto resistor no funciona, debido a la ley de Ohm, no pasa corriente en el tramo MN. Ahora podemos retirar al quinto resistor y el sistema resistivo no se altera.



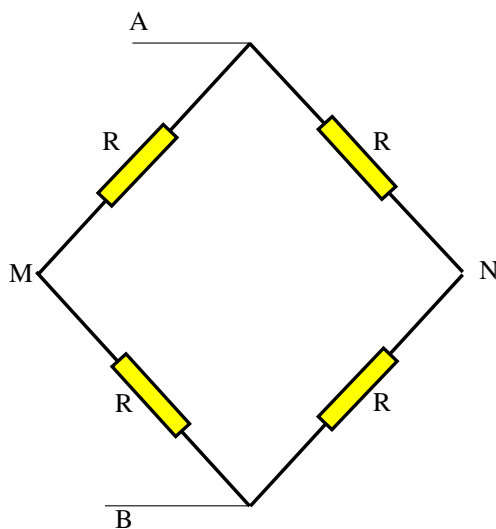
EJEMPLO. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen la misma resistencia “R”. Determinar el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cumple con la condición del *efecto puente*. A través del tramo MN no pasa corriente eléctrica. Retiramos el resistor que se encuentra en el tramo MN y el sistema resistivo no se altera.

SEGUNDO PASO. Reduciendo el sistema resistivo.



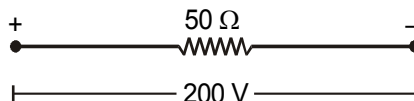
$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{EQ} = R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es “R”.

6. CONTINUARÁ.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01. Se muestra un resistor cuya resistencia eléctrica es 5000Ω sometido a una diferencia de potencial de 200 volts entre los extremos. Determine la intensidad de corriente que atraviesa al resistor.



- A) 2,4 A B) 2,0 A C) 0,24 A D) 12 A E) 1,2 A

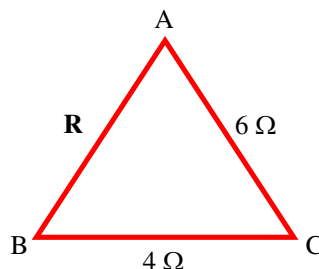
RESOLUCIÓN

Según la ley de Ohm, la intensidad de corriente eléctrica es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre los extremos e inversamente proporcional al valor de la resistencia eléctrica.

$$i = \frac{V_A - V_B}{R} = \frac{200 \text{ V}}{5000\Omega} = 0,04 \text{ A}$$

Respuesta: la intensidad de corriente eléctrica es 0,04 ampere.

EJEMPLO 02: Se muestra tres alambres de diferentes resistencias eléctricas. La resistencia equivalente entre A y B es 5 ohms. Calcular la resistencia equivalente entre A y C.



- A) 4,2 Ω B) 4,8 Ω C) 5,5 Ω D) 4,5 Ω E) 5,0 Ω

RESOLUCIÓN

[I] Los resistores AC y CB están conectados en serie respecto de los puntos A y B, su resistencia equivalente es $6\Omega + 4\Omega = 10\Omega$. La resistencia equivalente de los resistores 10Ω y R conectados en paralelo es 5Ω .

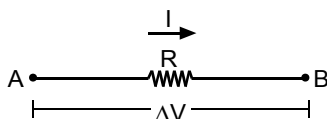
$$\frac{1}{5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{R} \text{ Resolviendo tenemos que, } R = 10\Omega$$

[II] Respecto de los extremos A y C, los resistores AB y BC están conectados en serie, su resistencia equivalente es $10\Omega + 4\Omega = 14\Omega$. La resistencia equivalente de los resistores 14Ω y 6Ω conectados en paralelo es,

$$R_{equ} = \frac{(14\Omega)(6\Omega)}{14\Omega + 6\Omega} = 4,2\Omega$$

Respuesta: la resistencia equivalente entre A y C es 4,2 ohms.

EJEMPLO 03. Se muestra un resistor cuya resistencia eléctrica es 500Ω sometido a una diferencia de potencial de 120 volts entre los extremos A y B. Determine la intensidad de corriente que atraviesa al resistor.



A) 2,4 A

B) 24 A

C) 0,24 A

D) 12 A

E) 1,2 A

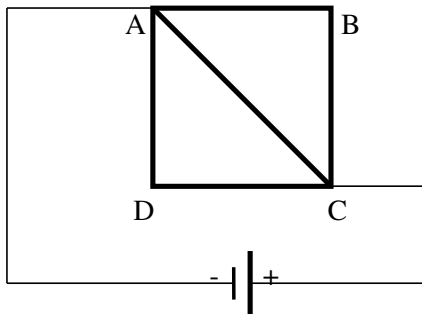
RESOLUCIÓN

Según la ley de Ohm, la intensidad de corriente eléctrica es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre los extremos e inversamente proporcional al valor de la resistencia eléctrica.

$$i = \frac{V_A - V_B}{R} = \frac{120 \text{ V}}{500 \Omega} = 0,24 \text{ A}$$

Respuesta: la intensidad de corriente eléctrica es 0,24 ampere.

EJEMPLO 04. En la figura, los lados de cuadrado ABCD y la diagonal AC han sido contruidos con el mismo tipo de alambre conductor. Si la corriente que pasa por la diagonal es de 6 amperes, determinar la intensidad de corriente eléctrica por cada uno de los lados del cuadrado (en A).

**RESOLUCIÓN**

PRIMER PASO. Si cada lado del cuadrado tiene resistencia “R”, entonces la diagonal tiene resistencia $R\sqrt{2}$. Según la *ley de Poulliet*, el valor de la resistencia es directamente proporcional a la longitud del resistor.

SEGUNDO PASO. Reduciendo tenemos tres resistores en paralelo de valor, $2R$, $R\sqrt{2}$ y $2R$. Aplicamos la ley de Ohm.

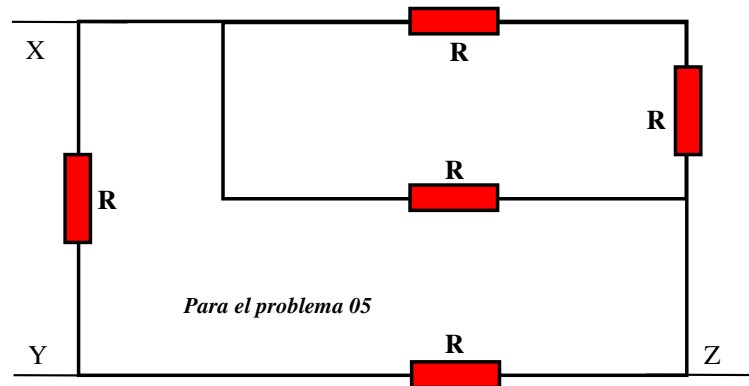
$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R\sqrt{2}} = 6 \text{ A} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{R} = 6\sqrt{2} \text{ A} \dots (1)$$

TERCER PASO. Cálculo de la corriente que atraviesa un lado del cuadrado:

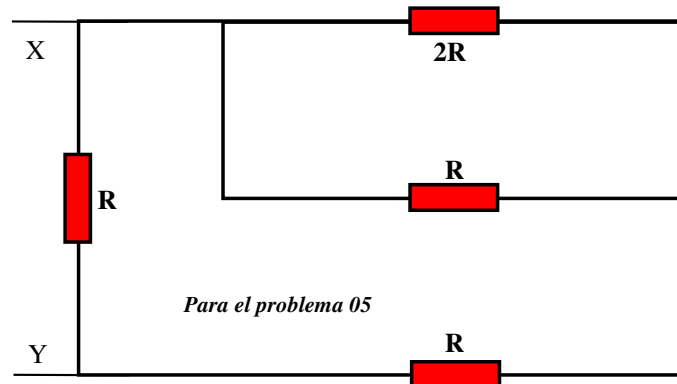
$$i_2 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \right) \Rightarrow i_2 = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

Respuesta. La intensidad de corriente a través de los lados del cuadrado es menor a 6 A.

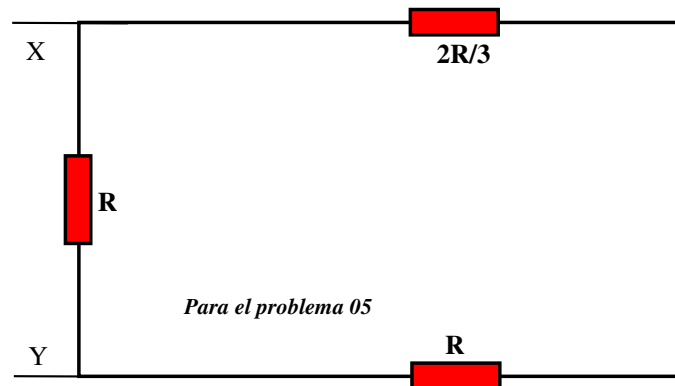
EJEMPLO 05. En el circuito mostrado, los 5 resistores son idénticos, cada uno vale R. Determine la razón R_{xy}/R_{xz}

**RESOLUCIÓN**

PRIMER de CASO. Cálculo resistencia equivalente respecto de los extremos X e Y.



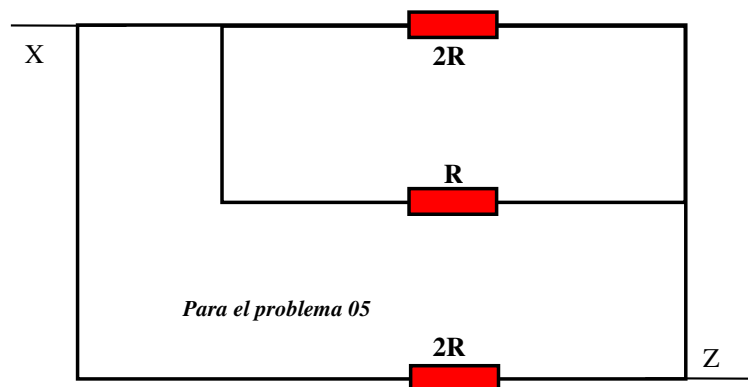
Reduciendo el sistema de resistores:



Reduciendo tenemos dos resistores en paralelo: R y $\frac{5R}{3}$. La resistencia equivalente entre los

extremos X e Y es:
$$R_{xy} = \frac{R \cdot \left(\frac{5R}{3}\right)}{R + \left(\frac{5R}{3}\right)} = \frac{5R}{8}$$

SEGUNDO CASO. Cálculo de resistencia equivalente respecto de los extremos X e Z.



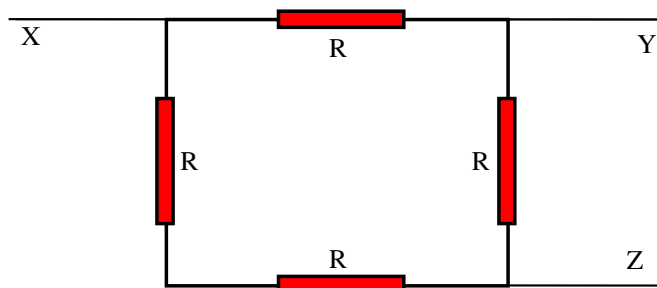
Reduciendo tenemos tres resistores en paralelo.

$$\frac{1}{R_{xz}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{2R} \Rightarrow R_{xz} = \frac{R}{2}$$

Respuesta:

$$\frac{R_{xy}}{R_{xz}} = \frac{\frac{5R}{8}}{\frac{R}{2}} = \frac{10}{8} = 1,25$$

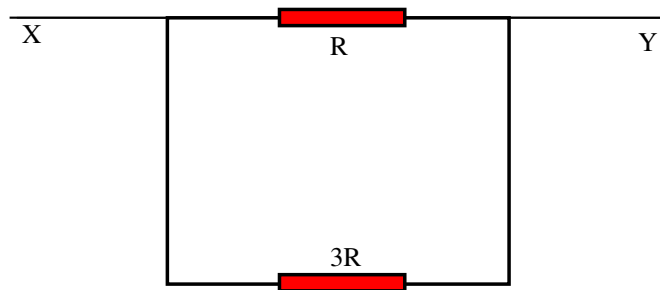
EJEMPLO 06. Se muestra un arreglo de resistores todos iguales. Determinar la relación: $\frac{R_{xy}}{R_{xz}}$



Para el problema 06

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO. Cálculo de la resistencia equivalente respecto de los puntos X e Y.

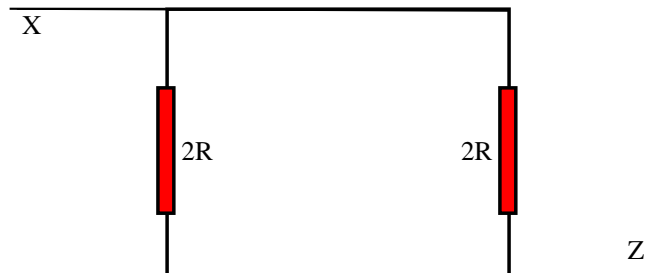


Para el problema 06

Reduciendo tenemos dos resistores en paralelo.

$$R_{XY} = \frac{R \cdot (3R)}{R + 3R} = \frac{3R}{4}$$

SEGUNDO CASO. Cálculo de la resistencia equivalente respecto de los puntos X e Z.



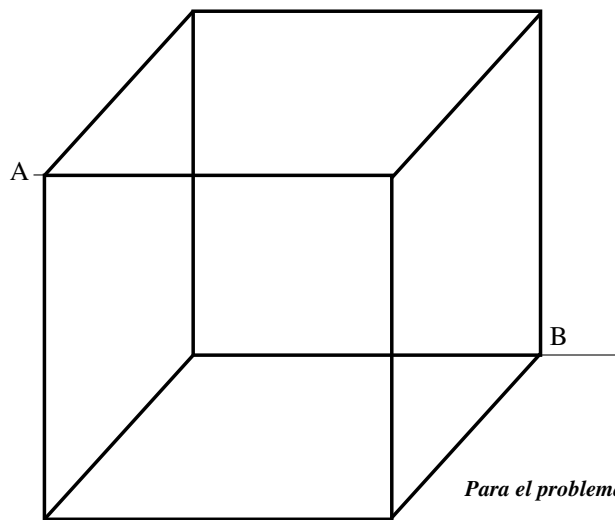
Para el problema 06

Reduciendo tenemos dos resistores iguales en paralelo:

$$\frac{1}{R_{XZ}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{2R} \Rightarrow R_{XZ} = R$$

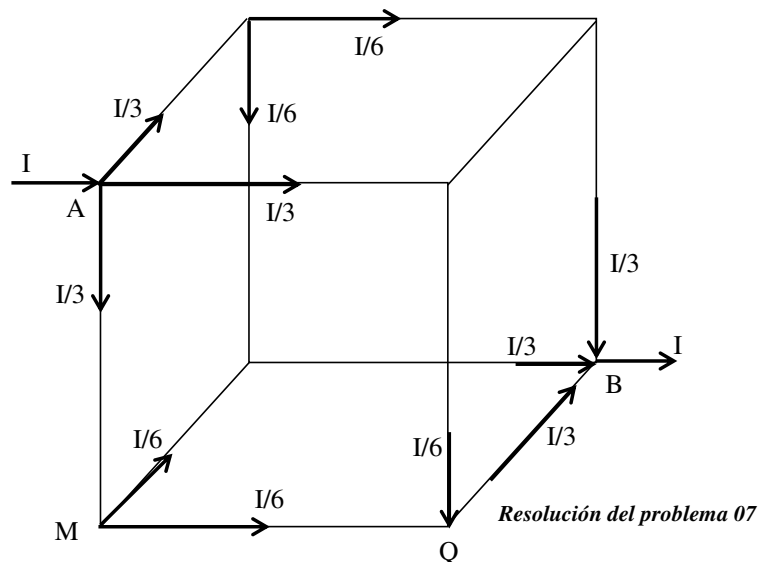
Respuesta: $\frac{R_{XY}}{R_{XZ}} = \frac{\frac{3R}{4}}{\frac{R}{1}} = \frac{3}{4}$

EJEMPLO 07. Se muestra un cubo donde las doce aristas son resistores idénticos. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.

**RESOLUCIÓN**

PRIMER PASO. Suponemos que la corriente que ingresa por A es “I” y es la misma corriente que sale por el punto “B”. Principio de conservación de las cargas eléctricas. También sabemos que existe simetría entre los nudos opuestos.

SEGUNDO PASO. Veamos la distribución de la corriente en los nudos, donde se cumple la ley de Ohm.

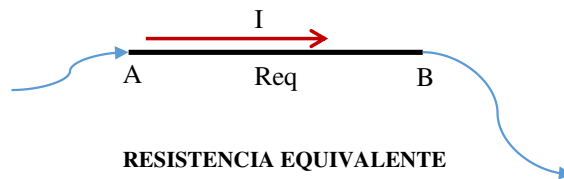


TERCER PASO. Aplicamos el teorema del Trayectoria: $A \rightarrow M \rightarrow Q \rightarrow B$

$$V_{AB} = V_{AM} + V_{MQ} + V_{QB}$$

$$V_{AB} = \left(\frac{I}{3}\right) \cdot R + \left(\frac{I}{6}\right) \cdot R + \left(\frac{I}{3}\right) \cdot R = \left(\frac{5}{6}I\right) \cdot R = I \cdot \left(\frac{5R}{6}\right) \dots (1)$$

Aplicamos la ley de Ohm al sistema equivalente.

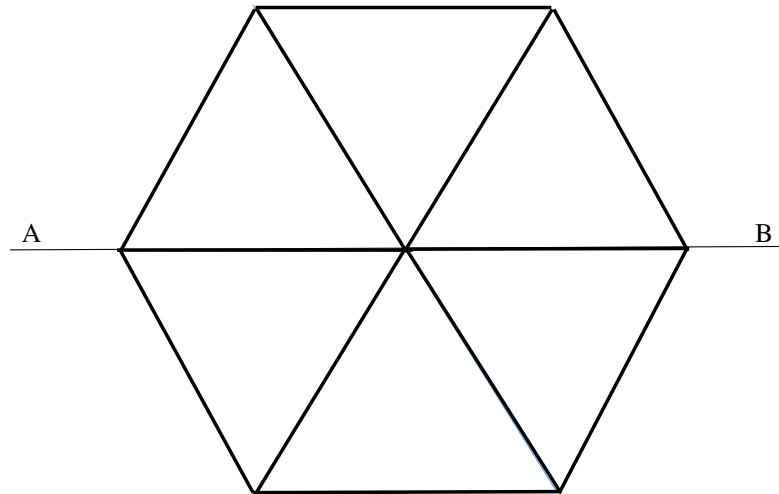


$$V_{AB} = I \cdot R_{EQ} \quad \dots (2)$$

Comparando las ecuaciones (1) y (2):

Respuesta: la resistencia equivalente es: $R_{EQ} = \frac{5R}{6}$

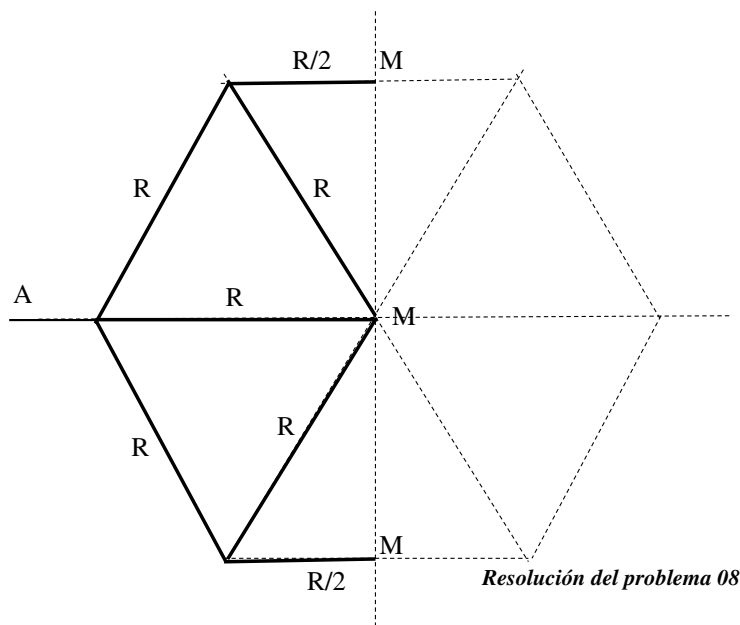
EJEMPLO 08. Se muestra un hexágono regular donde cada segmento son resistores idénticos. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

SEGUNDO PASO. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo. La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.

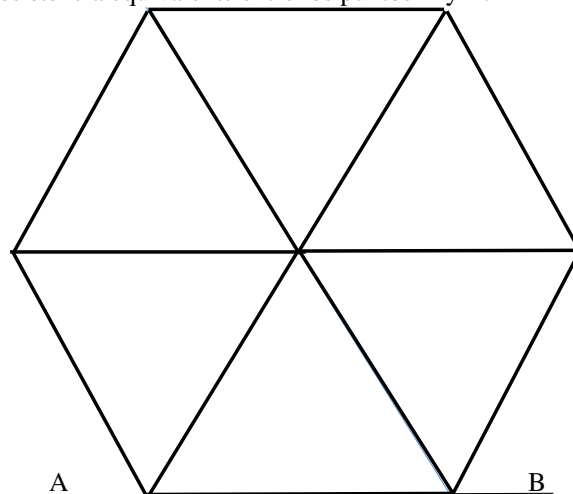


Reduciendo tenemos tres resistores en paralelo: $\frac{4R}{3}$, R y $\frac{4R}{3}$

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{\frac{4R}{3}} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{4R}{3}} = \frac{5}{2R} \Rightarrow R_{EQ} = \frac{2R}{5}$$

.Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $R_{EQ} = \left(\frac{4}{5}\right) \cdot R$

EJEMPLO 09. Se muestra un hexágono regular donde cada segmento son resistores idénticos. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.

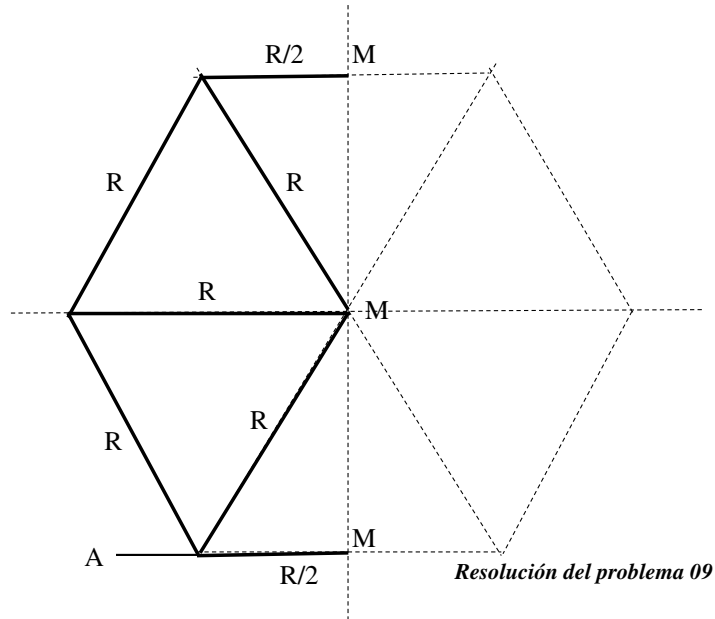


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o

plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

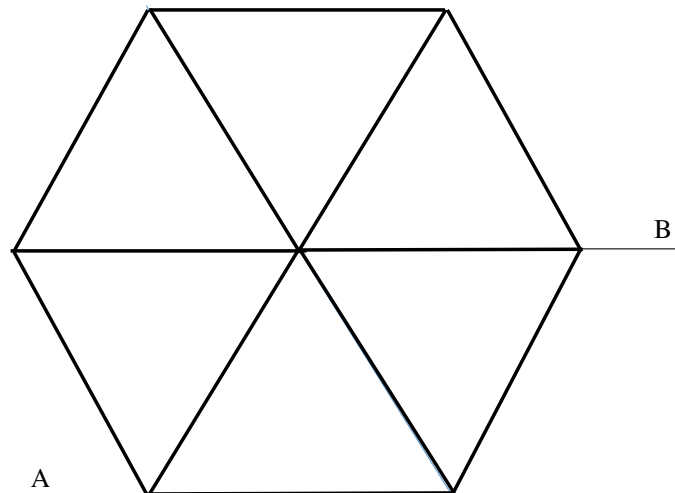
SEGUNDO PASO. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo. La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.



Reduciendo tenemos entre los puntos A y M: $R_{EQ} = \frac{11.R}{40}$

Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $R_{EQ} = \left(\frac{11}{20}\right).R$

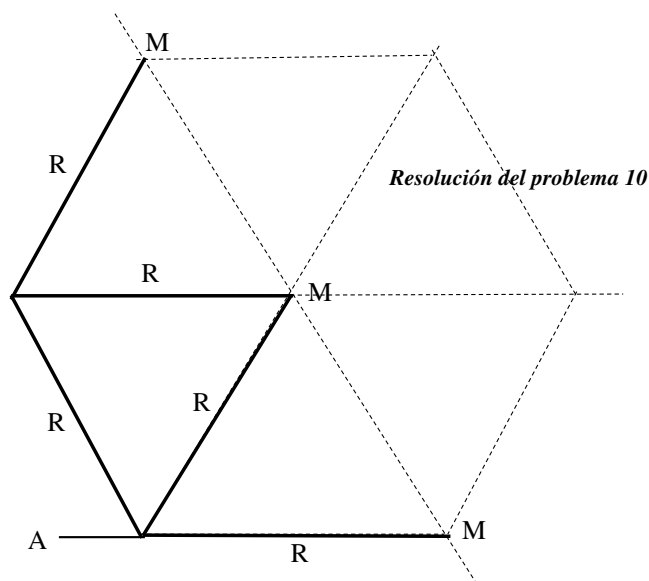
EJEMPLO 10. Se muestra un hexágono regular donde cada segmento son resistores idénticos. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

SEGUNDO PASO. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo. La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.

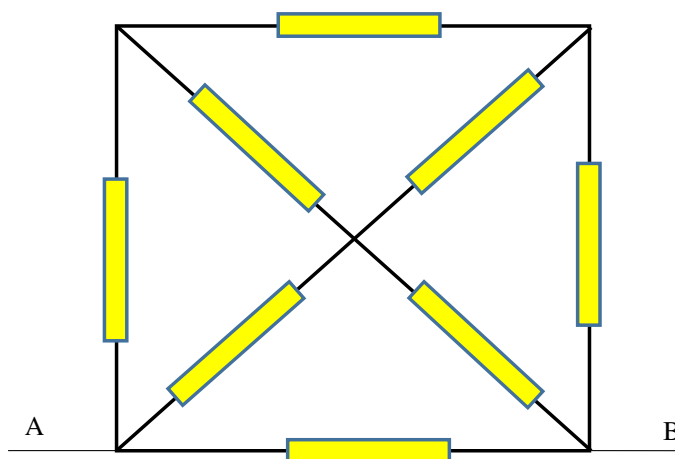


Los dos resistores sobre la línea de simetría no funcionan, por la ley de Ohm sabemos que la diferencia de potencial es nula entre los extremos de cada resistor.

Reduciendo tenemos entre los puntos A y M : $R_{EQ} = \left(\frac{3}{8}\right) \cdot R$

Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $R_{EQ} = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot R$

EJEMPLO 11. Se muestra un sistema resistivo, donde todos los elementos resistivos tienen igual resistencia “ R ”. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B .

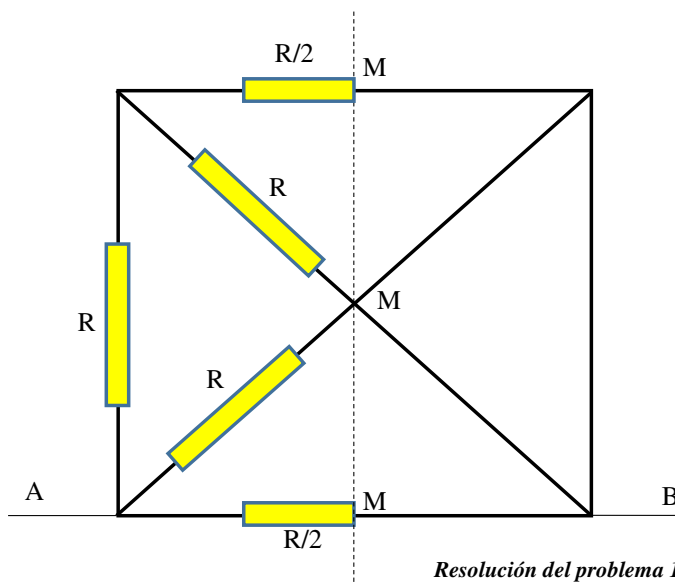


Para el problema 11

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

SEGUNDO PASO. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo. La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.

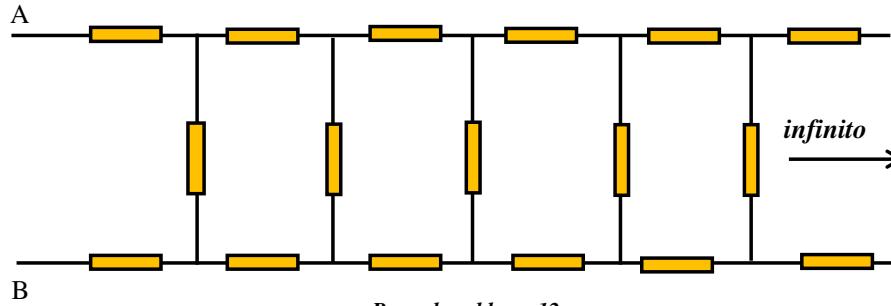


Resolución del problema 11

Reduciendo tenemos entre los puntos A y M: $R_{EQ} = \left(\frac{4}{15}\right) \cdot R$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{EQ} = \left(\frac{8}{15}\right) \cdot R$

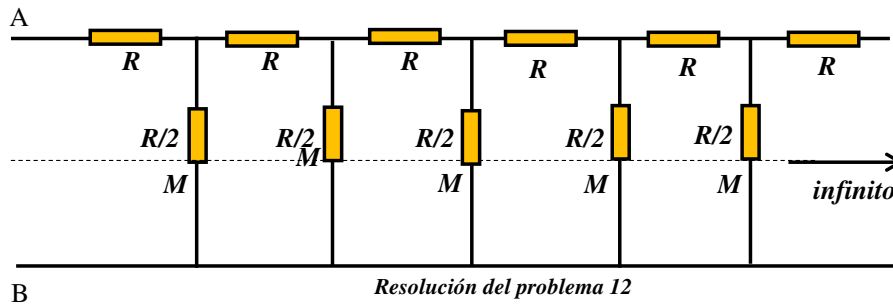
EJEMPLO 12. Se muestra un sistema resistivo, donde todos los elementos resistivos tienen igual resistencia “ R ”. La configuración se extiende hasta el infinito. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



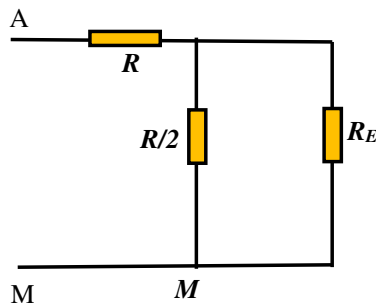
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

SEGUNDO PASO. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo. La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.



TERCER PASO. Utilizamos el siguiente artificio. Si un número infinito de elementos resistivos quitamos uno o dos de ellos, la infinidad no varía si le quitamos dos resistores.



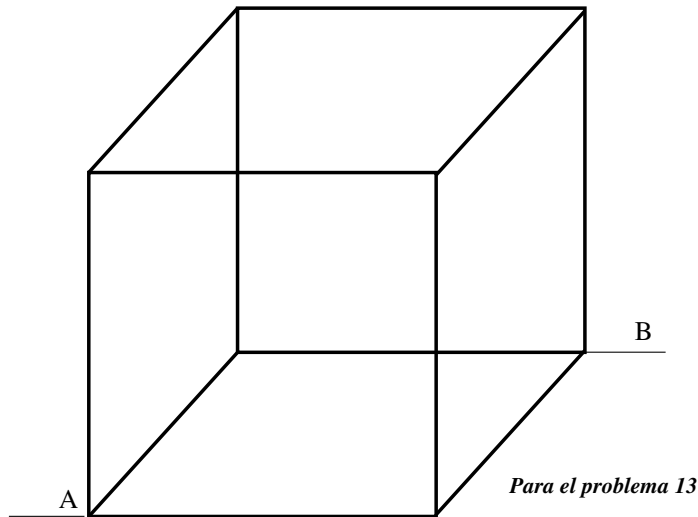
La resistencia equivalente entre los puntos A y M es: $R_{AM} = R_E = R + \frac{R_E \bullet \frac{R}{2}}{R_E + \frac{R}{2}}$

$$R_E = R + \frac{R_E \bullet R}{2.R_E + R} \Rightarrow R_E = \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right) . R$$

CUARTO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es el doble.

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{EQ} = (1 + \sqrt{3}) . R$

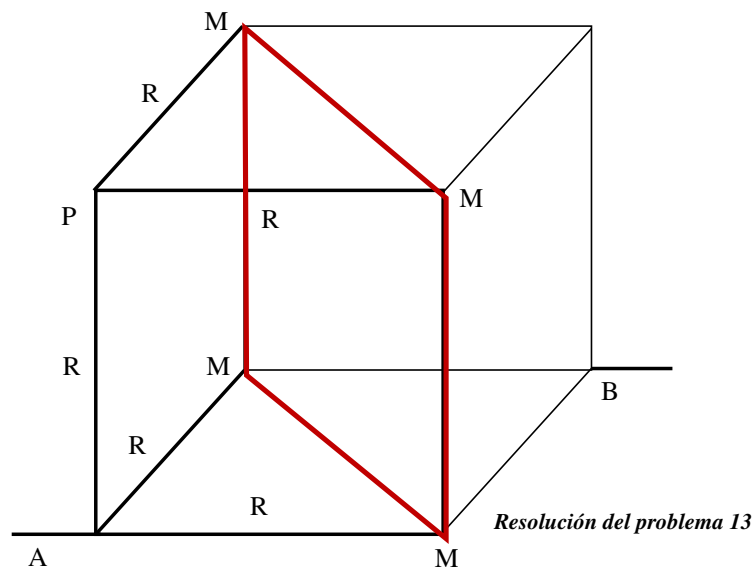
EJEMPLO 13. Se muestra un cubo donde las doce aristas son resistores idénticos. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

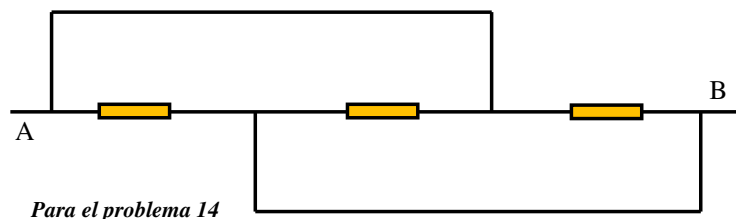
SEGUNDO PASO. Los resistores que se encuentran sobre el plano de simetría, no funcionan, debido a la ley de Ohm, la diferencia de potencial entre sus extremos es nula. Lo retiramos y no se altera el sistema resistivo. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo. La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.



TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y M es: $R_{AM} = \left(\frac{3}{8}\right) \cdot R$

Respuesta: la resistencia equivalente entre A y B es: $R_{EQ} = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot R$

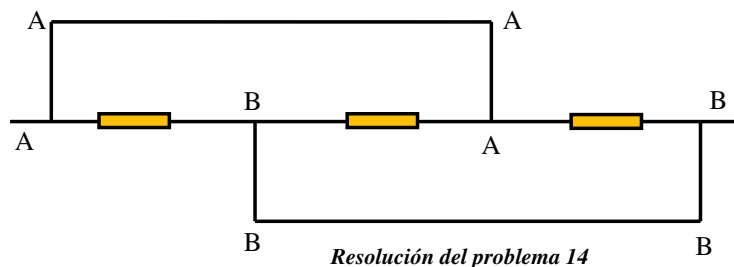
EJEMPLO 14. Se muestra tres resistores iguales, de resistencia “R” iguales. Determine el valor de la resistencia entre los puntos A y B



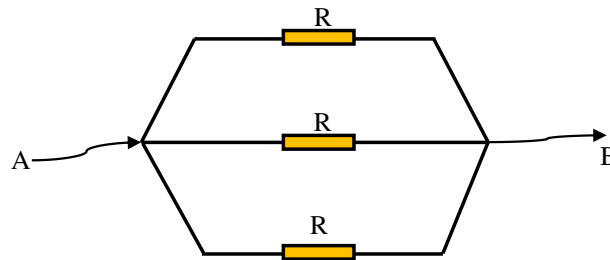
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si por un hilo conductor no existe ninguna resistencia, todos estos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, se denomina línea equipotencial.

SEGUNDO PASO. Ubicamos y señalamos los puntos equipotenciales.

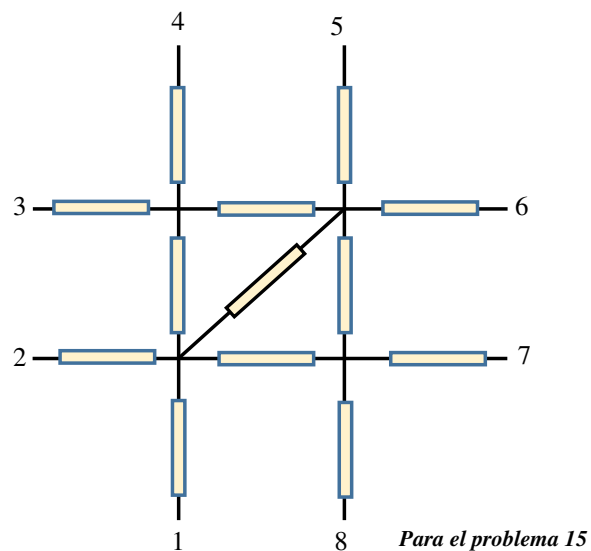


TERCER PASO. Uniendo los puntos de igual potencial, deducimos que los tres resistores están conectados en paralelo.



Respuesta: la resistencia equivalente entre A y B es: $R_{AB} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot R$

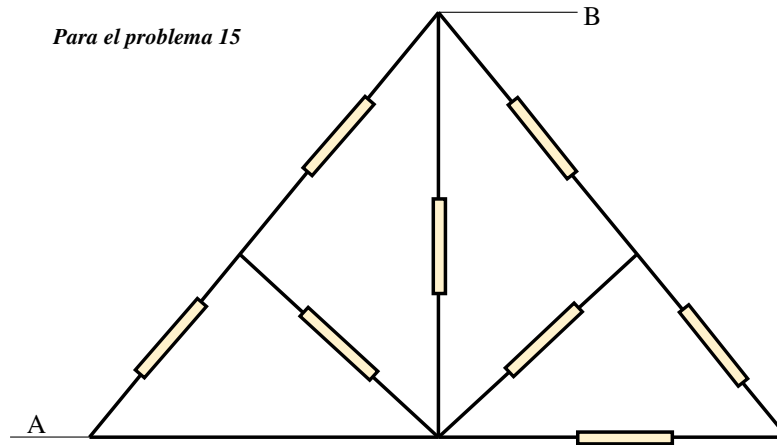
EJEMPLO 15. Se tiene un sistema resistivo, donde todos los resistores tiene igual resistencia “R”. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos (1) y (5).



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El flujo de electros tiene que fluir a través del resistor, para que funcione, aplicando la ley de Ohm. Eliminamos los resistores que no funcionan visto de los puntos extremos (1) y (5).

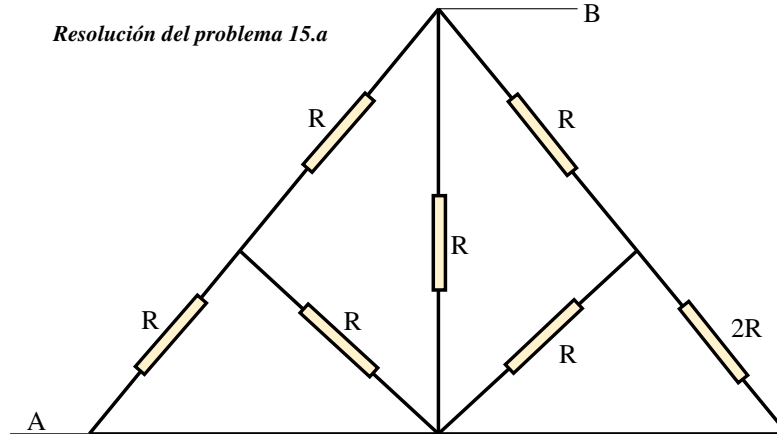
Para el problema 15



RESOLUCIÓN

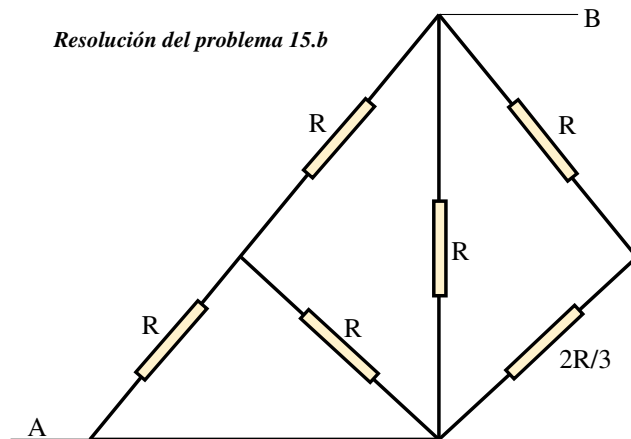
PRIMER PASO. Reduciendo el sistema resistivo respecto de los puntos A y B.

Resolución del problema 15.a



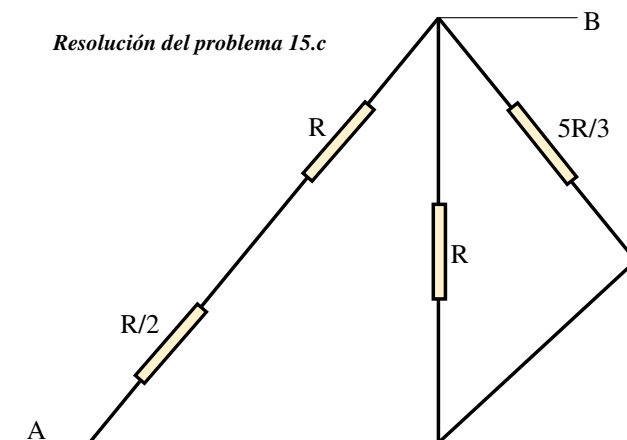
SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo.

Resolución del problema 15.b



TERCER PASO. Seguimos reduciendo.

Resolución del problema 15.c



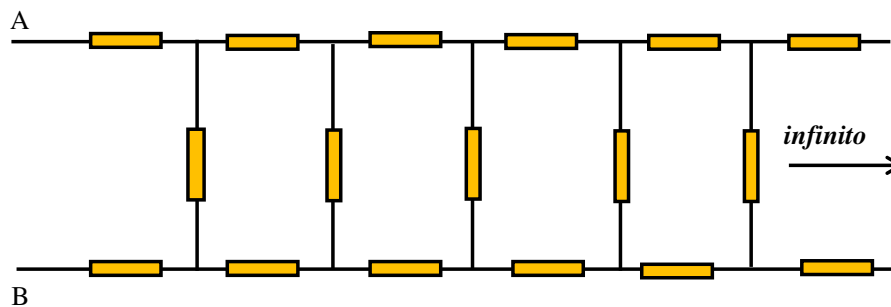
CUARTO PASO. Cálculo de la resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{\frac{3R}{2}} + \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{5R}{3}} = \frac{2}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{3}{5R}$$

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{10}{15R} + \frac{15}{15R} + \frac{9}{15R} = \frac{34}{15R} \Rightarrow R_{EQ} = \left(\frac{15}{34}\right)R$$

Respuesta. la resistencia equivalente entre los puntos A y B es $\left(\frac{15}{34}\right)R$

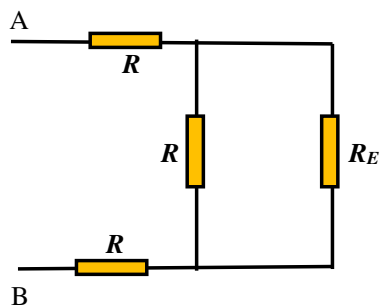
EJEMPLO 16. Se muestra un sistema resistivo, donde todos los elementos resistivos tienen igual resistencia “R”. La configuración se extiende hasta el infinito. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



Para el problema 16

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO Utilizamos el siguiente artificio. Si un número infinito de elementos resistivos quitamos tres de ellos, la infinidad no varía.



Resolución del problema 16

SEGUNDO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y M es

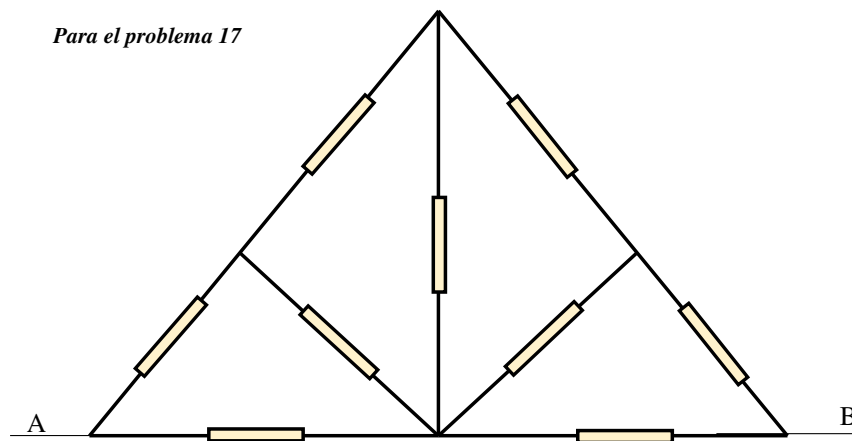
$$R_{AM} = R_E = R + \frac{R_E \cdot \frac{R}{2}}{R_E + \frac{R}{2}} + R$$

$$R_E = 2R + \frac{R_E \cdot R}{2R_E + R} \Rightarrow R_E = (\sqrt{3} + 1) \cdot R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{EQ} = (1 + \sqrt{3}) \cdot R$

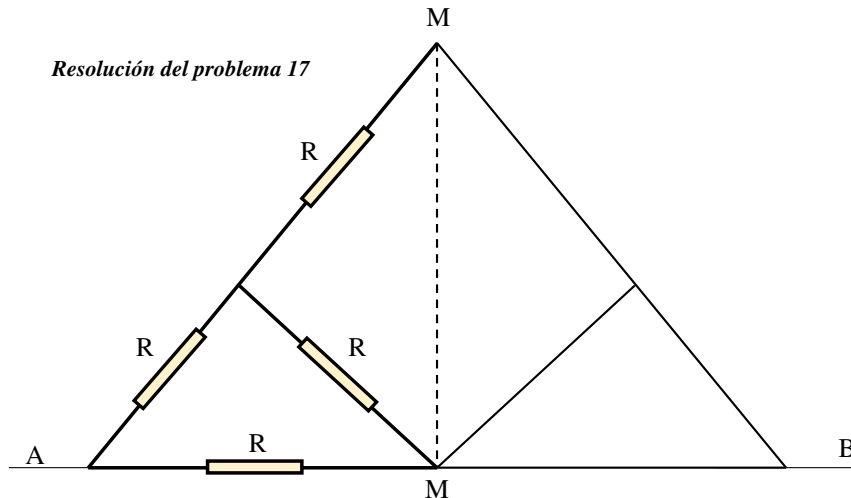
EJEMPLO 17. Se tiene un sistema resistivo, donde todos los resistores tiene igual resistencia “R”. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos A y B.

Para el problema 17



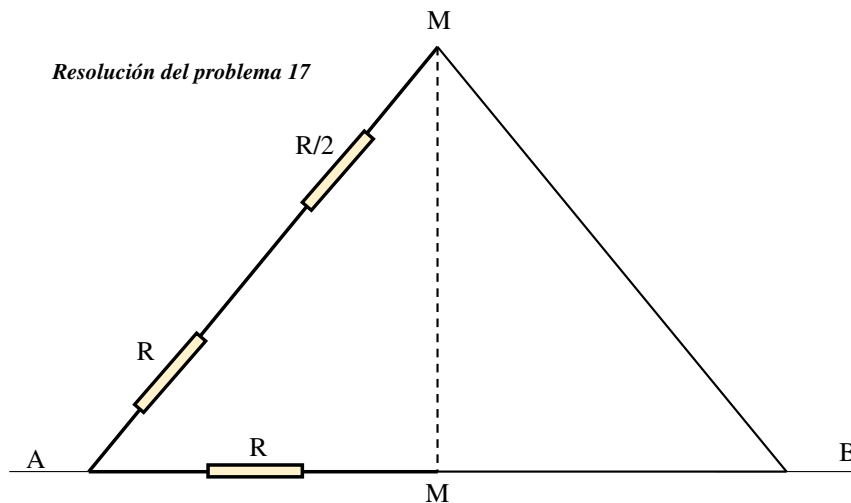
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el *método de simetría* o del espejo. Todos los puntos de la línea o plano de simetría se encuentran a igual potencial eléctrico. Por consiguiente, estos puntos los podemos juntar en un solo punto.

Resolución del problema 17

SEGUNDO PASO. Los resistores que se encuentran sobre el plano de simetría, no funcionan, debido a la ley de Ohm, la diferencia de potencial entre sus extremos es nula. Lo retiramos y no se altera el sistema resistivo. El plano de simetría divide en dos partes iguales al sistema resistivo.

La resistencia equivalente será el doble del siguiente sistema.

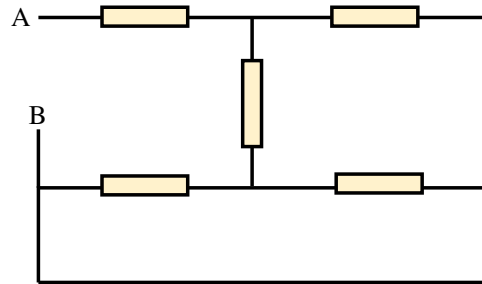
Resolución del problema 17

TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y M es,

$$\frac{1}{R_{AM}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{R} + \frac{2}{3R} = \frac{5}{3R} \Rightarrow R_{AM} = \left(\frac{3}{5}\right)R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{AB} = \left(\frac{6}{5}\right)R$

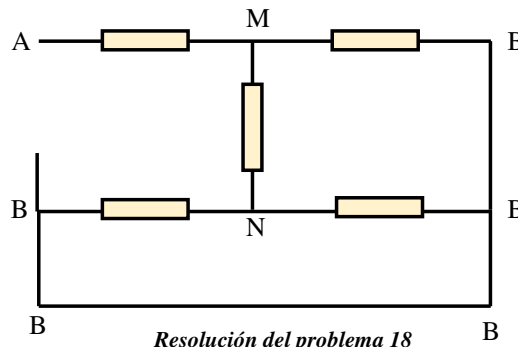
EJEMPLO 18. Se muestra un conjunto de resistores, todos idénticos a “R”. Determine la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



Para el problema 18

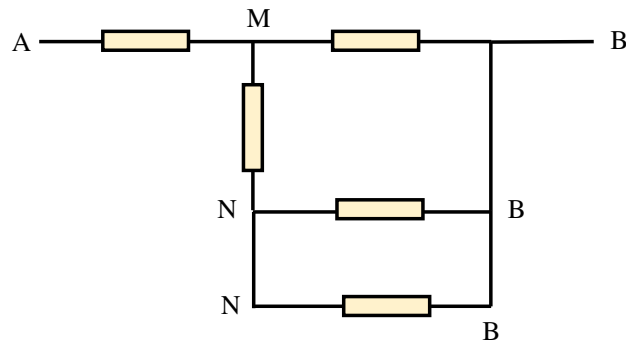
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Sobre un cable conductor donde no se encuentra ningún resistor el potencial es constante, se denomina *línea equipotencial*. La línea equipotencial se puede reemplazar por un punto.



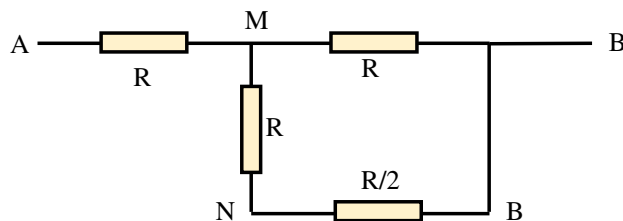
Resolución del problema 18

SEGUNDO PASO. Reduciendo el sistema resistivo tenemos.



Resolución del problema 18.a

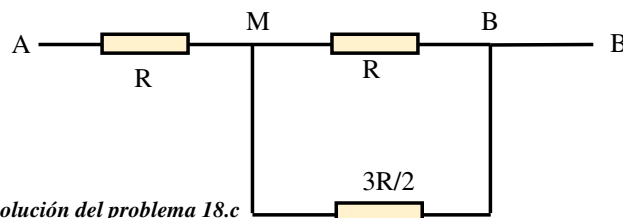
TERCER PASO. Reduciendo el sistema resistivo tenemos.



Resolución del problema 18.b

+

TERCER PASO. Reduciendo el sistema resistivo tenemos.



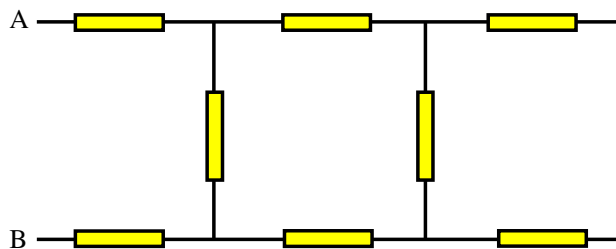
Resolución del problema 18.c

CUARTO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y M es,

$$R_{AB} = R + \frac{R \cdot \frac{3R}{2}}{R + \frac{3R}{2}} = R + \frac{3R}{5} \Rightarrow R_{AB} = \left(\frac{8}{5}\right)R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{AB} = \left(\frac{8}{5}\right)R$

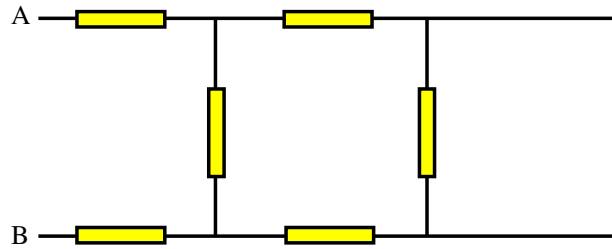
EJEMPLO 19. Se muestra un conjunto de resistores, todos idénticos a “R”. Determine la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



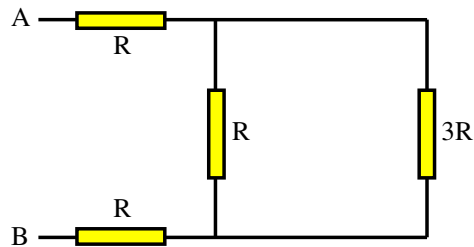
Para el problema 19

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El flujo de electros tiene que fluir a través del resistor, para que funcione, aplicando la ley de Ohm. Eliminamos los resistores que no funcionan visto de los puntos extremos (A) y (B).

*Resolución del problema 19.a*

SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo.

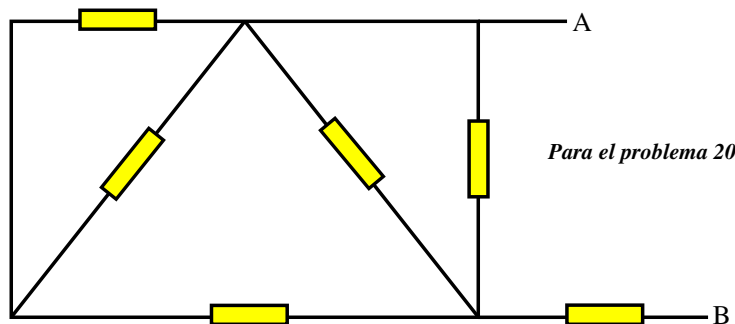
*Resolución del problema 19.b*

CUARTO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es,

$$R_{AB} = R + \frac{3R}{4} + R \Rightarrow R_{AB} = \left(\frac{11}{4}\right)R$$

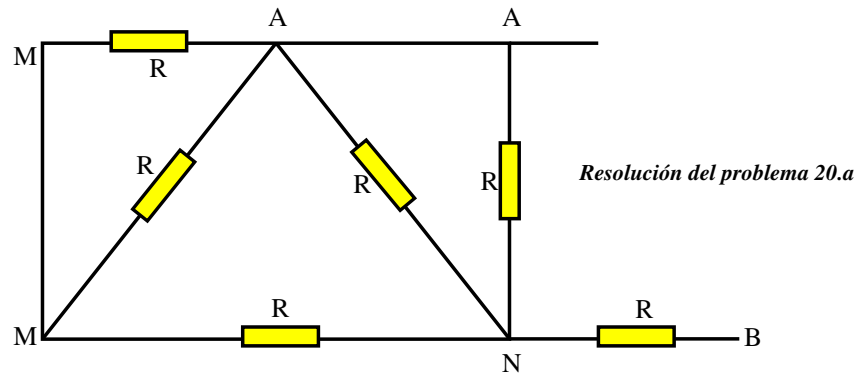
Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{AB} = \left(\frac{11}{4}\right)R$

EJEMPLO 20. Se muestra un conjunto de resistores, todos idénticos a “R”. Determine la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

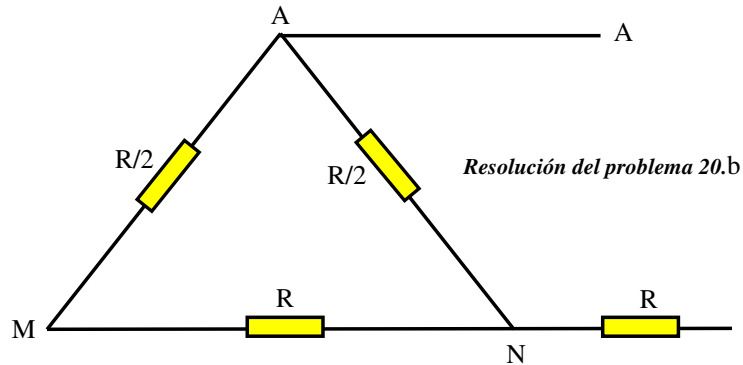
*Para el problema 20*

RESOLUCIÓN

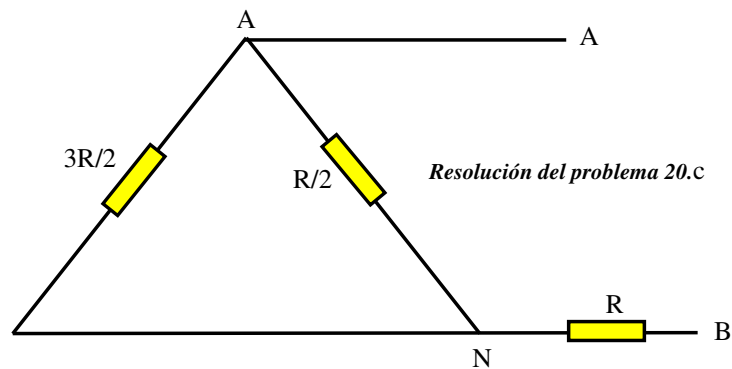
PRIMER PASO. Identificamos y señalamos los puntos y líneas equipotenciales.



SEGUNDO PASO. Identificamos los resistores en paralelo y reducimos.



TERCER PASO. Seguimos reduciendo.

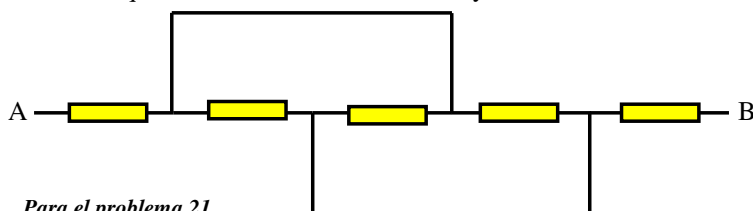


CUARTO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es,

$$R_{AB} = R + \frac{3R}{8} \Rightarrow R_{AB} = \left(\frac{11}{8}\right)R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos de A y B es $R_{AB} = \left(\frac{11}{8}\right)R$

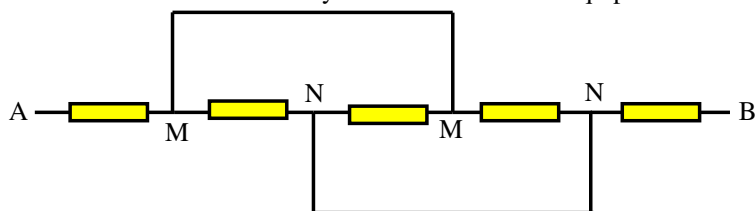
EJEMPLO 21. Se muestra un conjunto de resistores, todos idénticos a “R”. Determine la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



Para el problema 21

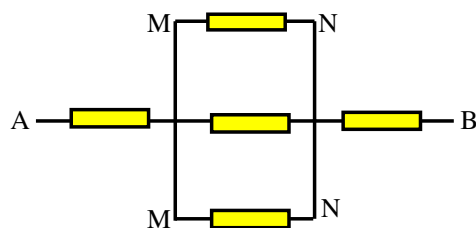
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos y señalamos las líneas equipotenciales.



Resolución del problema 21.a

SEGUNDO PASO. Identificamos tres resistores en paralelo.



Resolución del problema 21.b

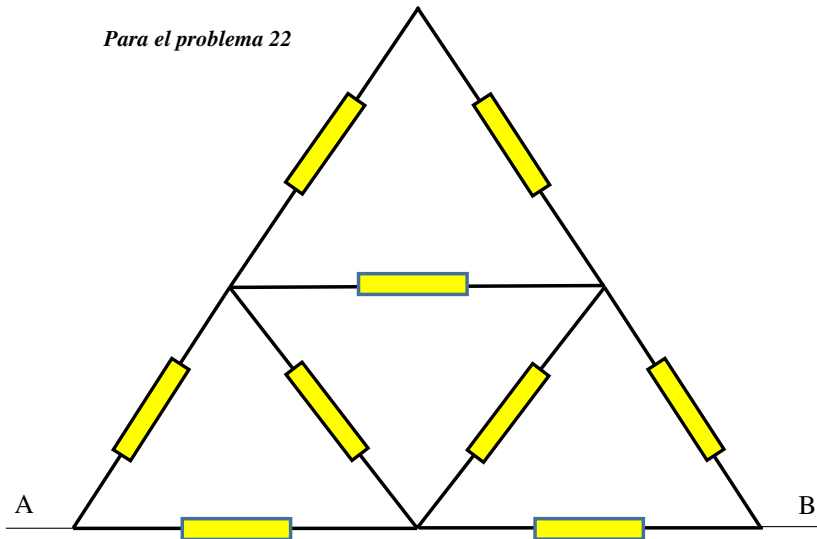
TERCER PASO. Cálculo de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

$$R_{AB} = R + \frac{R}{3} + R = \left(\frac{7}{3}\right)R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los extremos A y B es, $\left(\frac{7}{3}\right)R$

EJEMPLO 22. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen igual resistencia “R”. Determine el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

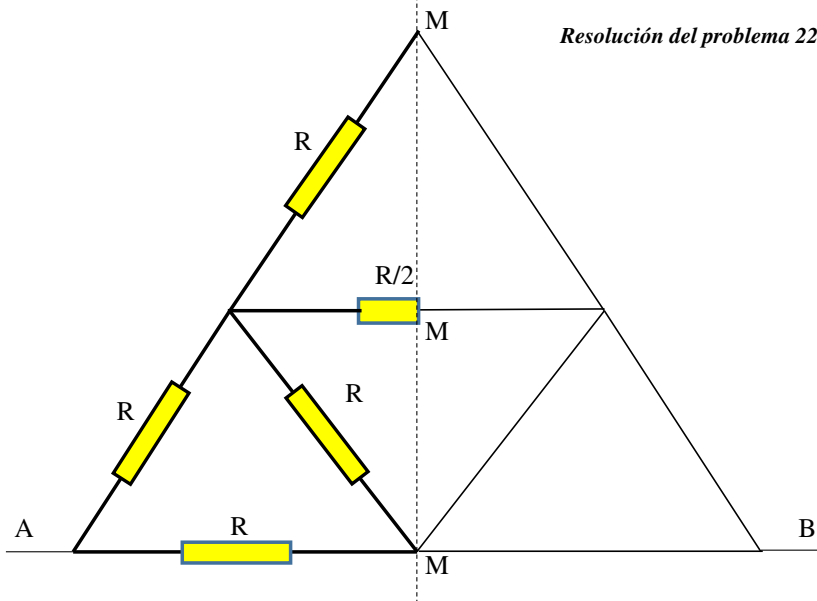
Para el problema 22



RESOLUCIÓN

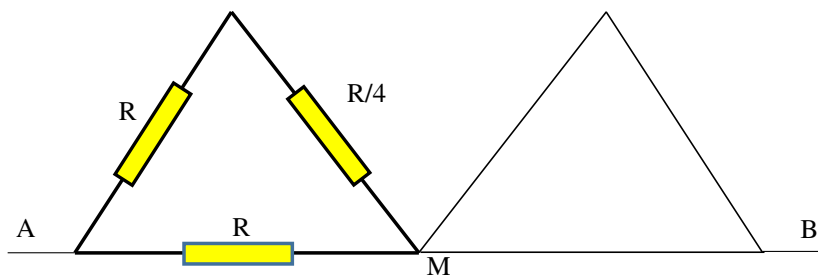
PRIMER PASO. Para resolver utilizaremos el método de simetría o del espejo. Todos los puntos de la línea de simetría tienen el mismo potencial eléctrico.

Resolución del problema 22.a



SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo. Identificamos tres resistores en paralelo.

Resolución del problema 22.b

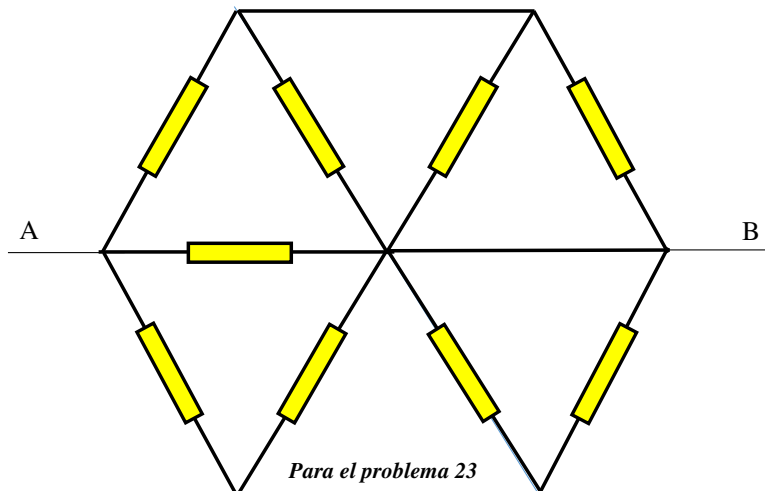


TERCER PASO. Calculamos la resistencia equivalente entre los puntos A y M. La resistencia equivalente entre A y B es el doble del anterior.

$$\frac{1}{R_{AM}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{5R}{4}} = \frac{1}{R} + \frac{4}{5R} = \frac{9}{5R} \Rightarrow R_{AM} = \left(\frac{5}{9}\right)R$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $R_{AB} = \left(\frac{10}{9}\right)R$

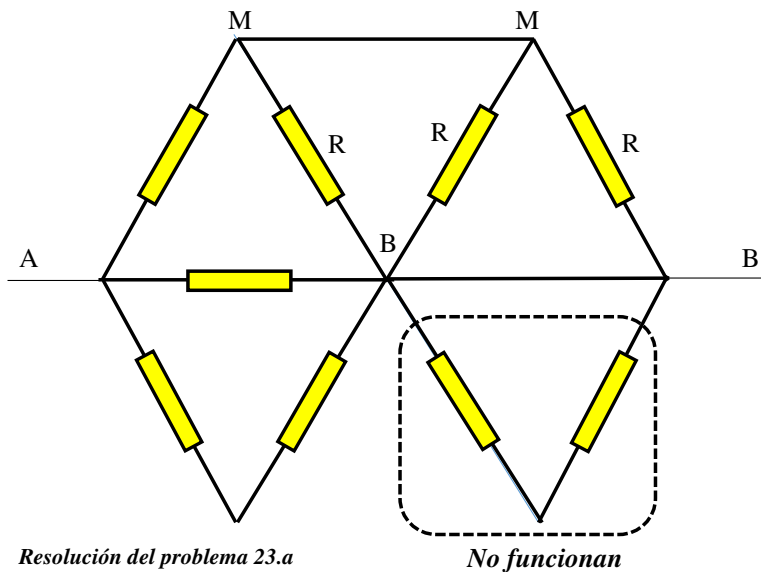
EJEMPLO 23. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen igual resistencia “R”. Determine el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



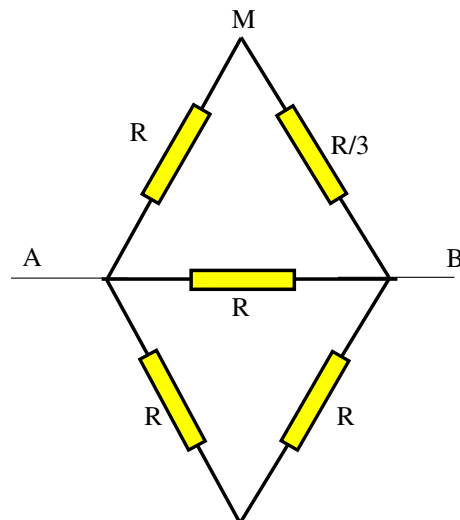
Para el problema 23

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos los puntos equipotenciales.



SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo. Identificamos tres resistores en paralelo. Los dos resistores que no trabajan (ley de Ohm) se puede retirar y no altera el funcionamiento del sistema.



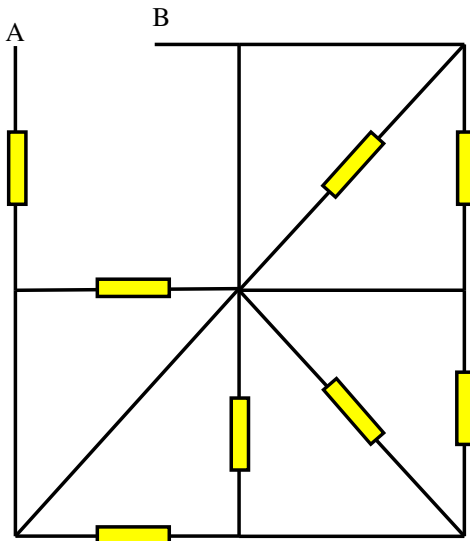
Resolución del problema 23.b

TERCER PASO. Calculamos la resistencia equivalente entre los puntos A y B

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{\frac{5R}{4}} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{4}{5R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{23}{10R}$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es, $R_{AB} = \left(\frac{10}{23}\right)R$

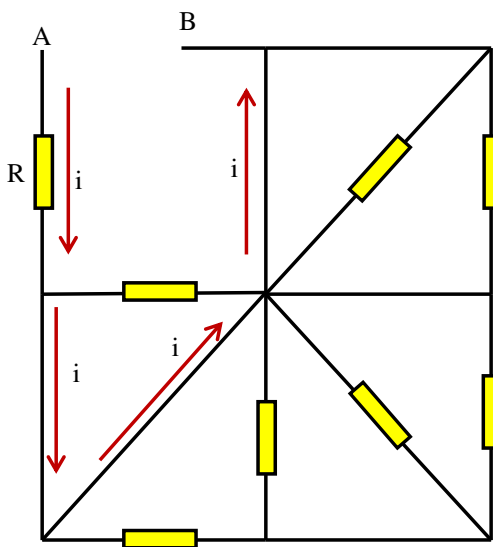
EJEMPLO 23. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen igual resistencia “R”. Determine el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



Para el problema 23

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si aplicamos la ley de Ohm, la corriente eléctrica busca el camino de menor resistencia eléctrica. Encontramos siete resistores que no trabajan.

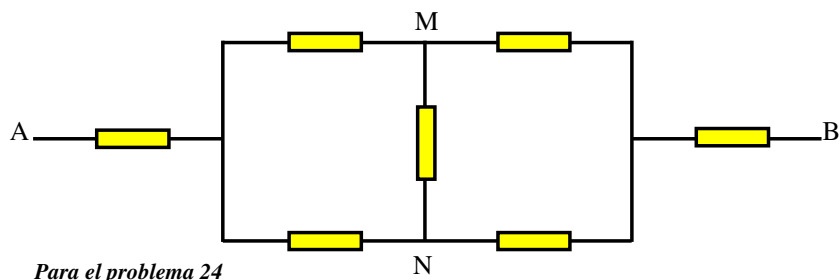


Resolución del problema 23

SEGUNDO PASO. Existe un solo resistor que trabaja, el resto está en cortocircuito. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es “R”.

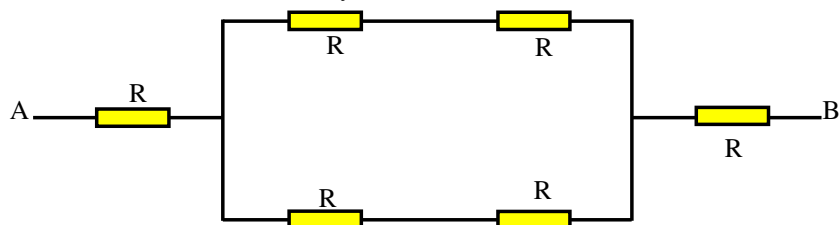
Respuesta. La resistencia equivalente es, $R_{AB} = R$

EJEMPLO 24. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen la misma resistencia “R”. Determinar el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

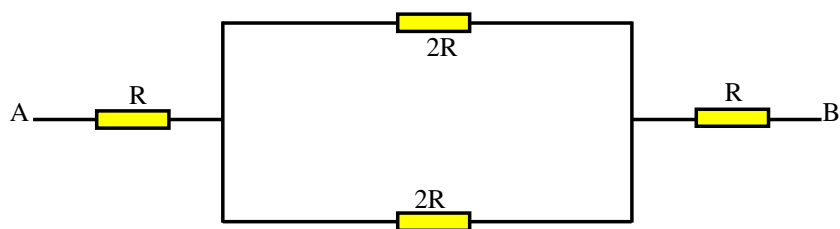


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos el efecto puente, no pasa corriente eléctrica a través del tramo MN. Podemos retirar el resistor en el tramo MN y el sistema resistivo no se altera.



SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo.

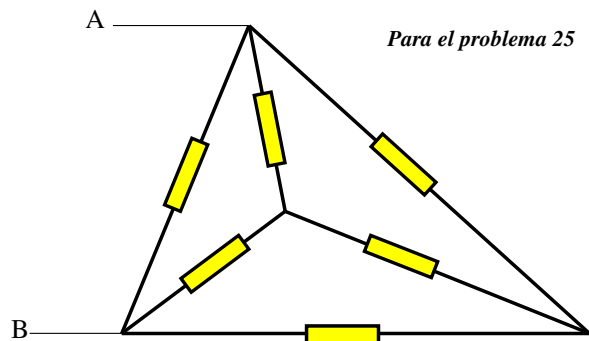


TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$R_{AB} = R + R + R = 3R$$

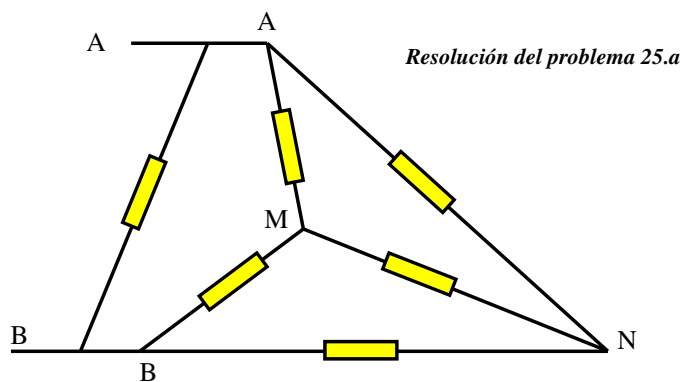
Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $3R$

EJEMPLO 25. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen la misma resistencia “R”. Determinar el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

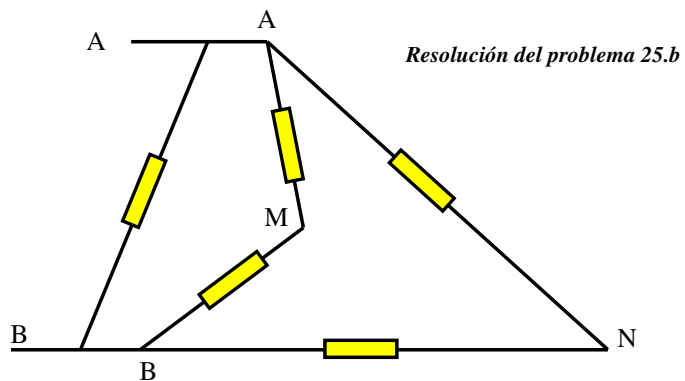


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos el efecto puente, señalados por los puntos M y N. Es decir, por el tramo MN no pasa corriente eléctrica.



SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo.



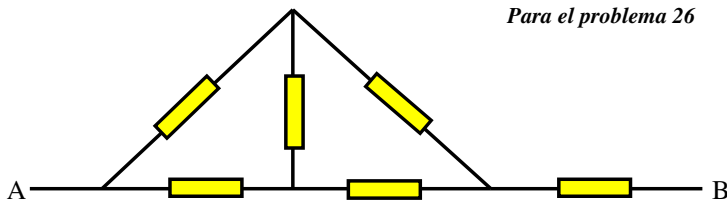
TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{2}$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $\frac{R}{2}$

EJEMPLO 26. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen la misma resistencia “R”. Determinar el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

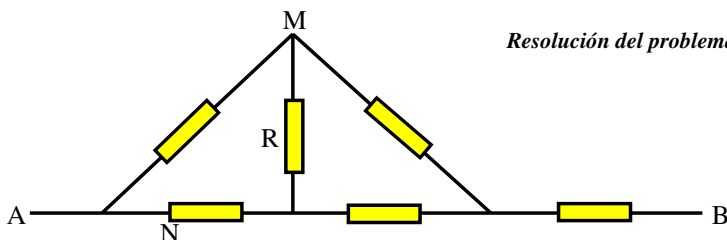
Para el problema 26



RESOLUCIÓN

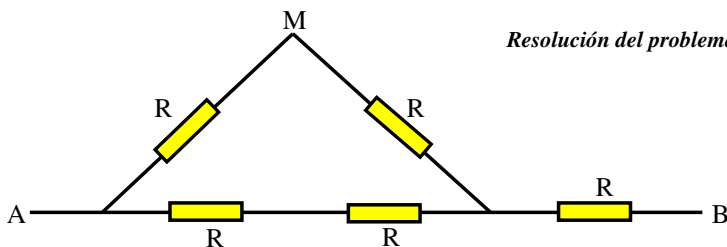
PRIMER PASO. Identificamos el *efecto puente*, señalados por los puntos M y N. Es decir, por el tramo MN no pasa corriente eléctrica.

Resolución del problema 26.a



SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo. Retiramos el resistor en el tramo MN y no se altera.

Resolución del problema 26.b

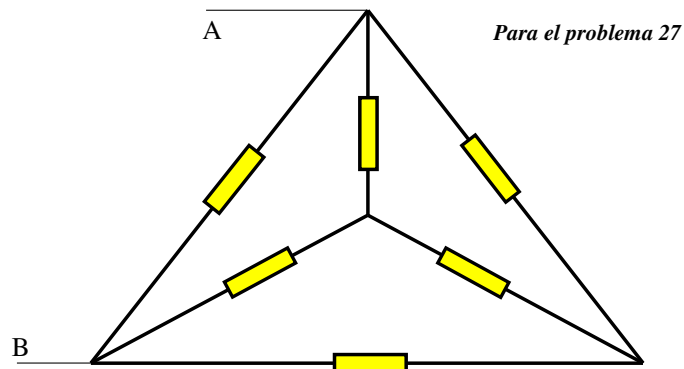


TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$R_{AB} = R + R \Rightarrow R_{AB} = 2R$$

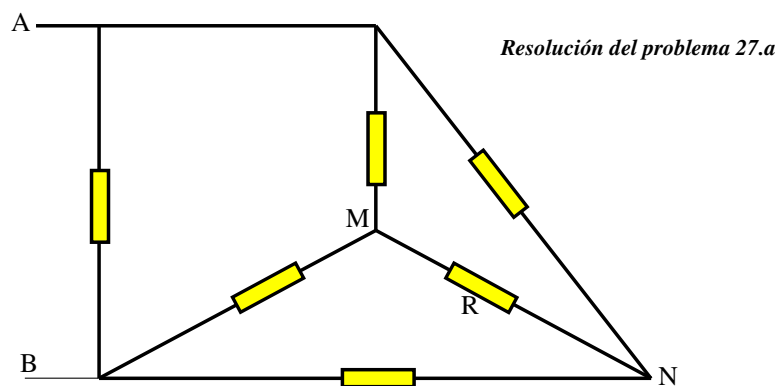
Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $2R$

EJEMPLO 27. Se muestra un sistema resistivo donde todos los resistores tienen la misma resistencia “R”. Determinar el valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B.

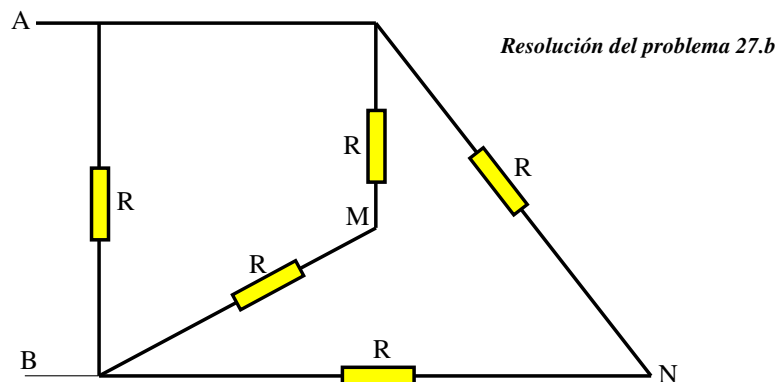


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos el *efecto puente*, señalados por los puntos M y N. Es decir, por el tramo MN no pasa corriente eléctrica.



SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo. Retiramos el resistor en el tramo MN y el sistema resistivo no se altera.

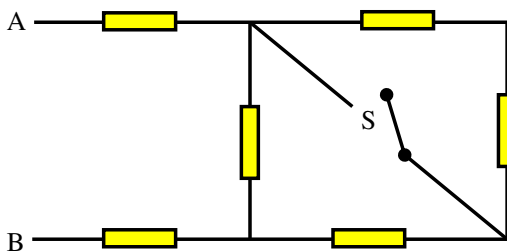


TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R}{2}$$

Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $\frac{R}{2}$

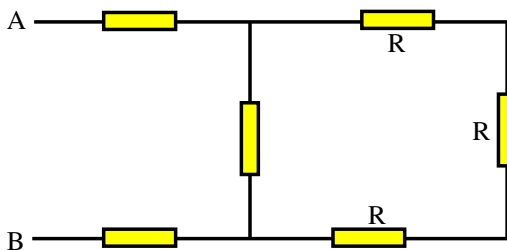
EJEMPLO 28. El circuito eléctrico todos los resistores tienen igual resistencia iguales a R, si el interruptor “S” está abierta la resistencia equivalente entre A y B es igual a 11 ohms. Determine la resistencia equivalente entre A y B cuando “S” está cerrado.



Para el problema 28

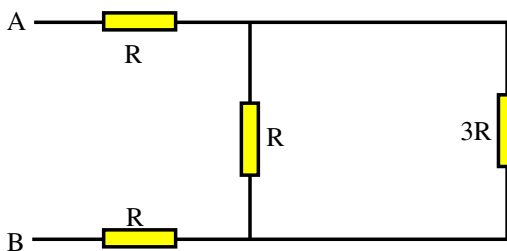
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos el sistema cuando la llave “S” está abierta.



Resolución del problema 28.a

SEGUNDO PASO. Reduciendo el sistema resistivo.



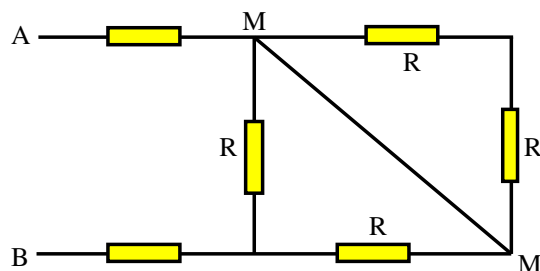
Resolución del problema 28.b

TERCER PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$R_{AB} = R + \frac{3R}{4} + R \Rightarrow R_{AB} = \frac{11R}{4} = 11 \Omega$$

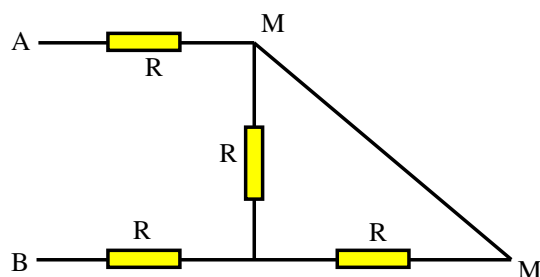
Deducimos que: $R = 4 \Omega$

CUARTO PASO. Analizamos el sistema resistivo cuando la lava S está cerrado.



Para el problema 28.c

QUINTO PASO. Reconocemos dos resistores en corto circuito, de la ley de Ohm, resistores que no funcionan.



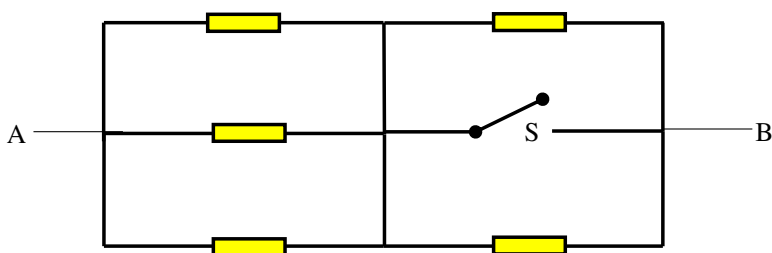
Para el problema 28.c

SEXTO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B.

$$R_{AB} = R + \frac{R}{2} + R \Rightarrow R_{AB} = \left(\frac{5}{2}\right)R$$

Respuesta. El valor de la resistencia equivalente entre los puntos A y B es, 10Ω .

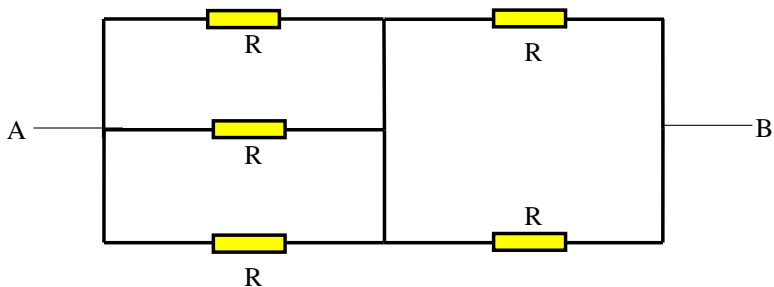
EJEMPLO 29. El circuito eléctrico todos los resistores tienen igual resistencia iguales a R , si el interruptor “S” está abierto la resistencia equivalente entre A y B es igual a 5 ohms. Determine la resistencia equivalente entre A y B cuando “S” está cerrado.



Para el problema 29

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos el sistema cuando la llave “S” está abierta.

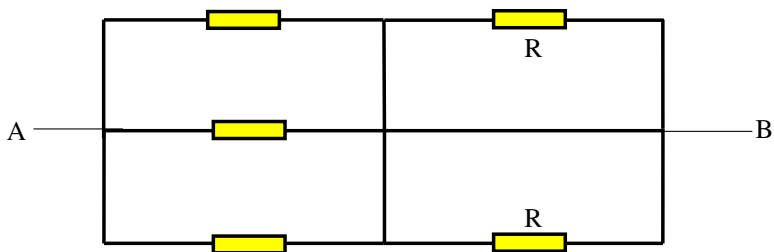


Resolución del problema 29.a

SEGUNDO PASO. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es,

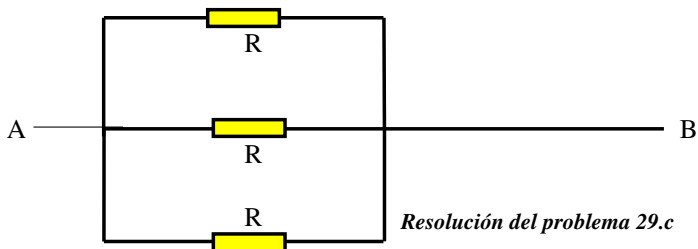
$$R_{AB} = \frac{R}{3} + \frac{R}{2} = \left(\frac{5}{6}\right)R = 5 \Omega \Rightarrow R = 6 \Omega$$

TERCER PASO. Analizamos ahora al sistema resistivo cuando el interruptor está cerrado.



Resolución del problema 29.b

CUARTO PASO. Identificamos dos resistores en corto circuito, es decir no funcionan, ley de Ohm. Retiramos estos resistores y el sistema no se altera. La corriente eléctrica busca el camino de menor resistencia eléctrica.

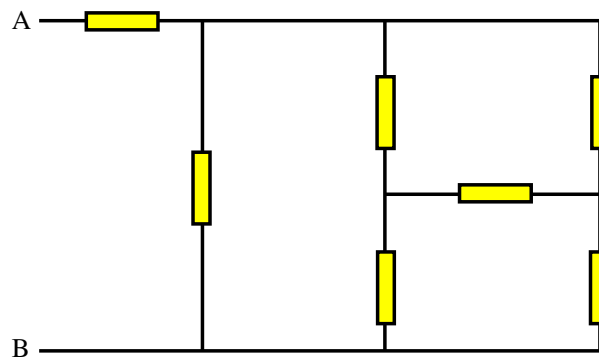


Resolución del problema 29.c

Respuesta. La resistencia equivalente entre los extremos A y B, es:

$$R_{AB} = \frac{R}{3} \Rightarrow R_{AB} = \frac{6 \Omega}{3} = 2 \Omega$$

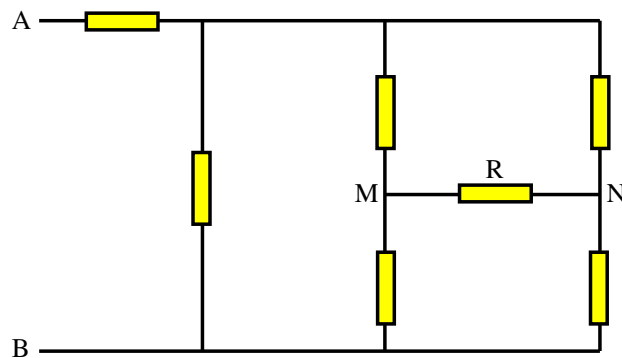
EJEMPLO 30. El circuito eléctrico todos los resistores tienen igual resistencia iguales a R . Determine la resistencia equivalente entre A y B.



Para el problema 30

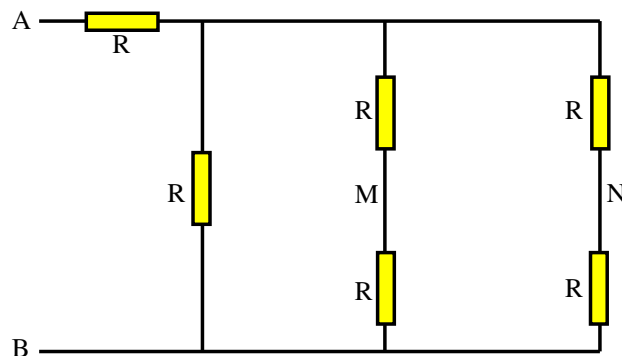
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos el *efecto puente*, el potencial eléctrico en los puntos M y N son iguales, en el tramo MN no pasa corriente a través del resistor. Si retiramos el resistor, el sistema no se altera.



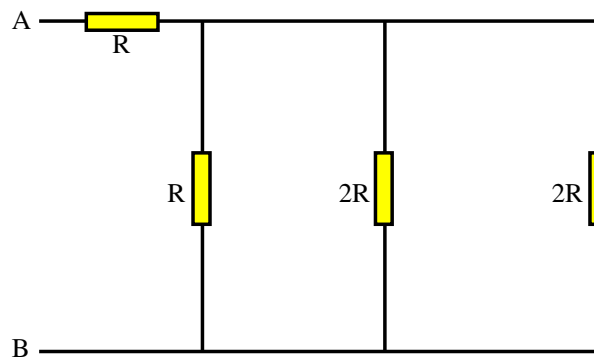
Resolución del problema 30.a

SEGUNDO PASO. Si retiramos el resistor ubicado en el tramo MN, el sistema no se altera.



Resolución del problema 30.b

TERCER PASO. Identificamos tres resistores en paralelo.

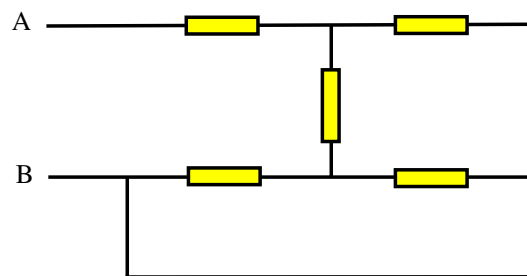


Resolución del problema 30.c

$$R_{AB} = R + \frac{R}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)R$$

Respuesta. El valor de la resistencia equivalente es $\left(\frac{3}{2}\right)R$

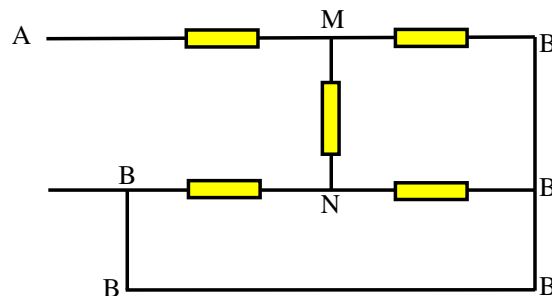
EJEMPLO 31. El circuito eléctrico todos los resistores tienen igual resistencia iguales a R. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



Para el problema 31

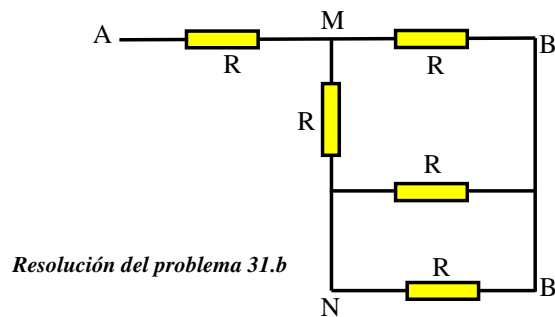
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos los puntos equipotenciales y los unimos transformando la configuración.

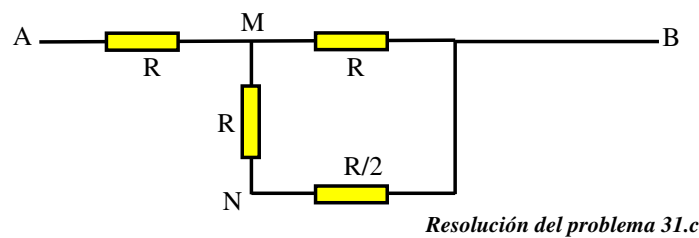


Resolución del problema 31.a

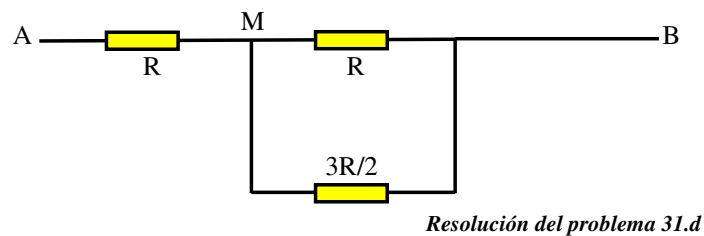
SEGUNDO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo.



TERCER PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo.



CUARTO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo.

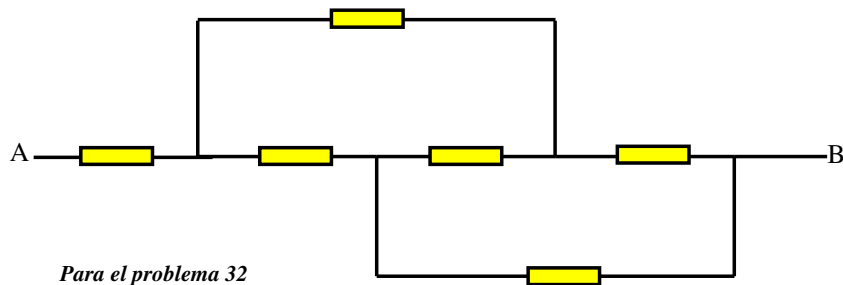


El valor de la resistencia equivalente entre los extremos A y B es,

$$R_{AB} = R + \frac{R \cdot \frac{3R}{2}}{R + \frac{3R}{2}} = R + \frac{3R}{5} = \left(\frac{8}{5}\right)R$$

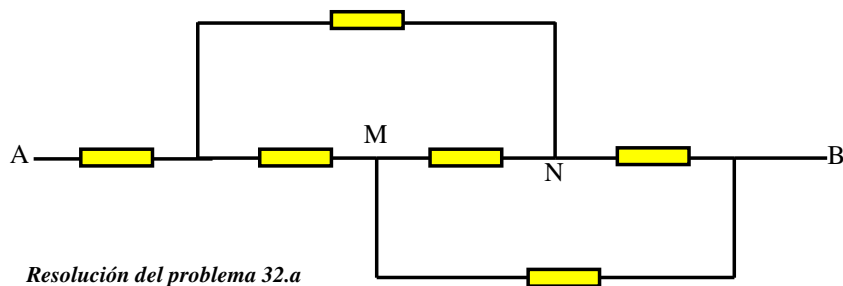
Respuesta. La resistencia equivalente entre A y B es $\left(\frac{8}{5}\right)R$

EJEMPLO 32. El circuito eléctrico todos los resistores tienen igual resistencia iguales a R . Calcular la resistencia equivalente entre los puntos A y B.

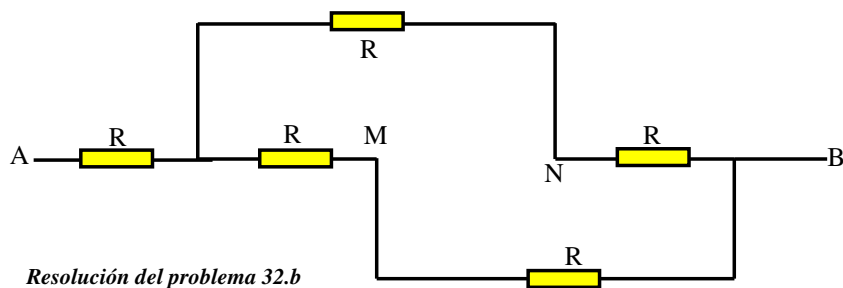


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos el efecto puente, el resistor ubicado en el tramo MN no funciona, debido a que los puntos M y N se encuentran al mismo potencial eléctrico. Ley de Ohm, a través del tramo MN no pasa corriente eléctrica.



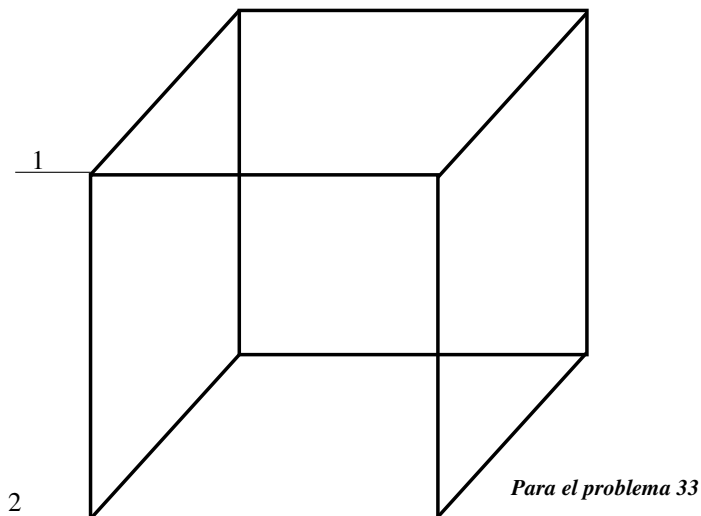
SEGUNDO PASO. Si retiramos el resistor en el tramo MN el sistema resistivo no se altera.



Respuesta. La resistencia equivalente entre los puntos A y B es:

$$R_{AB} = R + R = 2R$$

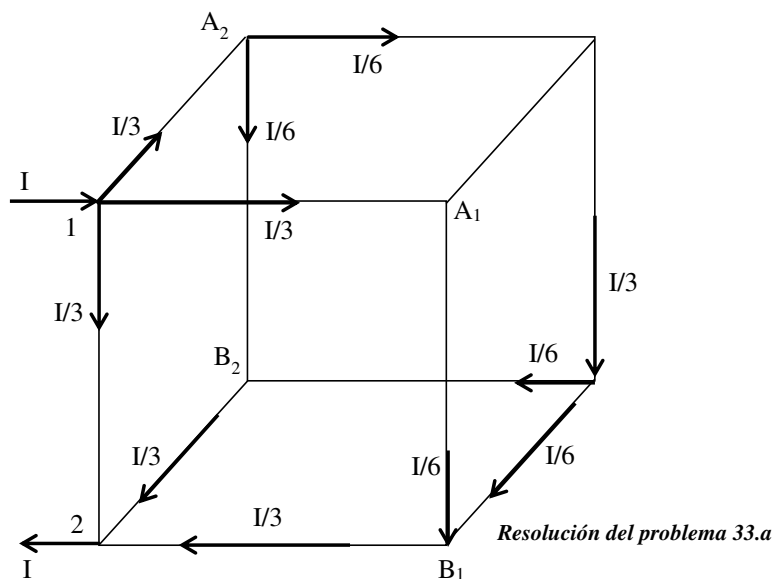
EJEMPLO 33. Se muestra un cubo donde las doce aristas son resistores idénticos. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Suponemos que la corriente que ingresa por A es “I” y es la misma corriente que sale por el punto “B”. Principio de conservación de las cargas eléctricas. También sabemos que existe simetría entre los nudos opuestos.

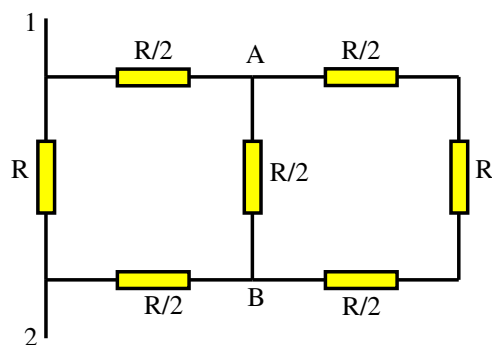
SEGUNDO PASO. Veamos la distribución de la corriente eléctrica en los nudos, donde se cumple la ley de Ohm.



TERCER PASO. Se puede observar que los puntos A_1 y A_2 tienen igual potencial debido a la simetría de la estructura y del mismo modo con los puntos B_1 y B_2 .

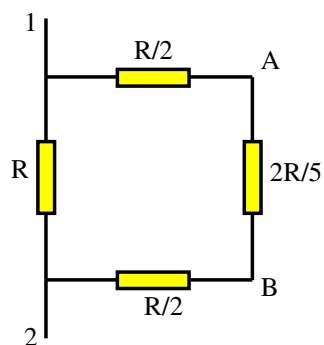
$$A_1 = A_2 = A \quad \text{y} \quad B_1 = B_2 = B \dots (1)$$

CUARTO PASO. Reduciendo el sistema resistivo. Uniendo los puntos equipotenciales.



Resolución del problema 33.b

QUINTO PASO. Seguimos reduciendo el sistema resistivo.

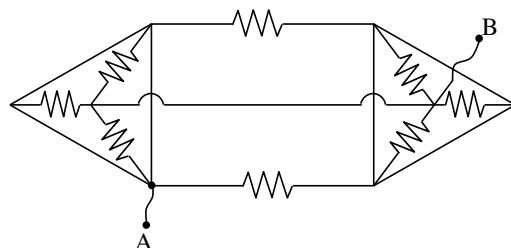


Resolución del problema 33.c

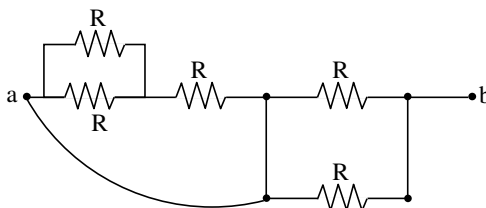
Respuesta: La resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2 es: $R_{eq} = \left(\frac{7}{12}\right)R$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Cuando una plancha eléctrica se conecta a una diferencia de potencial de 220 V, circula por una resistencia una corriente de 4 amperes. Entonces el valor de la resistencia es:
A) 60Ω B) 40Ω **C) 55Ω** D) 45Ω E) 50Ω
2. Por una resistencia de 500Ω circula una corriente de 0,44 A. Entonces dicha resistencia está conectada a una diferencia de potencial de:
A) 110 V **B) 220 volts** C) 100 V D) 200 volts E) 250 V
3. A los bornes de una batería de 12 V se conecta a un foco de 6Ω . Entonces la intensidad de corriente (en A) que circula por dicho foco es:
A) 2 A B) 3 A C) 4 A D) 5 A E) 6 A
4. En el circuito si todas las resistencias son iguales a "R", determine la resistencia equivalente entre A y B.



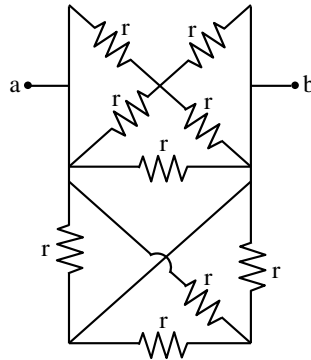
- A) $\frac{5R}{21}$ B) $\frac{3R}{5}$ C) $\frac{5R}{17}$ D) $\frac{5R}{11}$ E) $\frac{3R}{21}$
5. En el circuito mostrado en la figura, halle la resistencia equivalente entre a y b.



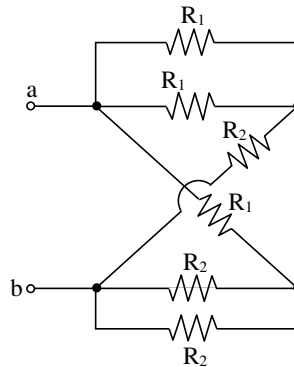
- A) $\frac{R}{2}$ B) R C) 2R D) $\frac{5R}{2}$ E) 3R
6. Se tiene una resistencia de 5Ω , en un extremo el potencial eléctrico es 90 V y en el otro extremo es 130 V. Determinar la intensidad de corriente (en A) que atraviesa por dicha resistencia.
A) 0,1 B) 9 C) 3 D) 0,8 **E) 8**
 7. Un alambre de resistencia eléctrica 4Ω se conecta a una batería de 12 V. Determina la cantidad de carga eléctrica que atraviesa por dicho conductor en 2 minutos.
A) 9 C **B) 360 C** C) 240 C D) 120 C E) 480 C

8. Determine la resistencia equivalente entre a y b del sistema mostrado en la siguiente figura, donde todas las resistencias son iguales a r .

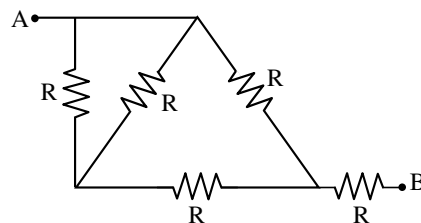
- A) $\frac{r}{5}$
 B) $\frac{3}{11}r$
 C) $\frac{2}{5}r$
 D) $\frac{3}{7}r$
 E) $\frac{r}{3}$



9. Determine la magnitud de la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos a y b del siguiente arreglo si $R_1 = 30 \Omega$ y $R_2 = 60 \Omega$.

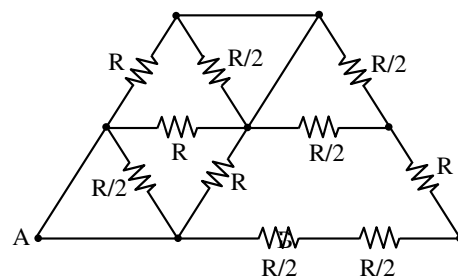


- A) 10 B) 30 C) 35 D) 50 E) 40
10. En un circuito formado por una pila y una resistencia en serie la corriente que circula es 5 amperes. Cuando se intercala una resistencia adicional en serie de 2Ω la corriente se reduce a 4 amperes. Determinar la resistencia original del circuito.
 A) 2Ω B) 4Ω C) 6Ω **D) 8Ω** E) 10Ω
11. Cuando dos resistencias iguales son conectadas en paralelo a una batería de 24 volts. La intensidad de corriente que circula por cada resistencia es 0,6 ampere. Calcular la resistencia equivalente.
A) 20Ω B) 40Ω C) 60Ω D) 80Ω E) 10Ω
12. Con tres varillas metálicas de resistencia “ R ” cada una se ha formado un triángulo. Si la intensidad de corriente ingresa por un vértice y sale por otro vértice cualquiera, determinar la resistencia equivalente.
A) $\frac{2R}{3}$ B) $\frac{3R}{2}$ C) $\frac{5R}{3}$ D) $\frac{3R}{5}$ E) $\frac{R}{6}$
13. En el circuito de resistencias que se muestra; determine la resistencia equivalente (en función de R) entre los puntos A y B del circuito.



- A) $\frac{3R}{5}$ B) $\frac{6R}{5}$ C) $\frac{7R}{3}$ D) $\frac{8R}{5}$ E) $\frac{R}{5}$

14. Calcule la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



- A) $\frac{5}{4}R$ B) $\frac{9}{10}R$ C) $\frac{7}{11}R$ D) $\frac{3}{4}R$ E) $\frac{6}{10}R$

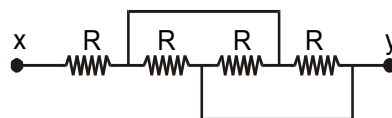
15. Con cuatro varillas metálicas de resistencia “R” cada una se ha formado un cuadrado. Si la intensidad de corriente ingresa por un vértice y sale por otro vértice consecutivo, determinar la resistencia equivalente.

- A) $\frac{4R}{3}$ B) $\frac{3R}{4}$ C) $\frac{5R}{3}$ D) $\frac{3R}{5}$ E) $\frac{R}{6}$

16. A una barra de cierto material de 1,0 m de largo y 1 cm^2 de sección transversal se le aplica una diferencia de potencial de 1 V entre sus extremos y se obtiene una corriente de 1mA. ¿Cuál es la resistividad eléctrica (en Ωm) del material del cual está hecho la barra?

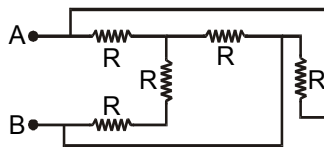
- A) 1 000 B) 10 C) 1 D) 0,1 E) 0,01

17. Se muestra un conjunto de resistores, donde $R = 3 \text{ ohms}$. Determine la resistencia equivalente entre los extremos x e y (en ohms).



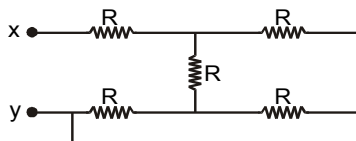
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Se muestra un conjunto de resistores, donde $R = 8$ ohms. Determine la resistencia equivalente entre los extremos A y B.



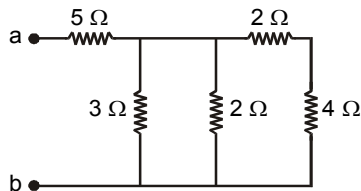
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) N.A.

19. Se muestra un conjunto de resistores, donde $R = 5$ ohms. Determine la resistencia equivalente entre los extremos x e y.



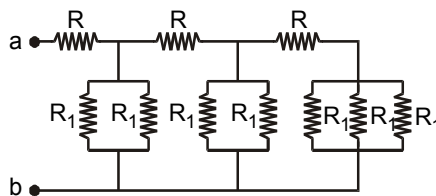
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) N.A.

20. Se muestra un conjunto de resistores. Determine la resistencia equivalente entre los extremos a y b (en ohms).



- A) 6 B) 8 C) 3 D) 4 E) N.A.

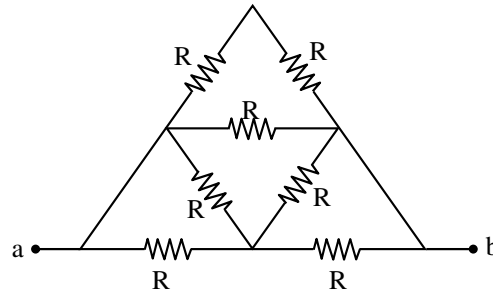
21. Se muestra un conjunto de resistores cuyas resistencias son $R = 4$ ohms y $R_1 = 6$ ohms. Determine la resistencia equivalente entre los extremos a y b.



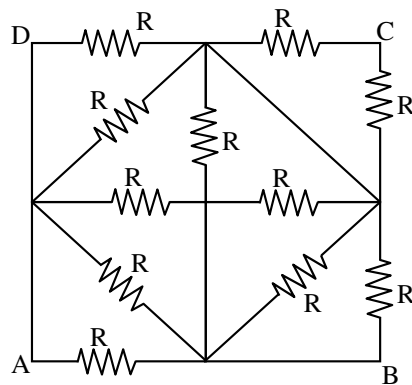
- A) 3 Ω B) 4 Ω C) 5 Ω D) 6 Ω E) N.A.

22. El circuito eléctrico todos los resistores tienen igual resistencia iguales a R , si el interruptor "S" está abierta la resistencia equivalente entre A y B es igual a 11 ohms. Determine la resistencia equivalente entre A y B cuando "S" está cerrado.

26. Respecto a la siguiente asociación de resistencias, calcule la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos a y b, si $R = 12 \Omega$.



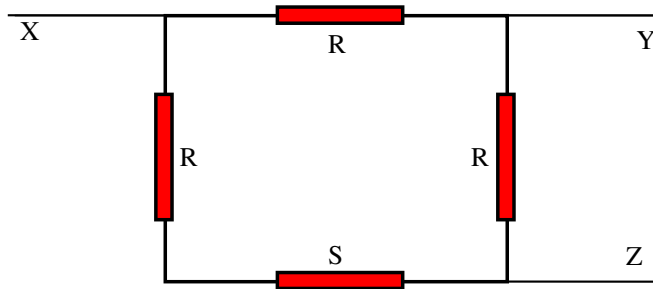
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) ninguna
27. Determine la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos A y B, si $R = 12 \Omega$.



- A) 0,23 B) 4,00 C) 6,00 D) 12,00 E) ninguna
28. A través de la sección recta de un conductor circula una cantidad de carga de $90 \mu\text{C}$ cada 1 minuto. Determinar la intensidad de corriente eléctrica (en μA).
- a) 1 **b) 1,5** c) 2 d) 2,5 e) 4
29. La intensidad de corriente que circula por un conductor es $4 \mu\text{A}$. Determinar la cantidad de cantidad de electrones que circulan durante 12 segundos.
- a) 10^{14} b) 2×10^{14} c) 3×10^{14} d) 4×10^{14} e) 6×10^{14}
30. Por un conductor circulan 0,4 A. Determinar el número de electrones que pasa por su sección recta del conductor en 20 segundos.
- a) 10^{19} b) 2×10^{19} c) 3×10^{19} d) 5×10^{19} e) 6×10^{19}
31. La intensidad de corriente eléctrica en un conductor es 0,2 A. Calcular la cantidad de carga eléctrica (en coulomb) que se desplazará en 5 minutos a través del conductor.
- a) 10 b) 60 c) 12 d) 30 e) 36

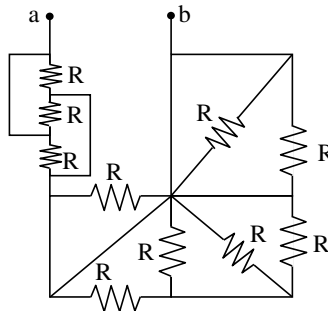
32. Por un conductor circula una cantidad de carga de $20\mu\text{ C}$ durante 4 segundos. Determinar la intensidad de corriente eléctrica (en ampere) a través del conductor.
- a) 1 b) 2 c) 2,5 d) 4 e) 5

33. Se muestra un arreglo de resistores todos iguales. Determinar la relación: $\frac{R_{xy}}{R_{xz}}$



Para el problema 33

- A) 0,25 B) 0,50 C) 0,75 D) 1,25 E) 1,45
34. La magnitud de cada resistencia R es de 9Ω . Determine el valor de la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos a y b



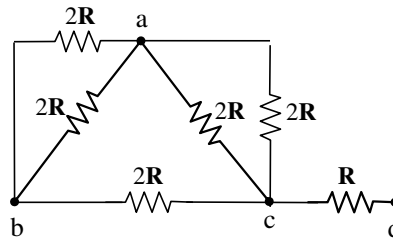
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9
35. Determinar la intensidad de “corriente eléctrica” (en A) que pasa por un conductor, si se sabe que en un intervalo de 20μ segundo, pasa por su sección recta una carga neta de $24\mu\text{ C}$.
- A) 0,1 A **B) 12** C) 3 D) 1 E) 120
36. La intensidad de corriente en un conductor es 3 amperes. Entonces el intervalo de tiempo en que circulan 450 C de carga neta es:
- A) 0,15 min B) 150 min C) 2,5 min D) 15 s E) 12 s
37. Un alambre de 10 km de longitud y 8 mm^2 de sección tiene una resistencia eléctrica de 150Ω . Entonces otro alambre del mismo material, pero de 1 km de longitud y 6 mm^2 de sección poseerá una resistencia de:
- A) 20Ω** B) 30Ω C) 40Ω D) 50Ω E) 60Ω

38. Halla la resistencia de un alambre de “plata peruana” de 4 m de longitud y $0,6 \text{ mm}^2$ de sección.

$$\rho_{\text{plata}} = 3,3 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$$

- A) 55Ω B) 110Ω C) 165Ω **D) 220Ω** E) 275Ω

39. Calcular (en Ω) la resistencia equivalente entre a y b, la resistencia $R = 12 \Omega$



- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

40. Si R_s es el equivalente serie y R_p el equivalente paralelo, de tres resistencias iguales, entonces $R_s \div R_p$ es igual a:

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

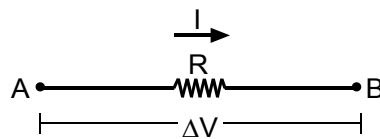
41. Un alambre tiene una resistencia de 5Ω . Otro alambre del mismo material tiene el triple de longitud y la mitad de la sección recta del primero, ¿cuánto mide su resistencia?

- A) 10Ω B) 15Ω C) 20Ω D) 25Ω **E) 30Ω**

42. Un alambre de resistencia 10Ω se funde para formar otro alambre cuya longitud es el doble de la original. Encontrar la resistencia del nuevo alambre.

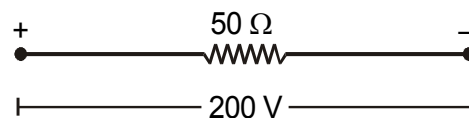
- A) 40Ω** B) 15Ω C) 20Ω D) 25Ω E) 30Ω

43. Se muestra un resistor cuya resistencia eléctrica es 50Ω sometido a una diferencia de potencial de 120 volts entre los extremos A y B. Determine la intensidad de corriente que atraviesa al resistor.



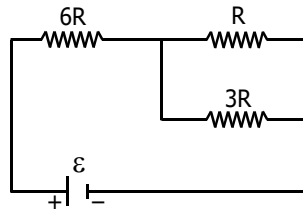
- A) 2,4 A B) 24 A C) 0,24 A D) 12 A E) 1,2 A

44. Se muestra un resistor cuya resistencia eléctrica es 50Ω sometido a una diferencia de potencial de 200 volts entre los extremos. Determine la intensidad de corriente que atraviesa al resistor.

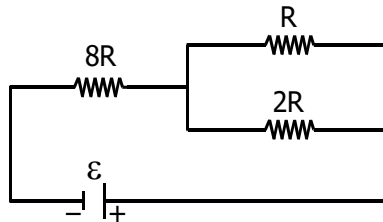


- A) 2,4 A B) 2,0 A C) 0,24 A D) 12 A E) 1,2 A

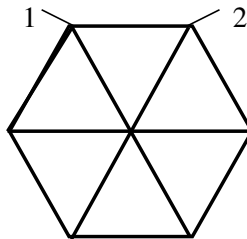
45. Determinar la caída de tensión a lo largo de un alambre de cobre de 314,16 km de largo y 2 mm de diámetro, si por el pasa una corriente de 5 A. ($\rho_{Cu} = 1,5 \times 10^{-8} \Omega m$)
 A) 7,5 kV B) 20 kV C) 75 kV D) 750 kV E) 800 kV
46. Si un alambre uniforme de 20 cm de largo y elevada resistencia se somete a una diferencia de potencial de 30 volts entre sus extremos. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre dos puntos M y N que distan 3 cm y 15 cm de un extremo?
 A) 10 V B) 18 V C) 25 V D) 4 V E) 15 V
47. La caída de tensión en el resistor de resistencia $3R$ es 15 volts. Determinar la caída de tensión en el resistor $6R$.



- A) 120 V B) 180 V C) 125 V D) 40 V E) 90 V
48. La caída de tensión en la resistencia “R” es 0,5 volt. Determinar la caída de tensión en el resistor de resistencia “ $8R$ ”.



- A) 2 V B) 4 V C) 6 V D) 8 V E) 10 V
49. Un hexágono regular junto con sus diagonales está hecho de alambres delgados. La magnitud de la resistencia de cada alambre es “R”. Determine la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2 como indica la figura.



A) $\frac{8}{15}R$

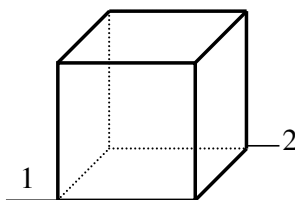
B) $\frac{6}{15}R$

C) $\frac{7}{12}R$

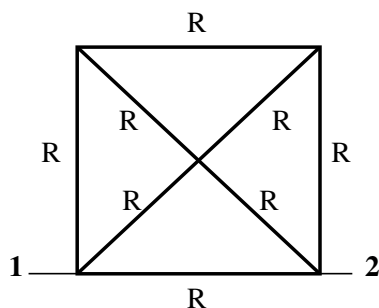
D) $\frac{3}{4}R$

E) $\frac{5}{6}R$

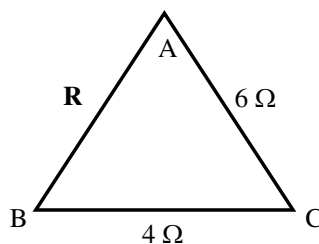
50. Doce alambres de igual resistencia R cada uno constituyen un armazón en forma de cubo. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2.



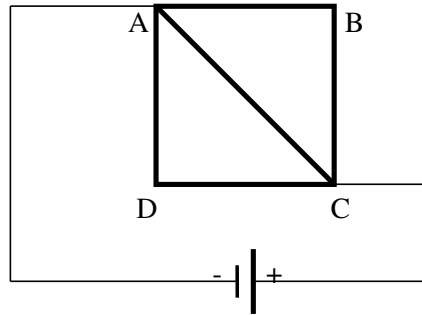
- A) $\frac{6}{15}R$ B) $\frac{7}{12}R$ C) $\frac{3}{4}R$ D) $\frac{5}{6}R$ E) $\frac{7}{6}R$
51. La figura muestra un cuadrado con sus diagonales, en cada lado de encuentra instalado un resistor de resistencia " R " y en cada diagonal de resistencia " $2R$ ". Determine la resistencia equivalente entre los extremos 1 y 2.



- A) $\frac{8}{15}R$ B) $\frac{7}{12}R$ C) $\frac{3}{4}R$ D) $\frac{5}{6}R$ E) $\frac{7}{6}R$
52. Se muestra tres alambres de diferentes resistencias eléctricas. La resistencia equivalente entre A y B es 5 ohms. Calcular la resistencia equivalente entre A y C.

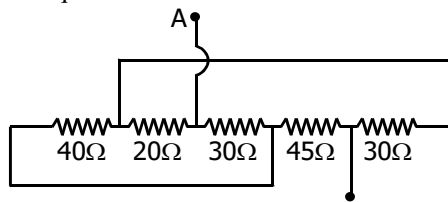


- A) $4,2\Omega$ B) $4,8\Omega$ C) $5,5\Omega$ D) $4,5\Omega$ E) $5,0\Omega$
53. En la figura, los lados de cuadrado ABCD y la diagonal AC han sido construidos con el mismo tipo de alambre conductor. Si la corriente que pasa por la diagonal es de 6 amperes, determinar la intensidad de corriente eléctrica por cada uno de los lados del cuadrado (en A).



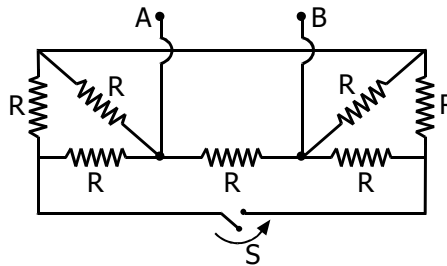
- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}/2$ C) $2\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) 3

54. Determinar la resistencia equivalente del circuito eléctrico entre los extremos A y B.



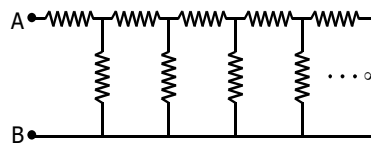
- A) 10 Ω B) 15 Ω C) 20 Ω D) 25 Ω E) 30 Ω

55. Determinar la resistencia equivalente del circuito eléctrico entre los extremos A y B.



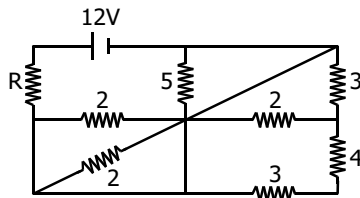
- A) 4 Ω B) 5 Ω C) 6 Ω D) 7 Ω E) 8 Ω

56. El número de resistores mostrado es muy grande (infinito) y todas son iguales a 10 ohms. Determinar la resistencia equivalente del circuito eléctrico entre los extremos A y B.



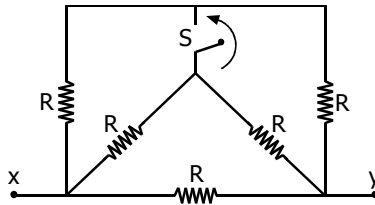
- A) 10 Ω B) 16 Ω C) 20 Ω D) 25 Ω E) 30 Ω

57. Determinar la intensidad de corriente que circula por el resistor de resistencia $R = 3 \Omega$. Todas las resistencias se miden en ohms.



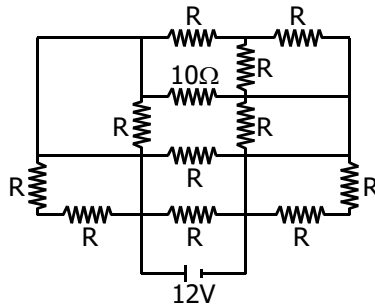
- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

58. En el circuito mostrado todos los resistores tienen resistencia R . Si la llave S está abierta, la resistencia equivalente entre los extremos x e y es igual a 13 ohms. Determinar la resistencia equivalente entre x e y cuando está cerrado.



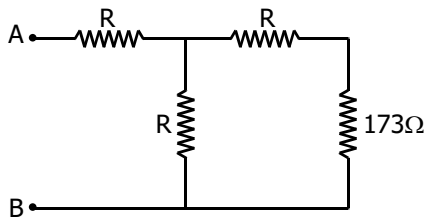
- A) 13 Ω B) 15 Ω C) 26 Ω D) 39 Ω E) 40 Ω

59. Se muestra un circuito eléctrico. Sabiendo que $R = 5$ ohms, determinar la intensidad de corriente I que pasa por el resistor de resistencia de 10 ohms.



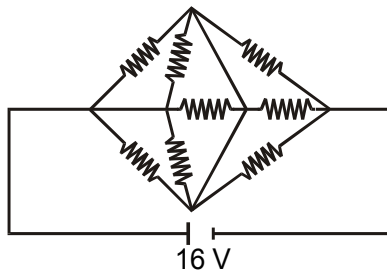
- A) 1,2 A B) 2,4 A C) 3,6 A D) 0,6 A E) 2,0 A

60. En el circuito, ¿Cuál es el valor de R (aproximadamente) de manera que la resistencia equivalente entre los extremos A y B sea 173 ohms?

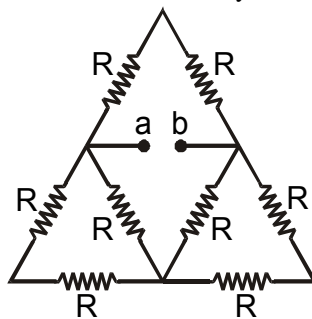


- A) 58 Ω B) 87 Ω C) 100 Ω D) 173 Ω E) 346 Ω

61. Se muestra ocho resistores iguales de resistencia 15 ohms cada uno. Determine la intensidad de corriente eléctrica que entrega la fuerza electromotriz



- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 1,5 A E) 2,5 A
62. Se muestra un conjunto de resistores, todos tienen igual resistencia $R = 5$ ohms. Determine la resistencia equivalente entre los extremos a y b.

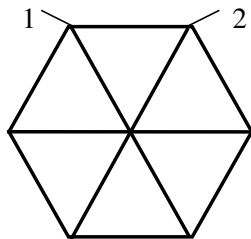


- A) 5Ω B) 6Ω C) 4Ω D) 8Ω E) N.A.

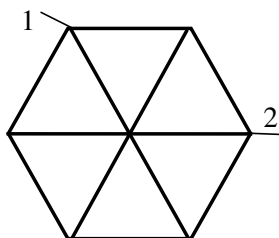
LEY DE OHM, ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS EN SERIE Y PARALELO

1. Un hexágono regular junto con sus diagonales está hecho de alambres delgados. La magnitud de la resistencia de cada alambre es “R”. Determine la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2 como indica la figura.

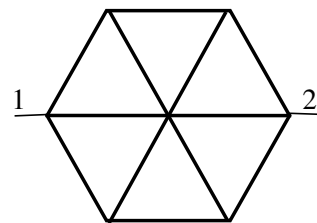
Respuesta: $\frac{8}{15}R$



Para el problema 01



Para el problema 02

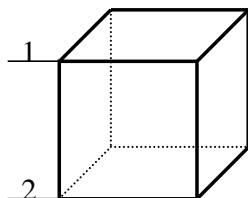


Para el problema 03

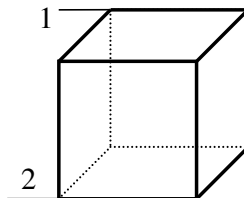
2. Un hexágono regular junto con sus diagonales está hecho de alambres delgados. La magnitud de la resistencia de cada alambre es “R”. Determine la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2 como indica la figura.
3. Un hexágono regular junto con sus diagonales está hecho de alambres delgados. La magnitud de la resistencia de cada alambre es “R”. Determine la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2 como indica la figura.

4. Doce alambres de igual resistencia R cada una constituyen un armazón en forma de cubo. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2.

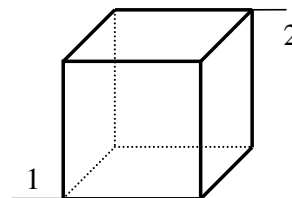
Respuesta: $\frac{7}{12}R$



Para el problema 04



Para el problema 05



Para el problema 06

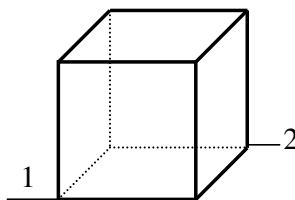
5. Doce alambres de igual resistencia R cada una constituyen un armazón en forma de cubo. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2.

Respuesta: $\frac{3}{4}R$

6. Doce alambres de igual resistencia R cada uno constituyen un armazón en forma de cubo. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2.

Respuesta: $\frac{5}{6} R$

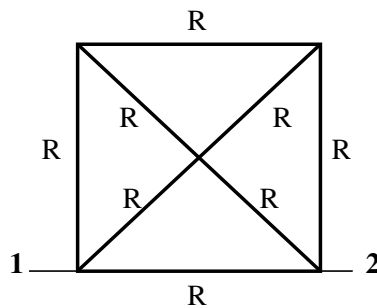
7. Doce alambres de igual resistencia R cada uno constituyen un armazón en forma de cubo. Determinar la resistencia equivalente entre los puntos 1 y 2.



Para el problema 07

Respuesta: $\frac{3}{4} R$

8. La figura muestra un cuadrado con sus diagonales, en cada lado se encuentra instalado un resistor de resistencia " R " y en cada diagonal de resistencia " $2R$ ". Determine la resistencia equivalente entre

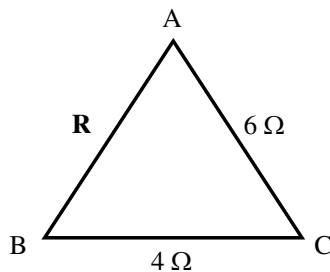


Para el problema 08

los extremos 1 y 2.

Respuesta: $\frac{8}{15} R$

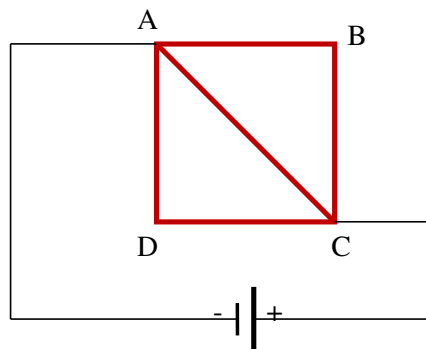
9. Se muestra tres alambres de diferentes resistencias eléctricas. La resistencia equivalente entre A y B es 5 ohms. Calcular la resistencia equivalente entre A y C.



Para el problema 09

- A) $4,2\ \Omega$ B) $4,8\ \Omega$ C) $5,5\ \Omega$ D) $4,5\ \Omega$ E) $5,0\ \Omega$

10. En la figura, los lados de cuadrado ABCD y la diagonal AC han sido construidos con el mismo tipo de alambre conductor. Si la corriente que pasa por la diagonal es de 6 amperes, determinar la



Para el problema 10

intensidad de corriente eléctrica por cada uno de los lados del cuadrado (en A).

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}/2$ C) $2\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) 3

POTENCIA ELÉCTRICA

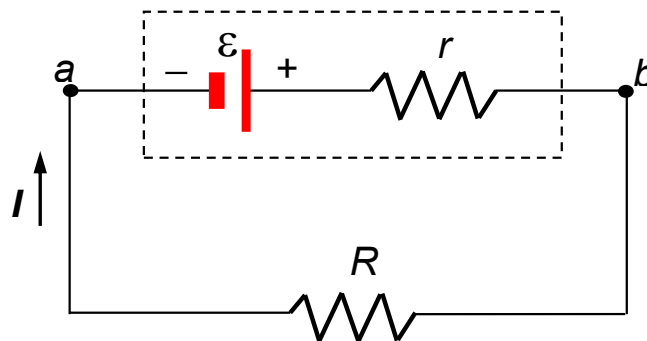
FÓRMULA DE LA POTENCIA ELÉCTRICA



$$P = VI = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

1. FUENTE DE ENERGÍA ELÉCTRICA:

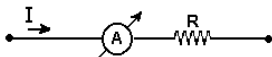
Se denomina así a todo aquel dispositivo que se emplea para convertir alguna forma de energía (térmica, química, mecánica, nuclear) en energía eléctrica. Toda fuente de energía eléctrica (corriente continua) tienen dos zonas bien definidas denominadas bornes o polos, llamándose positivo (+) al que se encuentra a mayor potencial y negativo (-) al que se encuentra a menor potencial. En las pilas voltaicas, durante la transformación de energía ocurren ciertas reacciones químicas, la corriente se debe al **movimiento de iones** positivos y negativos en la solución iónica. Se muestra una pila o batería real que tiene resistencia interna. Se denomina pila ideal a aquella cuya resistencia interna es despreciable.



2. Instrumentos de Medición

Son aquellos instrumentos que permiten determinar la intensidad de corriente eléctrica, la diferencia de voltajes y la resistencia eléctrica.

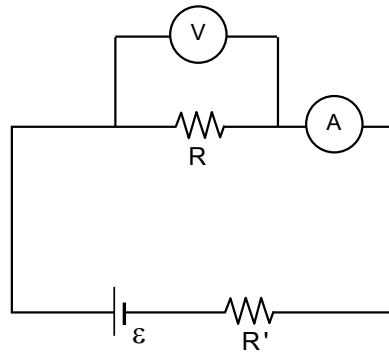
3. Amperímetro



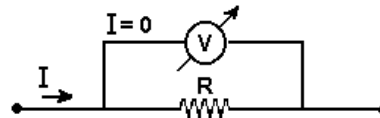
Es un instrumento que mide el valor de la intensidad de corriente eléctrica.

Para que el amperímetro influya lo menos posible en la intensidad de corriente que mide, su resistencia debe ser bien pequeña.

Si consideramos un amperímetro ideal su resistencia interna debe ser nula ($r_i = 0$). Entonces no altera la intensidad de corriente que mide. Notar que el amperímetro se conecta en serie.



4. Voltímetro

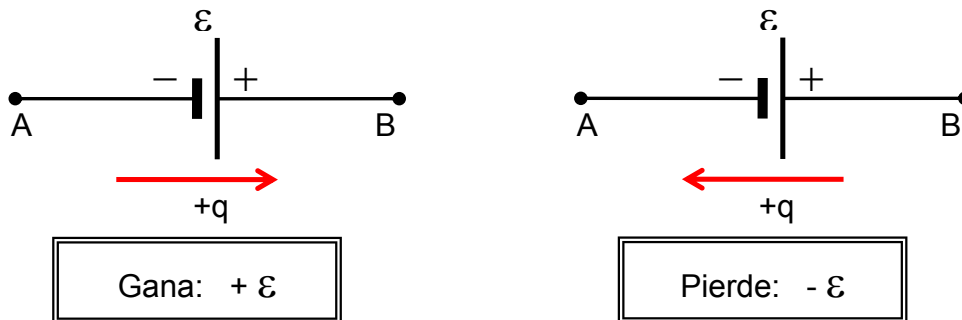


El voltímetro indica el valor absoluto de la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito eléctrico. Para que no se altere esta parte del circuito, por el voltímetro no debe pasar corriente eléctrica, para ellos debe tener una resistencia eléctrica.

Si consideramos el voltímetro ideal su resistencia se considera infinita ($R_{\text{interna}} \rightarrow \infty$)

5. FUERZA ELECTROMOTRIZ:

Se define como la cantidad de trabajo realizado por la fuente de energía (pila, batería) sobre cada unidad de carga libre positiva, para trasladar desde el borne negativo (-) hasta el borne positivo (+). En este caso la unidad de carga positiva gana o recibe una cantidad de energía “ $+\varepsilon$ ”. Cuando la unidad de carga positiva se desplaza desde el borne positivo hacia el borne negativo, pierde energía “ $-\varepsilon$ ”.



$$\varepsilon = \frac{W_{\text{bateria}}^{A \rightarrow B}}{+q} \Rightarrow W_{\text{bateria}}^{A \rightarrow B} = \varepsilon \cdot q$$

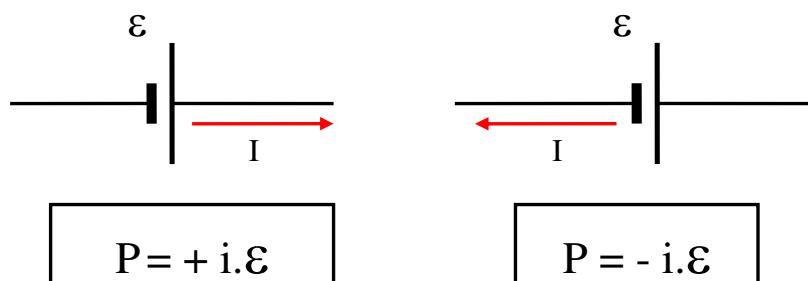
6. POTENCIA ELÉCTRICA DE UNA FUERZA ELECTROMOTRIZ

Se define como la rapidez con que se realiza trabajo, en este caso la fuente de energía realiza el trabajo sobre las partículas electrizadas libres positivas para llevar desde el polo negativo hasta el polo positivo.

$$P = \frac{W_{A \rightarrow B}^{bateria}}{t} = \frac{\varepsilon \cdot q}{t} = \left(\frac{q}{t} \right) \cdot \varepsilon$$

$$P = i \cdot \varepsilon$$

La potencia que entrega o sustrae una fuerza electromotriz, es igual, al producto de la intensidad de corriente eléctrica por la fuerza electromotriz.



(+): La intensidad de corriente fluye del polo negativo hacia el polo positivo de la batería.

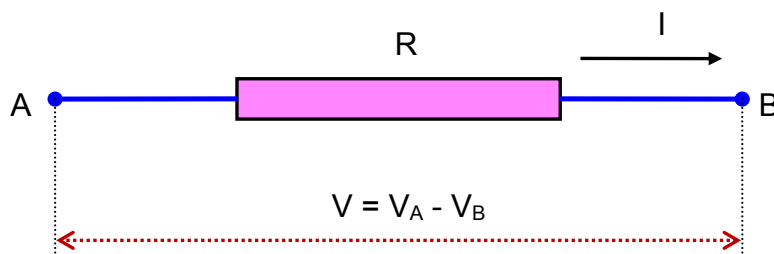
(-): La intensidad de corriente fluye del polo positivo hacia el polo negativo de la batería.

La potencia eléctrica se mide en watt, en honor al físico inglés Jame P. Joule, inventor de la maquina de vapor.

7. POTENCIA ELÉCTRICA DE UNA RESISTENCIA ELÉCTRICA

Todo aparato eléctrico, sea una lámpara, un motor eléctrico a otro cualquiera, esta diseñado para consumir una energía determinada en la unidad de tiempo. Por eso, además del trabajo de la corriente, tiene gran importancia el concepto de potencia de la corriente. El cual se determina como la razón del trabajo realizado por la corriente durante un tiempo “t”.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A \rightarrow B}^{C.E}}{+q} \Rightarrow W_{A \rightarrow B}^{C.E} = (V_A - V_B) \cdot q$$



La cantidad de trabajo realizado es: $W_{A \rightarrow B}^{C.E} = V \cdot q$

Cálculo de la potencia consumida o liberada por el resistor:

$$P = \frac{W_{A \rightarrow B}^{C.E}}{t} = \frac{V \cdot q}{t} = V \cdot \left(\frac{q}{t} \right)$$

La potencia se puede expresar en varias formas equivalentes.

$$P = V \cdot i \quad \dots (1)$$

$$P = i^2 \cdot R \quad \dots (2)$$

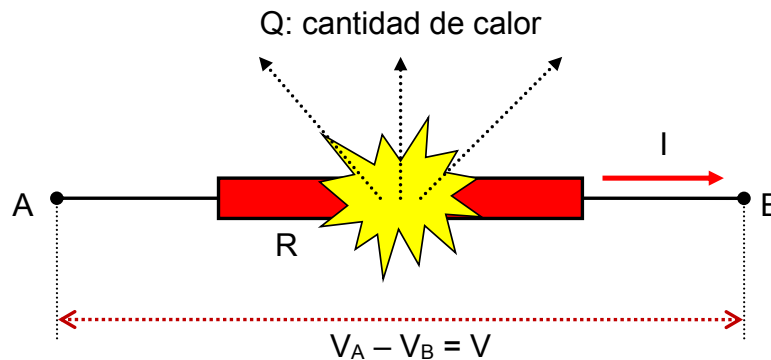
$$P = \frac{V^2}{R} \quad \dots (3)$$

En la mayoría de artefactos se indica la potencia que consume.

8. LEY DE JOULE-LENZ

Por principio de conservación de la energía, la potencia consumida por la resistencia al paso de la corriente, la resistencia libera energía en forma de calor.

$$P = \frac{W_{A \rightarrow B}^{C.E}}{t} = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P \cdot t$$



La cantidad de calor que libera una resistencia la paso de la corriente eléctrica es directamente proporcional a la cantidad de potencia y al tiempo transcurrido.

$$Q = P \cdot t \quad \dots (4)$$

Reemplazando (1), (2) y (3) en 4 tenemos que:

$$Q = V \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{V^2 \cdot t}{R}$$

Q: cantidad de calor (joules)

V: diferencia de potencial (volts)

R: resistencia eléctrica (ohms)

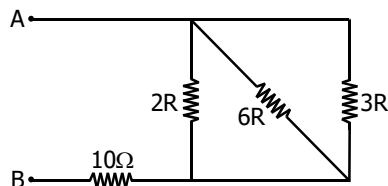
$\Delta t = t$: intervalo de tiempo (segundos)

Equivalencia: 1 joule = 0,24 caloría

A esta misma conclusión, sobre la base de experimentos llegaron independientemente, el uno del otro el científico inglés James P. Joule y el ruso Emilio Lenz. Por esta causa, el principio enunciado mas arriba, lleva el nombre de ley de Joule – Lenz.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Se muestra un tramo de un circuito eléctrico. Si por la resistencia de $3R$ atraviesa una corriente eléctrica de intensidad 2 amperes, determinar la potencia disipada por el resistor de resistencia 10 ohms.



- A) 120 W B) 189 W C) 270 W D) 360 W E) 400 W

Resolución

Los resistores $2R$, $6R$ y $3R$ están conectados en paralelo. Aplicamos la ley de Ohm:

$$\Delta V = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3$$

$$\Delta V = I_1 \cdot (2R) = I_2 \cdot (6R) = I_3 \cdot (3R)$$

$$I_1 \cdot (2R) = I_2 \cdot (6R) = (2A) \cdot (3R)$$

Resolviendo: $I_1 = 3A$, $I_2 = 1A$, $I_3 = 2A$

La intensidad de corriente que atraviesa el resistor de 10 ohms es 6 amperes.

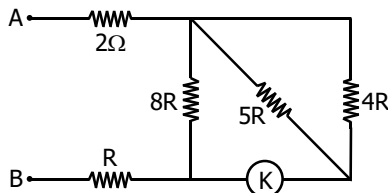
Cálculo de la potencia disipada es:

$$P = i^2 \cdot R \Rightarrow P = (6A)^2 \cdot (10\Omega)$$

$$P = 360 \text{ watts}$$

Respuesta: la potencia eléctrica que disipa el resistor es 360 watts.

EJEMPLO 02: Se muestra un tramo de un circuito. Si el amperímetro ideal “K” indica una lectura de 1,8 amperes, determinar la potencia disipada por el resistor de resistencia 2 ohms.



- A) 1 058 W B) 1 890 W C) 2 700 W D) 3 600 W E) 4 000 W

Resolución

Los resistores 8R, 5R y 4R están conectados en paralelo. Aplicamos la ley de Ohm:

$$\Delta V = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3$$

$$\Delta V = I_1 \cdot (8R) = I_2 \cdot (5R) = I_3 \cdot (4R) \quad \dots (1)$$

$$\text{Analizando solamente 5R y 4R: } I_2 + I_3 = 1,8 \text{ A} \quad \dots (2)$$

$$I_2 \cdot (5R) = I_3 \cdot (4R) \quad \dots (3)$$

Resolviendo (1), (2) y (3): $I_1 = 0,5 \text{ A}$, $I_2 = 0,8 \text{ A}$, $I_3 = 1,0 \text{ A}$

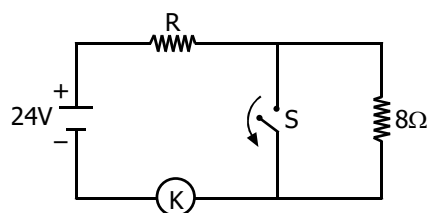
La intensidad de corriente que atraviesa el resistor de 2 ohms es 2,3 amperes.

Cálculo de la potencia disipada:

$$P = i^2 \cdot R \Rightarrow P = (2,3 \text{ A})^2 \cdot (2 \Omega) = 10,58 \text{ watts}$$

Respuesta: la potencia que disipa el resistor es 10,58 W.

EJEMPLO 03: En el circuito mostrado, cuando la llave “S” está cerrada, el amperímetro ideal K indica una lectura de 6 amperes. Determine la potencia disipada por el resistor de resistencia 8 ohms cuando la llave “S” está abierta.



- A) 16 W B) 24 W C) 32 W D) 48 W E) 50 W

Resolución

Cuando la llave “S” está cerrada el resistor de 8 ohms no funciona, está en corto circuito. Aplicando la ley de Ohm:

$$\varepsilon = I \cdot R \Rightarrow 24 = (6) \cdot R$$

El valor de la resistencia es: $R = 4 \Omega$

Cuando la llave “S” está abierta, la resistencia equivalente es: $R_{eq} = 4 \Omega + 8 \Omega = 12 \Omega$

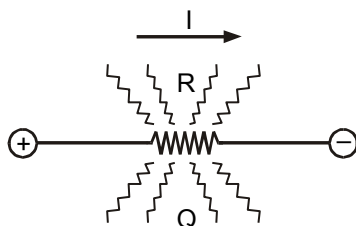
Aplicando la ley de Ohm: $\varepsilon = I \cdot R \Rightarrow 24 = I \cdot (12) \Rightarrow I = 2 \text{ A}$

Cálculo de la potencia disipada:

$$P = i^2 \cdot R \Rightarrow P = (2 \text{ A})^2 \cdot (8 \Omega) = 32 \text{ watts}$$

Respuesta: la potencia que disipa el resistor de 8 ohms es 32 W.

EJEMPLO 04: Por un resistor de resistencia $R = 50 \text{ ohms}$ atraviesa una corriente eléctrica de intensidad 4 amperes. Determine la cantidad de calor que libera en un minuto.



- A) 18 kJ B) 28 kJ C) 38 kJ D) 48 kJ E) 58 kJ

Resolución

Cálculo de la potencia disipada:

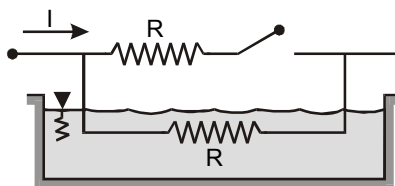
$$P = i^2 \cdot R \Rightarrow P = (4 \text{ A})^2 \cdot (50 \, \Omega) = 800 \text{ watts}$$

La cantidad de calor que libera una resistencia la paso de la corriente electrica es directamente proporcional a la cantidad de potencia y al tiempo transcurrido.

$$Q = P \cdot t \Rightarrow Q = (800 \text{ W}) \cdot (60 \text{ s}) = 48000 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de calor que libera en 60 segundos es 48 kilojoules.

EJEMPLO 05: Se muestra un calentador de agua en el cual ingresa una intensidad de corriente eléctrica $I = 20$ amperes y cada resistor tiene una resistencia $R = 200$ ohms. Si cerramos el interruptor, en cuanto tiempo se logrará calentar 10 litros de agua desde 20°C hasta 68°C .



- A) 100 s B) 110 s C) 130 s D) 140 s E) 150 s

Resolución

PRIMER PASO. Si cerramos el interruptor, la intensidad de corriente que atraviesa, cada resistencia, es 10 amperes.

En cada litro de agua tenemos 1 000 gramos de agua, entonces en 10 litros de agua tenemos 10 000 gramos de agua. La temperatura cambia en 48°C .

SEGUNDO PASO. Cantidad de calor sensible:

$$Q = M \cdot Ce \cdot \Delta t = (10\,000) (1,0) (48) = 480\,000 \text{ calorías}$$

TERCER PASO. Ley de Joule-Lenz: la cantidad de calor que libera una resistencia la paso de la corriente electrica es directamente proporcional a la cantidad de potencia y al tiempo transcurrido. La cantidad de calor expresado en calorías es:

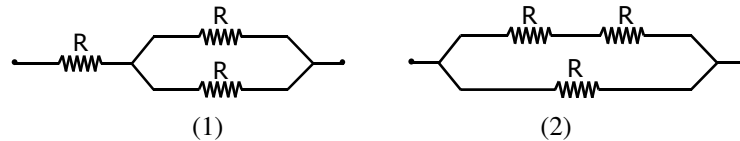
$$Q = 0,24 [P \cdot t] \Rightarrow Q = 0,24 [i^2 \cdot R \cdot t]$$

Reemplazando los datos:

$$480000 = 0,24 [(10)^2 \cdot 200 \cdot t] \Rightarrow t = 100 \text{ s}$$

Respuesta: después de 100 segundos.

EJEMPLO 06: Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) de resistores como se muestra. Ambas se encuentran conectadas a 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir en agua en 18 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?



- A) 10 min B) 8 min C) 6 min D) 4 min E) 2 min

Resolución

PRIMER PASO. Cálculo de la resistencia equivalente de cada arreglo:

$$R_1 = \frac{3R}{2} \quad \text{y} \quad R_2 = \frac{2R}{3}$$

Si la cantidad de volumen de agua es el mismo, entonces necesitan la misma cantidad de calor para hervir.

SEGUNDO PASO. Ley de Joule-Lenz: la cantidad de calor que libera una resistencia la paso de la corriente eléctrica es directamente proporcional a la cantidad de potencia y al tiempo transcurrido. La cantidad de calor es:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow \left[\frac{V^2 \cdot t_1}{R_1} \right] = \left[\frac{V^2 \cdot t_2}{R_2} \right]$$

Reemplazando el voltaje y el valor de las resistencias:

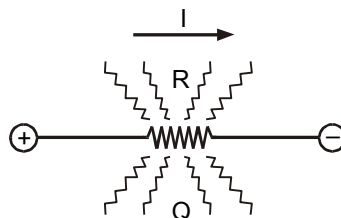
$$\left[\frac{\frac{V^2 \cdot t_1}{3R}}{2} \right] = \left[\frac{\frac{V^2 \cdot t_2}{2R}}{3} \right] \Rightarrow \left[\frac{2 \cdot t_1}{3} \right] = \left[\frac{3 \cdot t_2}{2} \right]$$

Reemplazando el tiempo transcurrido tenemos que:

$$\left[\frac{2 \cdot (18 \text{ min})}{3} \right] = \left[\frac{3 \cdot t_2}{2} \right] \Rightarrow t_2 = 8 \text{ min}$$

Respuesta: después de 8 minutos.

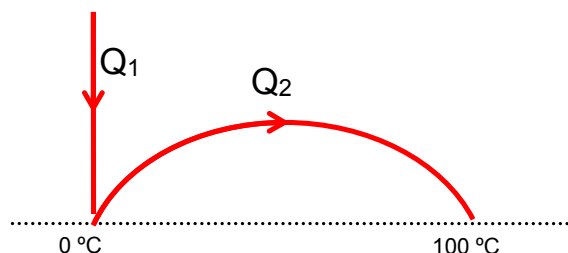
EJEMPLO 07: Un hornillo eléctrico de resistencia $R = 20$ ohms conectado a un tomacorriente de 100 volts. Un bloque de hielo de 240 gramos a 0°C se coloca sobre el hornillo, ¿en cuánto tiempo se podrá obtener 240 gramos de agua a 100°C ? ($1,0 \text{ J} = 0,24 \text{ calorías}$)



- A) 10 min B) 8 min C) 6 min D) 4 min E) 2 min

Resolución

PRIMER PASO. Cálculo de la cantidad de calor que necesita el hielo a 0 °C para transformarse en agua a 100 °C.



Cantidad de calor latente: $Q_1 = M_1 \cdot L_{FUSION} = (240) \cdot (80) = 19\,200 \text{ cal}$

Cantidad de calor sensible: $Q_2 = M_2 \cdot C_e (\text{agua}) \cdot \Delta T = (240) \cdot (1,0) \cdot (100) = 24\,000 \text{ cal}$

Cantidad de calor total: $Q_{TOTAL} = 43\,200 \text{ calorías}$

SEGUNDO PASO. Ley de Joule-Lenz: la cantidad de calor que libera una resistencia la paso de la corriente eléctrica es directamente proporcional a la cantidad de potencia y al tiempo transcurrido. La cantidad de calor expresado en calorías es:

$$Q = 0,24 [P \cdot t] \Rightarrow Q = 0,24 \left[\frac{V^2 \cdot t}{R} \right]$$

Reemplazando los datos:

$$43\,200 = 0,24 \left[\frac{(100)^2 \cdot t}{20} \right] \Rightarrow t = 360 \text{ s}$$

Respuesta: después de 6 minutos.

EJEMPLO 08: Calcular el costo de funcionamiento en un mes de un televisor que durante 24 horas está conectado a una tensión de 200 volts y absorbe una corriente de intensidad 3 ampere, sabiendo que el precio de cada kilowatt-hora es 0,02 soles.

A) 6,64 soles B) 5,64 soles C) 4,3 soles D) 3,3 soles **E) 8,64 soles**

Resolución

PRIMER PASO. Cálculo de la potencia que consume el televisor:

$$P = V \cdot i \Rightarrow P = (200 \text{ volts}) \cdot (3 \text{ A}) = 600 \text{ watts}$$

$$P = 0,6 \text{ kilowatts}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la cantidad de energía en kilowatt-hora

$$Q = P \cdot t \Rightarrow Q = (0,6 \text{ kW}) \cdot (24 \text{ h}) = 14,4 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

$$\text{Costo por día: } C = 14,4 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \frac{0,02 \text{ soles}}{\text{kW} \cdot \text{h}} = 0,288 \text{ soles}$$

$$\text{Costo por mes: } C = 14,4 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \frac{0,02 \text{ soles}}{\text{kW} \cdot \text{h}} (30) = 8,64 \text{ soles}$$

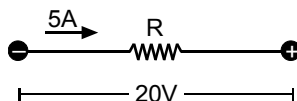
Respuesta: consto de funcionamiento por mes 8,64 soles.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Cuando la intensidad de corriente “I” atraviesa una resistencia eléctrica “R” esta disipa una potencia de 800 watts. Si la intensidad de la corriente disminuye en un 50 %, determinar la potencia disipada por la resistencia.

A) 100 W **B) 200 W** C) 300 W D) 400 W E) 500 W

2. Se muestra una resistencia sometido a una diferencia de potencial de 20 volts, por el cual circula una intensidad de corriente continua de 5 amperes. Determine la cantidad de calor que disipa el resistor en un minuto.



A) 6 kJ B) 8 kJ C) 3 kJ D) 4 kJ E) 5 kJ

3. Por una resistencia de cobre de 20 ohms atraviesa una corriente de intensidad 5 amperes. Determine la cantidad de calor que disipa en 30 segundos.

A) 10 kJ B) 12 kJ C) 15 kJ D) 20 kJ E) 25 kJ

4. Por un elemento resistivo de 4 ohms atraviesa una corriente de intensidad 5 amperes. Determinar la cantidad de calor disipado por la resistencia en un intervalo de 1 minuto.

A) 10 kJ B) 12 kJ C) 5 kJ D) 6 kJ E) 25 kJ

5. Cuando la intensidad de corriente “I” atraviesa una resistencia eléctrica “R” esta disipa una potencia de 800 watts. Si la intensidad de la corriente disminuye en un 40 %, determinar la potencia disipada por la resistencia.

A) 188 W B) 288 W C) 388 W D) 480 W E) 500 W

6. En un cable de transmisión de energía eléctrica existe una caída de potencial de 12,5 volts al paso de la corriente de intensidad 300 amperes. ¿En qué cantidad de calor se ha disipado la energía perdida durante 1 minuto?.

A) 54 kcal B) 12 kcal C) 15 kcal D) 20 kcal E) 25 kcal

7. Calcular el costo de funcionamiento en un mes de una refrigeradora que durante 24 horas está conectada a una tensión de 200 volts y absorbe una corriente de intensidad 4 ampere, sabiendo que el precio de cada kilowatthora es 0,02 soles.

A) 11,52 soles B) 15,64 soles C) 14,3 soles D) 13,3 soles E) 18,64 soles

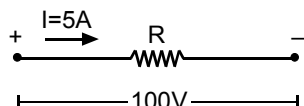
8. Se tiene un horno eléctrico de resistencia 20 ohms conectado a una fuente de 100 volts. Se introduce al horno 240 gramos de hielo a 0 °C, ¿en cuánto tiempo se podrá obtener 240 gramos de agua a 100 °C?.

A) 2 min B) 3 min C) 4 min D) 5 min E) 6 min

9. Se tiene un horno eléctrico de 5 ohms por el cual circula una corriente de intensidad 10 amperes. ¿En cuánto tiempo podrá calentar 240 cm³ de agua desde 40 °C hasta 90 °C?.

A) 0,1 ks B) 1,5 ks C) 0,5 ks D) 2,5 ks E) 3,5 ks

10. Se muestra una resistencia sometido a una diferencia de potencial de 100 volts, por el cual circula una intensidad de corriente continua de 5 amperes. Determine la cantidad de calor que disipa el resistor en un minuto.

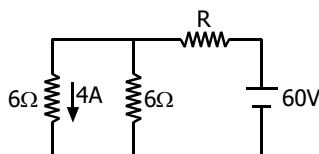


- A) 30 kJ B) 40 kJ C) 35 kJ D) 20 kJ E) 10 kJ

11. Calcular el costo de funcionamiento en un mes de un televisor que durante 24 horas está conectada a una tensión de 200 volts y absorbe una corriente de intensidad 3 ampere, sabiendo que el precio de cada kilowattthora es 0,02 soles.

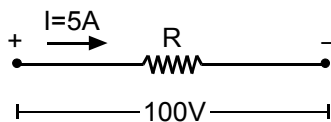
- A) 6,64 soles B) 5,64 soles C) 4,3 soles D) 3,3 soles E) 8,64 soles

12. En el circuito eléctrico mostrado. ¿Qué cantidad de calor (en joules) disipa el resistor “R” en 10 segundos?



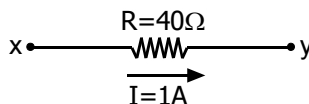
- A) 2 880 J B) 3 880 J C) 4 880 J D) 5 880 J E) 1 880 J

13. Se muestra un resistor R que sirve para calentar 2,4 litros de agua. ¿En cuánto tiempo se podrá elevar la temperatura de 20 °C hasta 70 °C? $Ce(agua) = 1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$



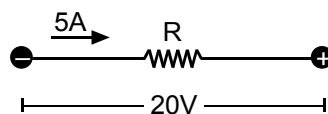
- A) 1 ks B) 1,5 ks C) 0,5 ks D) 2,5 ks E) 3,5 ks

14. Se muestra un resistor R que sirve para calentar 2,4 litros de agua. ¿En cuánto tiempo se podrá elevar la temperatura de 15 °C hasta 65 °C? $Ce(agua) = 1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$



- A) 15,5 ks B) 12,5 ks C) 2,5 ks D) 20,5 ks E) 13,5 ks

15. Se muestra un resistor R que sirve para calentar 2,4 litros de agua. ¿En cuánto tiempo se podrá elevar la temperatura de 10 °C hasta 60 °C? $Ce(agua) = 1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$



- A) 5 ks B) 1 ks C) 2 ks D) 2,5 ks E) 3,5 ks

16. Calcular el costo de funcionamiento en un mes de una lámpara que durante 24 horas está conectada a una tensión de 220 volts y absorbe una corriente de 2 ampere, sabiendo que el precio de cada kilowatthora es 0,02 soles.
A) 6,3 soles B) 5,3 soles C) 4,3 soles D) 3,3 soles E) 3,3 soles
17. Cuando en una casa se tiene funcionado una tostadora de 1,2 kW, un foco de 120 W y un televisor de 600 watts, si el fusible “se quema” tan pronto se enciende un foco de 60 watts, ¿Cuál es aproximadamente el amperaje del fusible en la caja de seguridad?
A) 0,9 A B) 8,7 A C) 9 A D) 9,8 A E) 7 A
18. Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) cuyas resistencias se encuentran instaladas como indica la figura, ambas conectadas a tomacorrientes de 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir agua en 9 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?

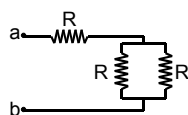


figura (1)

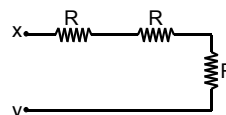


figura (2)

- A) 4,5 min B) 9 min C) 18 min D) 24 min E) 6 min

19. Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) cuyas resistencias se encuentran instaladas como indica la figura, ambas conectadas a tomacorrientes de 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir agua en 5 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?

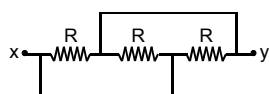


figura (1)

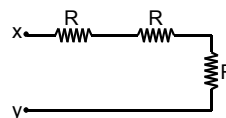


figura (2)

- A) 45 min B) 9 min C) 18 min D) 24 min E) 6 min

20. Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) cuyas resistencias se encuentran instaladas como indica la figura, ambas conectadas a tomacorrientes de 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir agua en 2 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?

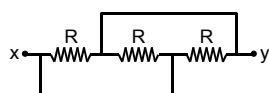


figura (1)

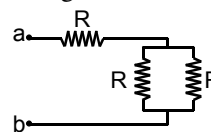


figura (2)

- A) 45 min B) 9 min C) 18 min D) 24 min E) 6 min

21. Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) cuyas resistencias se encuentran instaladas como indica la figura, ambas conectadas a tomacorrientes de 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir agua en 6 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?

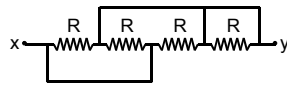


figura (1)

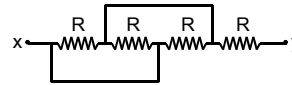


figura (2)

- A) 45 min B) 9 min C) 18 min D) 24 min E) 6 min
22. Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) cuyas resistencias se encuentran instaladas como indica la figura, ambas conectadas a tomacorrientes de 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir agua en 8 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?

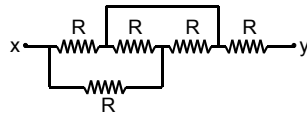


figura (1)

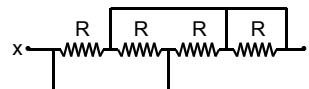
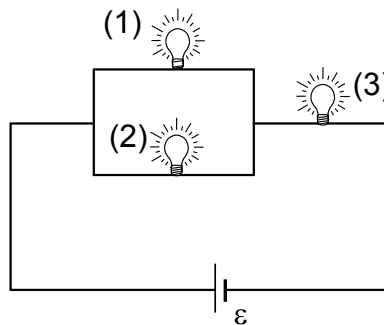


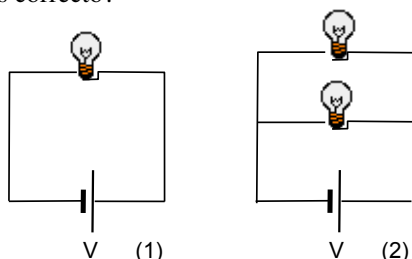
figura (2)

- A) 15 min B) 16 min C) 18 min D) 24 min E) 6 min
23. La figura muestra un circuito con tres pequeños foquitos iguales designados por (1), (2) y (3). Designemos con P_1 y P_3 las potencias emitidas por los foquitos (1) y (3) respectivamente. Al retirar el foquito (2) se cumple que:

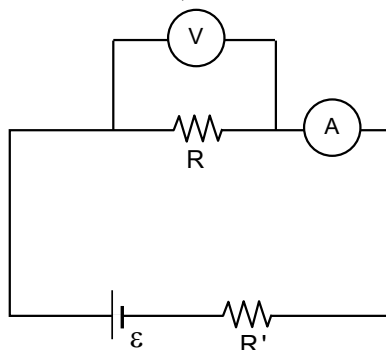


- A) P_1 aumenta y P_3 disminuye
 B) P_1 aumenta y P_3 no varía
 C) P_1 disminuye y P_3 aumenta
 D) P_1 disminuye y P_3 disminuye
 E) P_1 y P_3 no varían.

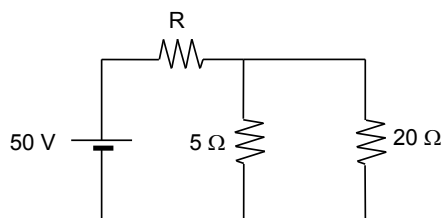
24. Con respecto a los circuitos (1) y (2) en que aparecen focitos de la misma resistencia. ¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?



- A) La batería suministra diferentes potenciales a cada uno de los 3 focos.
 B) La corriente suministrada por la batería es igual en ambos circuitos.
 C) El foquito del circuito (1) brilla más que cualquiera de los foquitos del circuito (2).
 D) La corriente que circula por los foquitos del circuito (2) son diferentes.
 E) La corriente suministrada por la batería es menor en (1) que en (2).
25. Se conectan un voltímetro “V” y un amperímetro “A”, tal como se indica en la figura, si V_0 e I_0 son las lecturas que dichos voltímetro y amperímetro respectivamente, entonces la resistencia R' es: (asuma que la resistencia interna del amperímetro es cero y la del voltímetro es lo suficientemente grande para considerarlo ideal)

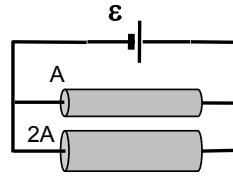


- A) $\frac{V_0}{I_0} + R$ B) $\frac{\varepsilon - V_0}{I_0}$ C) $\frac{V_0}{I_0}$ D) $\frac{\varepsilon}{I_0} + R$ E) $R - \frac{\varepsilon_0}{I_0}$
26. Para el circuito mostrado, determine el valor de la resistencia R (en Ω) tal que la resistencia de 5Ω disipe 320 W.



- A) 1 B) 2 C) 8 D) 16 E) 7

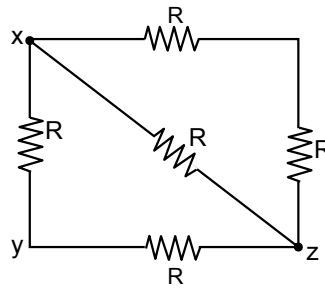
27. La figura muestra dos alambres de cobre de igual longitud y de secciones rectas A y 2A, conectadas a la batería $\mathcal{E}$. Señale la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:



- I. La corriente a través del conductor grueso es mayor que a través del delgado.
 II. La densidad de corriente es mayor en el conductor delgado.
 III. La conductividad eléctrica es la misma en los dos conductores.

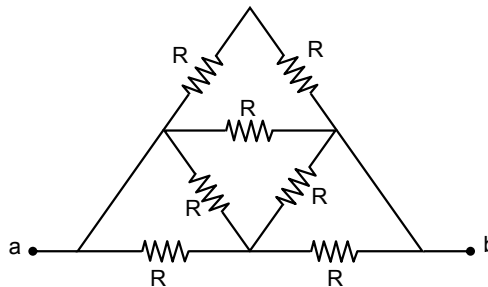
A) VVV **B) VVF** C) FVV D) VFV E) FFF

28. Se muestra las cinco resistencias idénticas, cada una vale $R = 5\Omega$. Determine la razón $\frac{R_{xy}}{R_{xz}}$



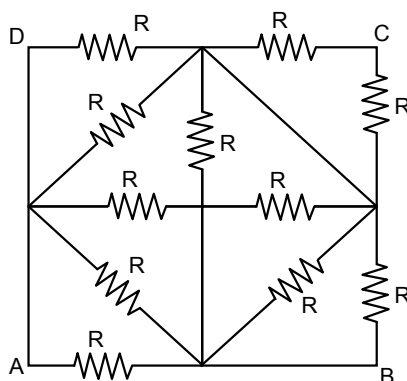
A) 1,05 B) 1,10 C) 1,15 D) 1,20 **E) 1,25**

29. Respecto a la siguiente asociación de resistencias, calcule la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos a y b, si $R = 5\Omega$



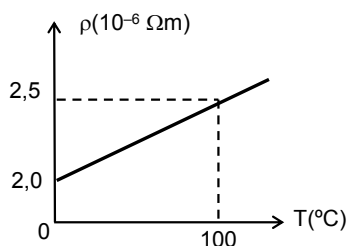
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

30. Determine la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos A y B, si $R = 5\Omega$



- A) 0,23 B) 4,00 C) 6,00 D) 12,00 E) N.A

31. Se muestra la gráfica de la resistividad de un material versus la temperatura. Determine el coeficiente térmico de la resistividad (en $10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)



- A) 25 B) 35 C) 45 D) 65 E) 105

32. El embobinado de un motor eléctrico es de alambre de cobre. Se hará un experimento para observar su calentamiento ya que ésta puede afectar el rendimiento del motor. La resistencia eléctrica total al inicio del experimento es 80Ω ; luego de trabajar durante cierto tiempo es de 120Ω . Determine el incremento de temperatura de la bobina (en $^{\circ}\text{C}$). Considere $\alpha_{\text{T cobre}} = 4 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

- A) 75 B) 95 C) 105 D) 125 E) 145

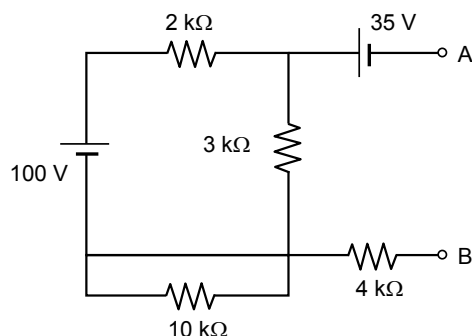
33. Un termómetro resistivo de platino tiene una resistencia de 150Ω a 0°C y aumenta a 200Ω cuando se coloca en una solución. Calcular la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) de la solución, si el coeficiente de resistividad del platino es $4 \times 10^{-3} / ^{\circ}\text{C}$.

- A) 16,67 B) 33,33 C) 58,33 D) 83,33 E) 116,66

34. Si R_s es el equivalente serie y R_p el equivalente paralelo, de tres resistencias iguales, entonces $R_s \div R_p$ es igual a:

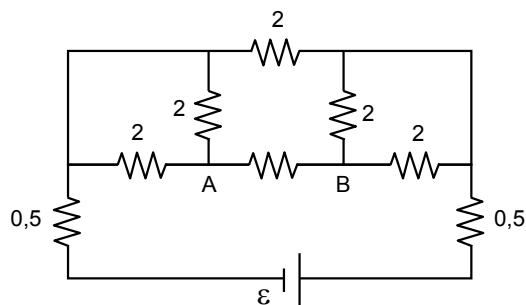
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

35. En el circuito mostrado halle la diferencia de potencial entre A y B, $V_A - V_B$ (en volts).



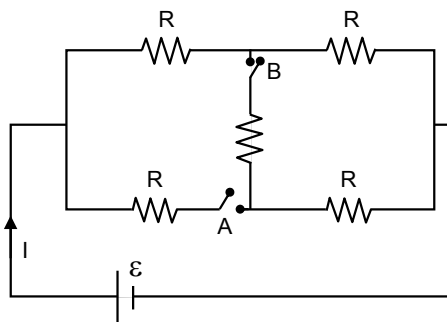
- A) -25 B) -10 C) +10 D) +25 E) +35

36. En el circuito mostrado en la figura, halle la corriente que circula por el conductor A - B (en A), de resistencia 1Ω . Todas las resistencias están en ohm y la f.e.m. es $\varepsilon = 11 \text{ V}$.



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

37. La figura muestra un circuito eléctrico, donde $R = 1 \Omega$, y $\varepsilon = 20 \text{ V}$. Expresé la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I. Si el interruptor A está abierto y B también, entonces $I = 10 \text{ A}$.
 II. Si A está cerrado y B abierto, entonces $I = 20 \text{ A}$.
 III. Si A está abierto y B cerrado, entonces $I = 12 \text{ A}$.

- A) VVV B) VVF C) VFF D) FVV E) FFF

38. Respecto al efecto Joule identifique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

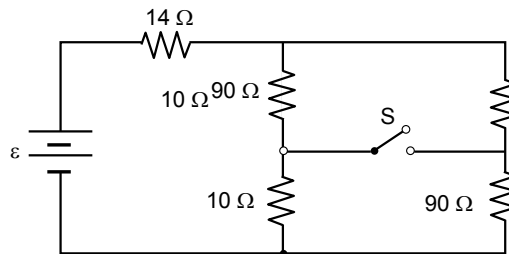
- I. Es la transformación de energía calorífica en energía eléctrica.
- II. Se utiliza en calefacción eléctrica.
- III. Es el trabajo que hace una fuerza de 1N cuando se recorre distancia de 1 m.
- IV. La rapidez con que se produce calor en una resistencia es proporcional al cuadrado de la intensidad de corriente.

A)VVVV B)FFFF C)FV FV D)FVFFF E)VV FV

39. Por una resistencia de $2 \text{ k}\Omega$, pasa una corriente $I = 1 \text{ mA}$. ¿En qué tiempo (en minutos) aproximadamente, esta resistencia puede fundir 1 mg de hielo a 0°C ?

A) 2,4 B) 2,8 C) 3,0 D) 3,2 E) 3,6

40. Determine la potencia (en W) disipada por el siguiente conjunto de resistencias cuando se cierra el interruptor "S"; $\varepsilon = 320 \text{ V}$



A)4800 B)3200 C)1800 D)900 E)1600

41. Determine el valor (en Ω) de la resistencia R para que la potencia entregada por la batería sea de 10 watts.



A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 9

42. Se tiene dos cocinas eléctricas (1) y (2) cuyas resistencias se encuentran instaladas como indica la figura, ambas conectadas a tomacorrientes de 220 volts. Si la cocina (1) hace hervir agua en 6 minutos, ¿en cuánto tiempo hará hervir la misma cantidad de agua la cocina (2)?

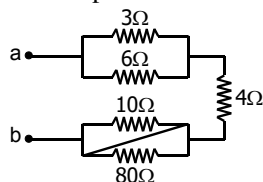


figura (1)

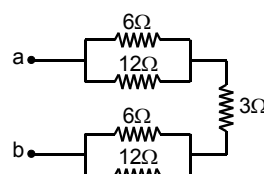


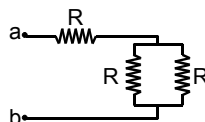
figura (2)

A) 15 min B) 16 min C) 18 min D) 24 min E) 11 min

43. Se tiene dos hornillos eléctricos: “A” de resistencia $2\text{ k}\Omega$ y “B” de resistencia $3\text{ k}\Omega$. Si “A” hace hervir agua en 10 minutos, ¿en cuánto tiempo hace hervir la misma cantidad de agua el hornillo “B”?

A) 15 min B) 16 min C) 18 min D) 24 min E) 11 min

44. En la figura, cada resistencia $R = 1,0\text{ ohm}$ puede disipar hasta una potencia máxima de 9 watts sin calentarse excesivamente. Determinar la potencia máxima que puede disipar el siguiente circuito:

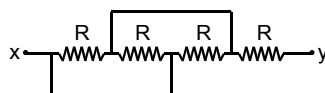


A) 13,5 W B) 16,5 W C) 18,5 W D) 24 W E) 18 W

45. Once focitos de navidad se conectan en serie a un tomacorriente domestico de 220 volts, entonces cada uno disipa 16 watts. Luego se conectan en paralelo al mismo tomacorriente y se observa que se queman. Se compran luego otros once focos iguales y se vuelven a conectar, pero protegido cada uno con una resistencia “R”. Si brillan ahora como los focitos originales, ¿Cuál es el calor de cada resistencia de protección?

A) $250\ \Omega$ B) $200\ \square$ C) $150\ \square$ D) $50\ \square$ E) $25\ \square$

46. En la figura, cada resistencia $R = 1,0\text{ ohm}$ puede disipar hasta una potencia máxima de 9 watts sin calentarse excesivamente. Determinar la potencia máxima que puede disipar el siguiente circuito:



A) 10 W B) 11 W C) 12 W D) 14 W E) 18 W

47. Un foco tiene las siguientes características: 100 watts y 200 volts. Determinar el valor de la resistencia de protección que debe instalarse en serie con el foco, cuando al conjunto se le aplica una diferencia de potencial de 220 volts.

A) $40\ \Omega$ B) $20\ \square$ C) $15\ \square$ D) $50\ \square$ E) $25\ \square$

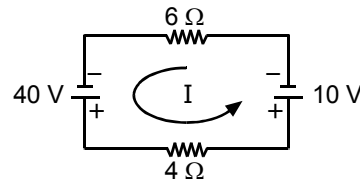
48. Se tiene un foco con las siguientes características: 120 volts y 40 watts. ¿Qué resistencia complementaria hay que conectar en serie con el foco para que su funcionamiento sea normal cuando sea conectado a un tomacorriente de 220 volts?

A) $400\ \Omega$ B) $200\ \square$ C) $300\ \square$ D) $350\ \square$ E) $250\ \square$

49. Cuando la intensidad de corriente “I” atraviesa una resistencia eléctrica “R” esta disipa una potencia de 800 watts. Si la intensidad de la corriente disminuye en un 10 %, determinar la potencia disipada por la resistencia.

A) 148 W B) 248 W C) 348 W D) 548 W E) 648 W

50. Determinar la potencia que entrega o absorbe cada fuerza electromotriz sin resistencia interna.

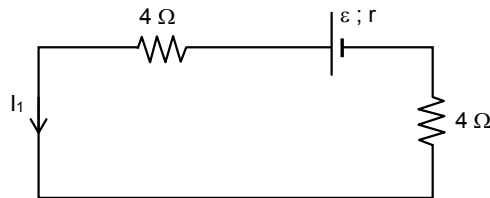


- A) 120 W y -30 W B) 30 W y -120 W C) 180 W y -30 W
D) 120 W y -60 W E) 180 W y -30 W

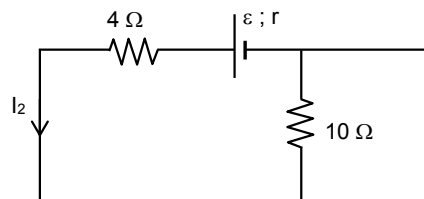
51. Un hervidor de agua conectado a una batería de $\varepsilon = 40 \text{ V}$ y $r = 0,5 \Omega$, genera 0,05 gramos de vapor de agua en cada segundo. Determinése (en Ω) la resistencia del hervidor ($1 \text{ cal} = 4,19 \text{ J}$).

- A) 14,14 B) 13,15 C) 12,12 D) 22,24 E) 27,28

52. En los circuitos que se muestran las baterías son idénticas y la resistencia interna de cada una de ellas es 2Ω ; si $I_1 + I_2 = 12 \text{ A}$, determine ε (en V).



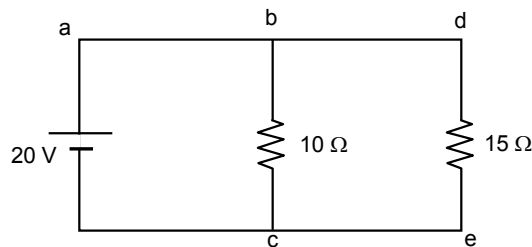
(a)



(b)

- A) 12 B) 20 C) 25 D) 35 E) 45

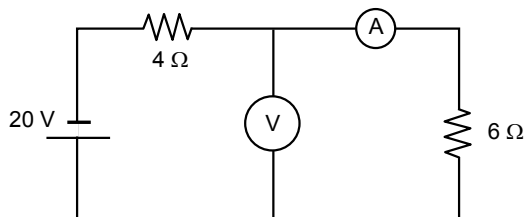
53. Si se usa un amperímetro de resistencia interna $r = 0,5 \Omega$, para hacer medidas en el circuito de la figura, señale cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas (V) o falsas (F)



54. i. Al colocar el amperímetro entre los puntos a y b, la corriente que sale de la fuente disminuye un 20%

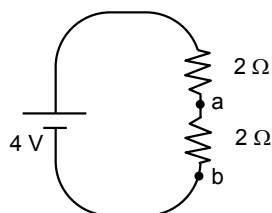
- ii. Al medir la corriente en la resistencia de $10\ \Omega$, ésta aumentó en 16,7%.
- iii. La resistencia del amperímetro es pequeña y se le puede considerar un amperímetro ideal.
- A)VVF B)FVV C)FFF D)VFF E)FVF

55. En el circuito mostrado determine la lectura del amperímetro y voltímetro, si son ideales.



- A)0,0 A y 0,0 V B)2,0 A y 10,0 V C)2,0 A y 12,0 V
- D)0,0 A y 10,0 V E)0,0 A y 20,0 V

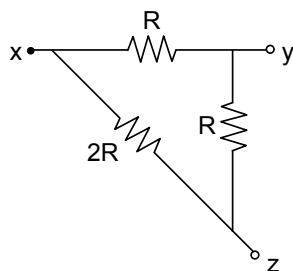
56. En el circuito mostrado en la figura, ¿cuál es el porcentaje de error cometido en la medición de la diferencia de potencial entre a y b cuando por equivocación se usa un voltímetro cuya resistencia interna es igual 2 ohms?



- A)20% B)25% C)30% D)35% E)33%

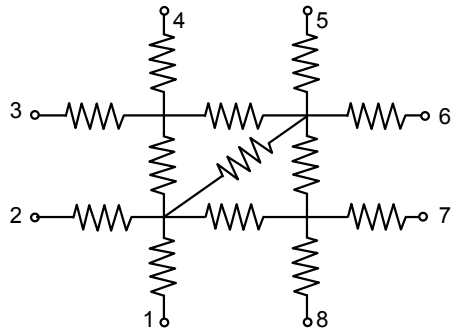
57. La figura muestra un arreglo de resistencias. Sea R_{ij} : la resistencia entre los puntos i y j, halle

$$\frac{R_{xy}}{R_{xz}}.$$



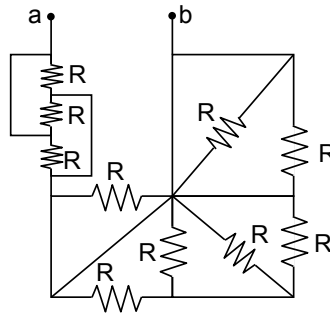
- A) 0,25 B)0,50 C) 0,75 D) 1,25 E) 1,45

58. Se tienen resistencias iguales de valor $R = 36\ \Omega$, dispuestas tal como se muestra. Determine la resistencia (en Ω) equivalente entre los puntos 1 y 5.



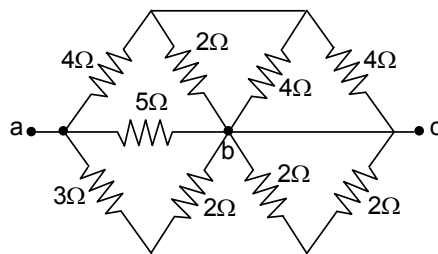
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) ninguna

59. La magnitud de cada resistencia R es de $9\ \Omega$. Determine el valor de la resistencia equivalente (en Ω) entre los puntos a y b



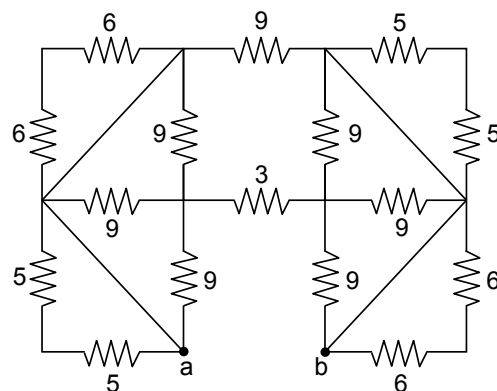
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

60. Para el sistema mostrado, determine (en Ω) la resistencia equivalente entre a y b.



- A) 2 B) $5/3$ C) $4/3$ D) $3/4$ E) $3/5$

61. Halle la resistencia equivalente entre a y b de la siguiente configuración de resistencias (en Ω). Todas las resistencias se expresan en Ω .



- A) 3,0 B) 4,5 C) 6,0 D) 7,5 E) 9,0

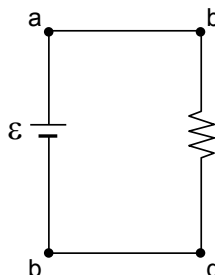
62. Señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. Una fuente de f.e.m es aquella que transforma algún tipo de energía en energía eléctrica.
 II. La magnitud de la f.e.m es el trabajo hecho por la fuente para sostener una corriente en un circuito.

III. La diferencia de potencial en los bornes de una fuente de f.e.m es el valor de la f.e.m.

- A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) FFV

63. La figura muestra una fuente ideal asociada a una resistencia R. Indique las afirmaciones correctas, según corresponda, respecto de la fuerza electromotriz:



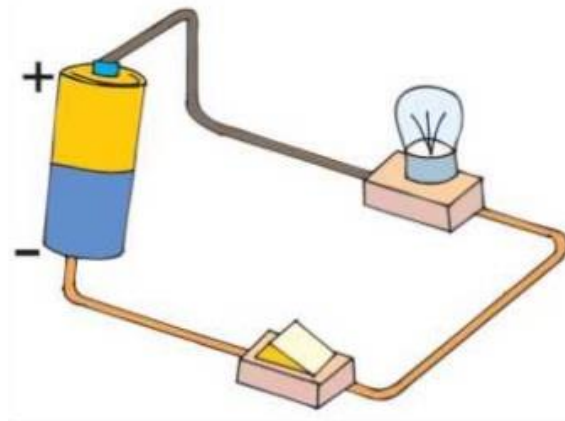
- I. Se expresa en newton.
 II. Es la fuerza que actúa sobre cada portador de “b” hacia “a”.
 III. Tiene dimensiones de $ML^2I^{-1}T^{-3}$

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo I y III

64. Una batería de 12 V de un coche posee una resistencia interna de $0,4 \Omega$. ¿Cuál es la corriente (en A) si se cortocircuita por accidente la batería? ¿Cuál es la tensión entre los bornes cuando la batería suministra una corriente de 20 A para poner en marcha el motor? (en V)

- A) 40 ; 8 B) 30 ; 4 C) 35 ; 5 D) 28 ; 6 E) ninguna

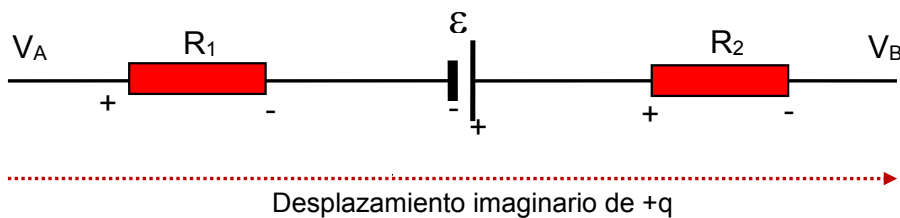
CIRCUITOS ELÉCTRICOS (leyes de Kirchhoff)



1. INTRODUCCIÓN: En 1848, el físico alemán **Gustavo Roberto Kirchhoff** va a restablecer reglas generales para el cálculo de circuitos eléctricos complejos que determinan íntegramente su estado eléctrico, aportando de esta manera dos leyes de gran trascendencia en la electricidad. Son aquellas ecuaciones que permiten determinar la intensidad de corriente que atraviesa cada resistor.

2. TEOREMA DE LA TRAYECTORIA

Esta ecuación es la de mayor utilización en la solución de circuitos eléctricos, sin embargo, para casos especiales en trayectoria abierta (rama eléctrica) comprendida entre dos puntos, se cumple:



$$V_A + \sum fem - \sum I.R = V_B$$

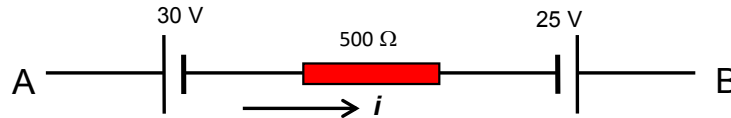
CONSIDERACIONES:

- [1.] La intensidad de corriente eléctrica se desplaza de mayor a menor potencial.
- [2.] Seguimos el sentido de la corriente eléctrica, cuando atraviesa un resistor lo hace de mayor a menor potencial eléctrico, es decir siempre pierde potencial.
- [3.] Si el desplazamiento imaginario es en contra del sentido de la corriente entonces se gana potencial.

[4.] Si la corriente eléctrica se desplaza a través de la fuente de energía (batería) de menor a mayor potencial entonces gana potencial. En caso opuesto pierde potencial.

[5.] La ecuación solo se usa cuando se pide calcular los potenciales eléctricos en puntos especificados en un circuito o para determinar su respectiva diferencia de potencial.

EJEMPLO 01. Se muestra un tramo del circuito eléctrico. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es 50 V, ($V_A - V_B = 50$ volts), determinar la intensidad de corriente (en centiampere) a través de la resistencia eléctrica



A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

E) 11

RESOLUCIÓN

Aplicamos el teorema de la trayectoria. Seguimos a la intensidad de corriente que se desplaza desde A hasta B:

$$V_A - E_1 - i \cdot R + E_2 = V_B$$

Reemplazando:

$$V_A - 30 - i \cdot (500) + 25 = V_B$$

Asociando términos:

$$(V_A - V_B) - i \cdot (500) - 5 = 0$$

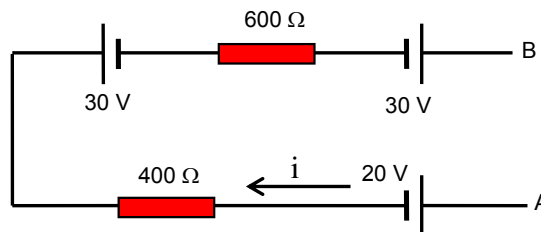
Reemplazando la diferencia de potencial: $(50) - i \cdot (500) - 5 = 0$

Despejando:

$$i = \frac{45V}{500\Omega} = 0,09 A$$

Respuesta: la intensidad de corriente es 9 centiampere.

EJEMPLO 02. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 50$ volts), determinar la intensidad de corriente eléctrica que atraviesa a cada resistencia eléctrica (en centiampere)



A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

RESOLUCIÓN

Aplicamos el teorema de la trayectoria. Seguimos a la intensidad de corriente que se desplaza desde A hasta B:

$$V_A - E_1 - i \cdot R_1 - E_2 - i \cdot R_2 + E_3 = V_B$$

Reemplazando:

$$V_A - 20 - i \cdot (400) - 30 - i \cdot (600) + 30 = V_B$$

Asociando términos:

$$(V_A - V_B) - 20 - i \cdot (400) - 30 - i \cdot (600) + 30 = 0$$

Reemplazando la diferencia de potencial: $(50) - 20 - i \cdot (400) - 30 - i \cdot (600) + 30 = 0$

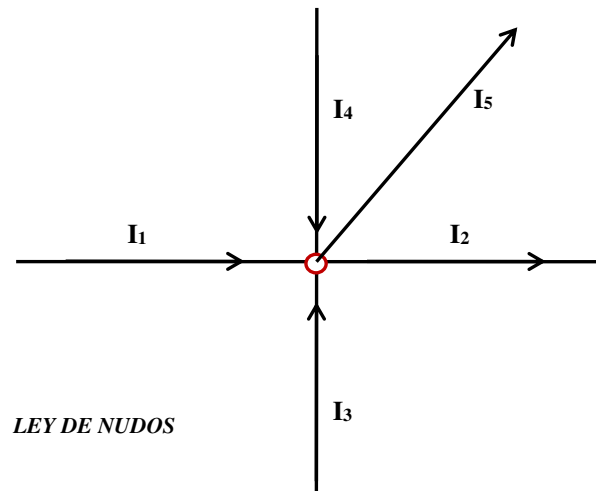
Despejando:

$$i = \frac{30V}{1000\Omega} = 0,03 A$$

Respuesta: la intensidad de corriente es 3 centiampere.

3. PRIMERA LEY DE KIRCHHOFF O LEY DE NUDOS O CORRIENTES.

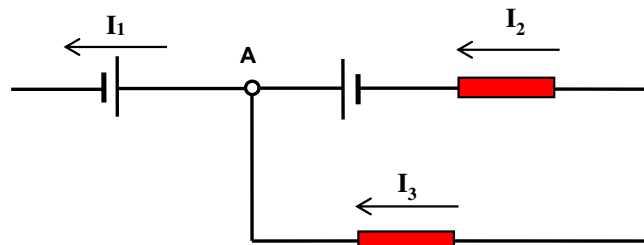
Está basado en el principio de conservación de la carga eléctrica y establece que la suma de corrientes que ingresan a un nudo cualquiera de un circuito, es igual a la suma de corrientes que salen de dicho nudo. En un nudo cualquiera se cumple:



$$\sum I_{LLEGAN} = \sum I_{SALEN}$$

EJEMPLO 01. Determine el valor de I_3 (en A). En el nudo A mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes eléctricas es:

$$I_1 = (4 + y), \quad I_2 = (y + 3), \quad I_3 = (4 - 3y)$$



A) 1

B) 2

C) 3

D) 1,5

E) 2,5

RESOLUCIÓN

Del principio de conservación de las cargas eléctricas, se cumple que:

$$I_{SALEN} = I_{LLEGAN} \text{ entonces } I_1 = I_2 + I_3$$

$$\text{Reemplazando: } 4 + y = (y + 3) + (4 - 3y)$$

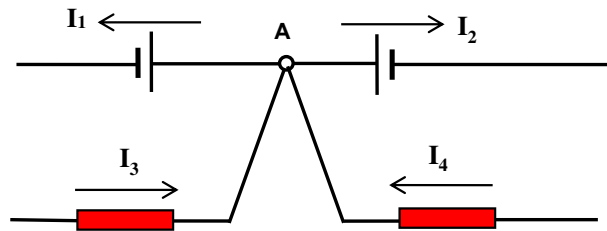
$$\text{Resolviendo: } 3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

$$\text{Las corrientes son: } I_1 = 5 \text{ A; } I_2 = 4 \text{ A; } I_3 = 1 \text{ A}$$

Respuesta: el valor de la intensidad de corriente de I_3 es 1 A.

EJEMPLO 02. Determine el valor de la intensidad de corriente I_4 (en A). En el nudo A mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes es:

$$I_1 = (4 + y), \quad I_2 = (y + 3), \quad I_3 = (4 + 3y), \quad I_4 = (2y - 6)$$



A) 7

B) 6

C) 0

D) 13

E) 2

RESOLUCIÓN

Del principio de conservación de las cargas eléctricas, se cumple que:

$$I_{llegan} = I_{salen} \text{ entonces } I_3 + I_4 = I_1 + I_2$$

Reemplazando: $(4 + 3y) + (2y - 6) = (4 + y) + (y + 3)$

Resolviendo: $3y = 9 \Rightarrow y = 3$

Las corrientes son: $I_1 = 7 \text{ A}$; $I_2 = 6 \text{ A}$; $I_3 = 13 \text{ A}$; $I_4 = 0 \text{ A}$

Respuesta: el valor de la intensidad de corriente de I_4 es 0 A.

4. SEGUNDA LEY DE KIRCHHOFF O LEY DE MALLAS O VOLTAJES.

Esta ley está basada en el principio de conservación de la energía y establece que la suma algebraica de los voltajes en una malla cualquiera de un circuito cerrado, siempre debe ser igual a cero.

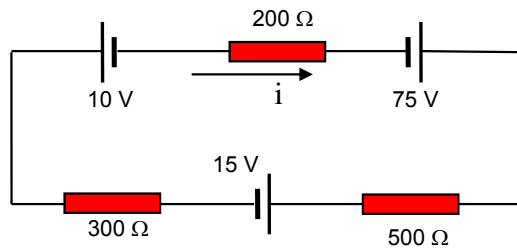
$$\sum_1^m fem_j - \sum_1^n I_i \cdot R_i = 0$$

En el caso particular de un **circuito simple** se cumple que:

$$\sum fem = I \cdot R_E$$

La sumatoria de **fuerzas electromotrices** (f.e.m.) en un circuito cerrado, es igual al producto de la intensidad de corriente por la resistencia equivalente.

EJEMPLO 03. En el circuito mostrado determine la cantidad de intensidad de corriente eléctrica que atraviesa a las resistencias (en centiampere)



A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

RESOLUCIÓN

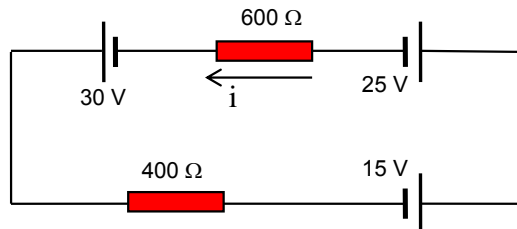
Aplicamos la ley de voltajes. Seguimos a la intensidad de corriente que se desplaza en sentido horario. $\Sigma f.e.m = i.R_{equ}$

$$75V - 15V - 10V = i.(500\Omega + 300\Omega + 200\Omega)$$

$$i = \frac{\Sigma f.e.m}{R_{equ}} = \frac{50V}{1000\Omega} = 0,05 A$$

Respuesta: la intensidad de corriente es 5 centiampere.

EJEMPLO 04. En el circuito mostrado determine la intensidad de corriente eléctrica (en centiampere) que atraviesa las resistencias.



A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

RESOLUCIÓN

Aplicamos la ley de voltajes. Seguimos a la intensidad de corriente que se desplaza en sentido antihorario. $\Sigma f.e.m = i.R_{equ}$

$$30V + 15V - 25V = i.(600\Omega + 400\Omega)$$

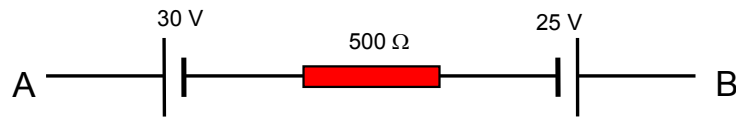
$$i = \frac{\Sigma f.e.m}{R_{equ}} = \frac{20V}{1000\Omega} = 0,02 A$$

Respuesta: la intensidad de corriente es 5 centiampere.

5. POTENCIAL EN TIERRA. Se debe tener presente también que los puntos conectados a tierra tienen un potencial igual a cero. ($V_{tierra} = 0$)

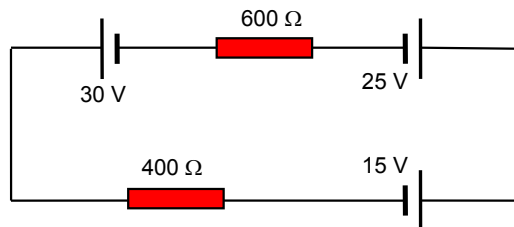
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 50$ volts), determinar la intensidad de corriente (en centiampere) a través de la resistencia eléctrica



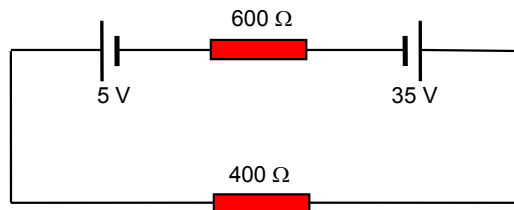
- A) 7 B) 8 **C) 9** D) 10 E) 11

2. En el circuito mostrado determine la intensidad de corriente eléctrica (en centiampere) que atraviesa las resistencias.



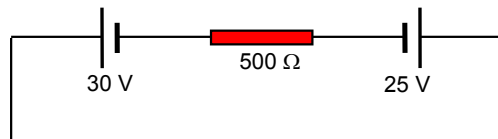
- A) 2** B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. En el circuito mostrado determine la intensidad de corriente eléctrica (en centiampere) que atraviesa las resistencias.



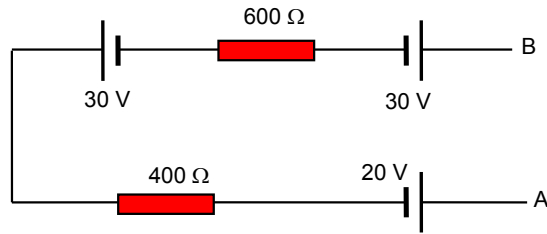
- A) 2 **B) 3** C) 4 D) 5 E) 6

4. En el circuito mostrado determinar la intensidad de corriente eléctrica que atraviesa la resistencia eléctrica (en centiampere)



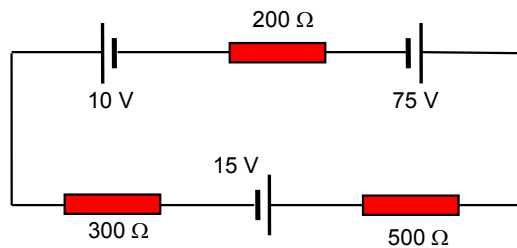
- A) 1** B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 80$ volts), determinar la intensidad de corriente eléctrica que atraviesa la resistencia eléctrica (en centiampere)



- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 **E) 6**

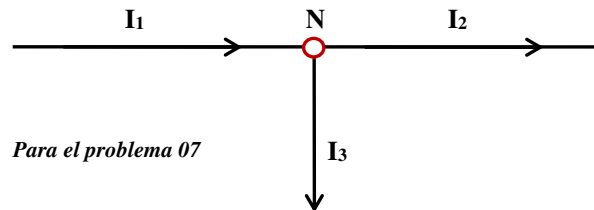
6. En el circuito mostrado determine la cantidad de intensidad de corriente eléctrica que atraviesa a las resistencias (en centiampere)



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 **E) 5**

7. Determine el valor de “y”. En el nudo mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes:

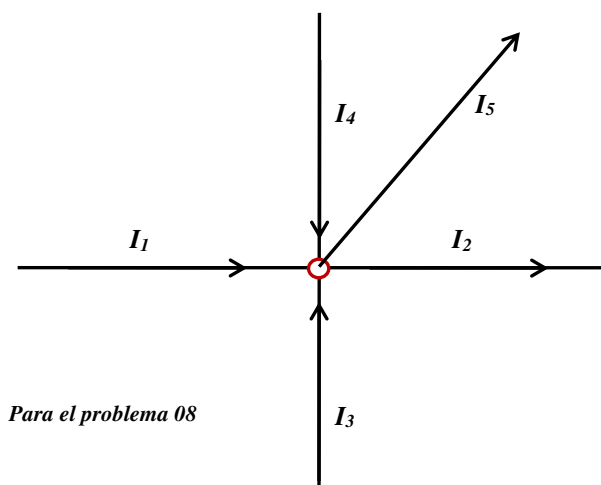
$$I_1 = (4 + y); \quad I_2 = (y + 3); \quad I_3 = (4 - 3y);$$



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 1,5 E) 2,5

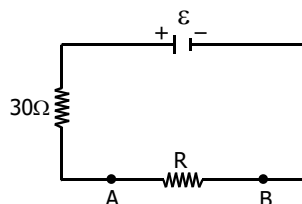
8. Determine el valor de “y”. En el nudo mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes es:

$$I_1 = (4 + y); \quad I_2 = (y + 3); \quad I_3 = (4 + 3y); \quad I_4 = (2y - 5); \quad I_5 = (5 + y)$$



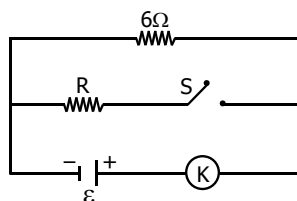
- A) 1,25 B) 1,35 C) 1,50 D) 1,75 E) 2,25

9. En el circuito mostrado la diferencia de potencial entre los extremos A y B es 40 volts y la corriente que circula por ella es 10 A. Determine la fuerza electromotriz de la fuente de energía eléctrica.



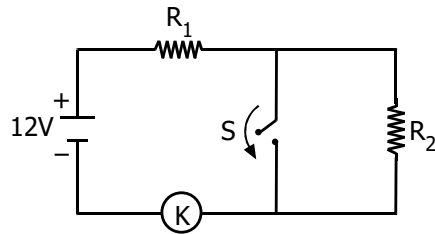
- A) 340 V B) 380 V C) 400 V D) 420 V E) 520 V

10. La fuerza electromotriz tiene resistencia interna despreciable. Calcular el valor de R si cuando se abre la llave "S" el amperímetro ideal K indica una lectura de 5 amperes y cuando "S" está cerrado indica 15 amperes.



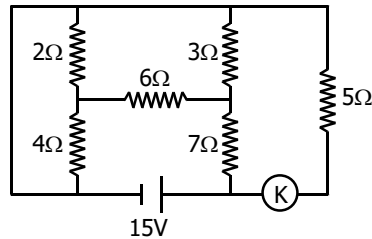
- A) 2 Ω B) 3 Ω C) 4 Ω D) 5 Ω E) 6 Ω

11. Se muestra una f.e.m. de resistencia interna nula. Calcular R_2 sabiendo que cuando la llave "S" está abierto, el amperímetro ideal K indica una lectura de 2 amperes y cuando "S" está cerrado indica 3 amperes.



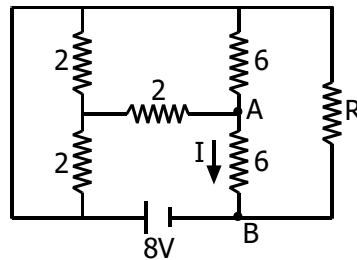
- A) $2\ \Omega$ B) $3\ \Omega$ C) $4\ \Omega$ D) $5\ \Omega$ E) $6\ \Omega$

12. En el circuito eléctrico mostrado la f.e.m. tiene resistencia interna despreciable. Determinar la lectura en el amperímetro ideal “K”.



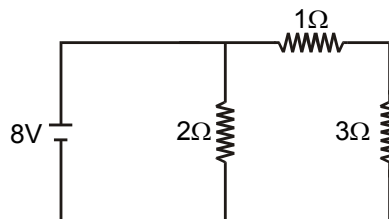
- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

13. En el circuito eléctrico mostrado, determinar el valor de la corriente “I” entre A y B. Todas las resistencias se miden en ohms.



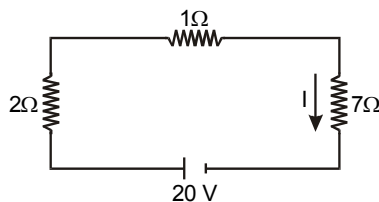
- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

14. Determine la intensidad de corriente que atraviesa el resistor de resistencia 3 ohms.



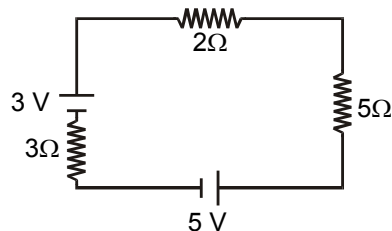
- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

15. Determine la intensidad de corriente que atraviesa el resistor de resistencia 7 ohms.



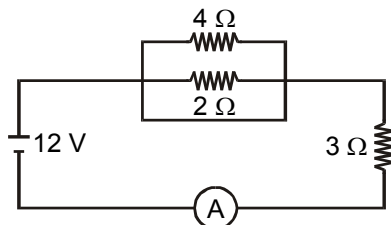
- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

16. Determine la intensidad de corriente que atraviesa el resistor de resistencia 3 ohms.



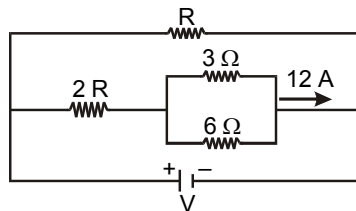
- A) 0,1 A B) 0,2 A C) 0,3 A D) 0,4 A E) 0,5 A

17. Determine la lectura en el amperímetro ideal (la resistencia interna es nula).



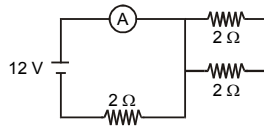
- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

18. Determine la intensidad de corriente que atraviesa el resistor de resistencia 3 ohms.



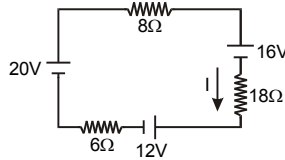
- A) 8 A B) 7 A C) 6 A D) 4 A E) 5 A

19. Determine la lectura que señala el amperímetro ideal (la resistencia interna es nula).



- A) 9 A B) 6 A C) 3 A D) 4 A E) 5 A

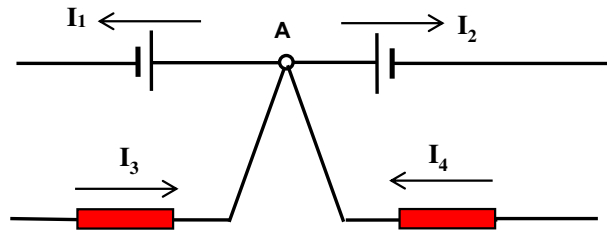
20. Determine la intensidad de corriente que atraviesa el resistor de resistencia 18 ohms.



- A) 0,1 A B) 0,25 A C) 0,3 A D) 0,4 A E) 0,5 A

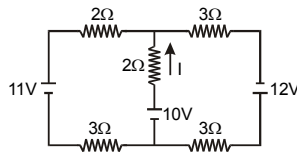
21. Determine el valor de la intensidad de corriente I_4 (en A). En el nudo A mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes es:

$$I_1 = (4 + y), \quad I_2 = (y + 3), \quad I_3 = (4 + 3y), \quad I_4 = (2y - 6)$$



- A) 7 B) 6 C) 0 D) 13 E) 2

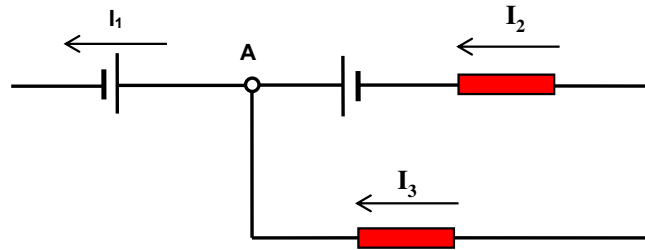
22. En el circuito mostrado, determine la intensidad de corriente I.



- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) N.A.

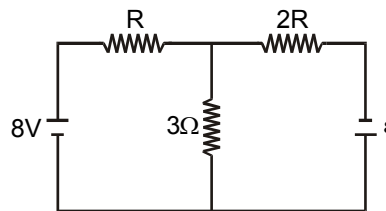
23. Determine el valor de I_3 (en a). En el nudo A mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes eléctricas es:

$$I_1 = (4 + y), \quad I_2 = (y + 3), \quad I_3 = (4 - 3y)$$



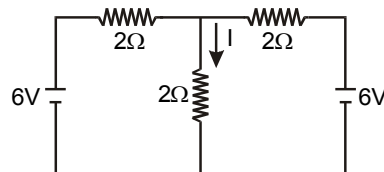
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 1,5 E) 2,5

24. Sabiendo que a través de la resistencia de 3 ohms no pasa corriente eléctrica, determine el valor de la fuerza electromotriz.



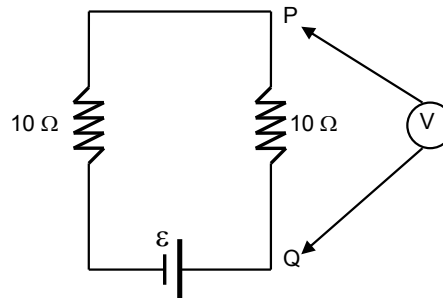
- A) 8 V B) 16 V C) 3 V D) 4 V E) 20 V

25. En el circuito mostrado, determine la intensidad de corriente I.



- A) 1 A B) 2 A C) 3 A D) 4 A E) N.A.

26. Para medir la diferencia de potencial entre los puntos P y Q del circuito mostrado, se conecta un voltímetro V entre dichos puntos. Si la resistencia interna del voltímetro es $R = 1000$ ohms, ¿en qué porcentaje varía la diferencia de potencial entre P y Q por causa del voltímetro?

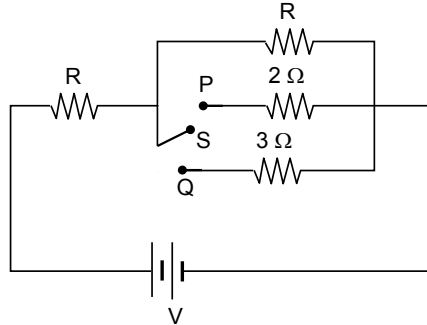


- A) 0,39 % B) 0,49 % C) 0,59 % D) 0,69 % E) 0,79 %

27. Un foco tiene las siguientes características: 100 watts y 200 volts. Determinar el valor de la resistencia de protección que debe instalarse en serie con el foco, cuando al conjunto se le aplica una diferencia de potencial de 220 volts.

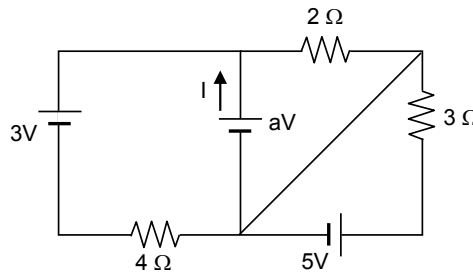
A) $40\ \Omega$ B) $20\ \Omega$ C) $15\ \Omega$ D) $50\ \Omega$ E) $25\ \Omega$

28. Por el circuito mostrado circula una corriente total I_P cuando el interruptor S se conecta a P y I_Q cuando S se conecta a Q. Calcule I_P/I_Q cuando $R = 1\ \Omega$.



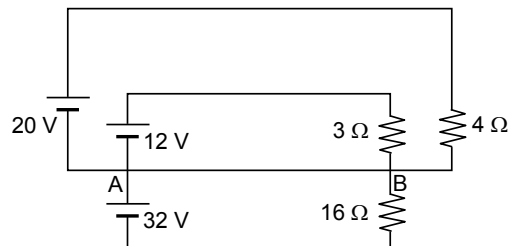
A) $\frac{44}{35}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{21}{20}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{21}{11}$

29. En el circuito de la intensidad de corriente eléctrica es $I=2A$. Determine el valor de "a".



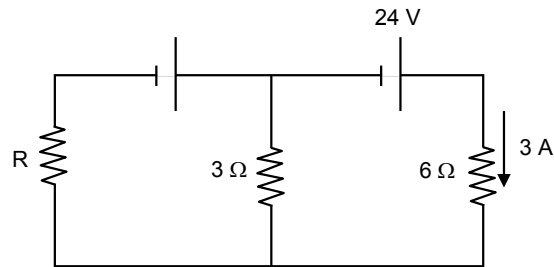
A) 10 B) 5 C) 12 D) 15 E) N.A

30. Calcular la intensidad de corriente que pasa por el conductor AB del circuito mostrado (en A).



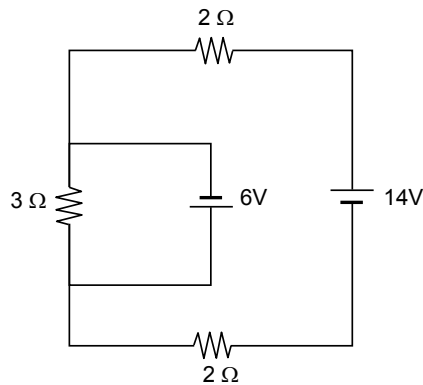
A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

31. En el circuito mostrado, calcular la intensidad de corriente eléctrica (en A) a través de R. Las dos fuerzas electromotrices son iguales.



- A)1 B)3 C)5 D)7 E) ninguna

32. Para el circuito mostrado, calcule la potencia eléctrica (en W) que suministra la batería ideal de 6 V.

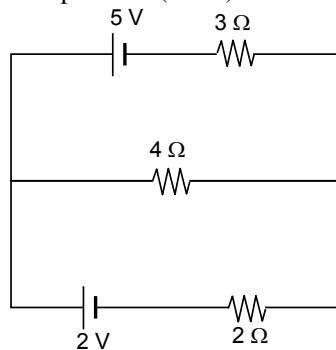


- A)8 B)18 C)28 D)34 E)42

33. Una termo eléctrica comercial de 50 litros demora media hora en calentar el agua de 20 °C a 70 °C. Calcular su resistencia eléctrica si la tensión es de 220 V (capacidad calorífica de la termo: 150 cal/°C)

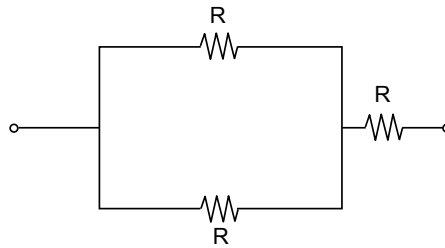
- A)8 Ω B)16 Ω C)24 Ω D)32 Ω E)40 Ω

34. En el circuito mostrado, determine la potencia (en W) consumida por la resistencia de 4 ohms.



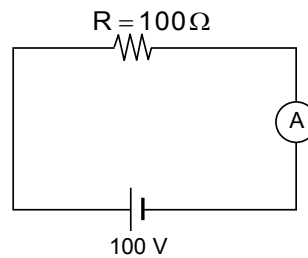
- A) 1,3 B) 1,4 C) 1,5 D)1,6 E)1,7

35. En la siguiente figura, cada resistencia, $R=3$ ohms, puede disipar hasta una potencia máxima de 9 watts, sin calentarse excesivamente, halle la potencia máxima que puede disipar el circuito (en W).



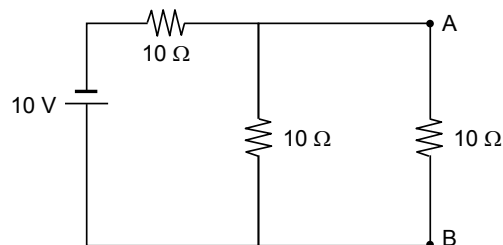
- A) 10,5 B) 13,5 C) 15,0 D) 16,5 E) 18,0

36. El error del instrumento mostrado es de 1%. Determine el valor de la resistencia interna (en Ω) del amperímetro "A".



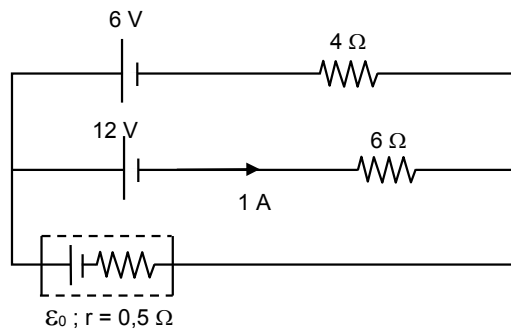
- A) 0,5 B) 0,8 C) 1,0 D) 1,2 E) 1,5

37. Al medir V_{AB} se encuentra que el error en la medición es de 24%. ¿Cuál es, aproximadamente, la resistencia interna (en Ω) del voltímetro utilizado?

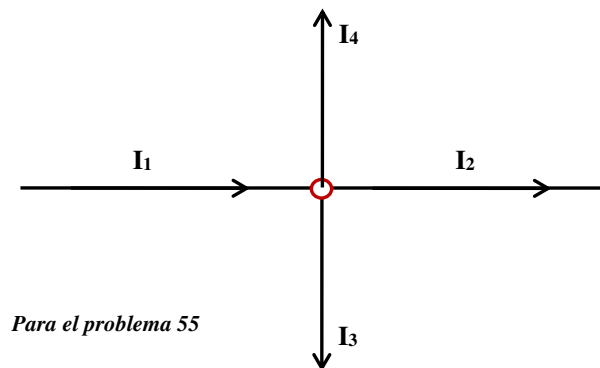


- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

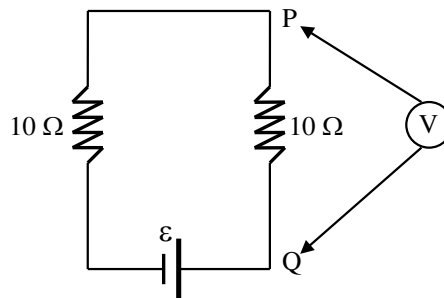
38. En el circuito mostrado, calcular la fuerza electromotriz (en V) de la fuente $\mathcal{E}_0$.



- A) 12 B) 18 C) 16 D) 24 E) 20
39. Calcular el costo de funcionamiento en un mes de una lámpara que durante 24 horas está conectada a una tensión de 220 volts y absorbe una corriente de 2 ampere, sabiendo que el precio de cada kilowatt hora es 0,02 soles.
A) 6,3 soles B) 5,3 soles C) 4,3 soles D) 3,3 soles E) 3,3 soles
40. Cuando en una casa se tiene funcionando una tostadora de 1,2 kW, un foco de 120 W y un televisor de 600 watts, si el fusible “se quema” tan pronto se enciende un foco de 60 watts, ¿Cuál es aproximadamente el amperaje del fusible en la caja de seguridad?
A) 0,9 A B) 8,7 A C) 9 A D) 9,8 A E) 0,7 A
41. Determine el valor de “y”. En el nudo mostrado se sabe que el valor de las intensidades de corrientes:
 $I_1 = (4 + y)$; $I_2 = (y + 3)$; $I_3 = (4 + 3y)$; $I_4 = (2y - 5)$



- A) 1,5 B) 3,0 C) 2,5 D) 4,5 E) 0,4
42. Para medir la diferencia de potencial entre los puntos P y Q del circuito mostrado, se conecta un voltímetro V entre dichos puntos. Si la resistencia interna del voltímetro es $R = 1000$ ohms, ¿en qué porcentaje varía la diferencia de potencial entre P y Q por causa del voltímetro?
(Examen UNI 2005 – I)



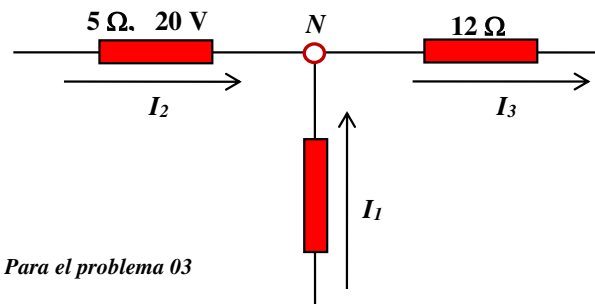
Para el problema 43

- A) 0,39% B) 0,49 % C) 0,59 % D) 0,69 % E) 0,79 %

43. Por una resistencia de 10 ohms pasa una resistencia de 5 amperes durante 4 minutos. ¿Cuántos electrones pasan durante ese intervalo de tiempo? Considere la cantidad de carga del electrón igual a $1,6 \times 10^{-19}$ C. (Examen UNI 2006 – II)

- A) $1,25 \times 10^{21}$ B) $2,50 \times 10^{21}$ C) $3,70 \times 10^{21}$
D) $7,50 \times 10^{21}$ E) $12,50 \times 10^{21}$

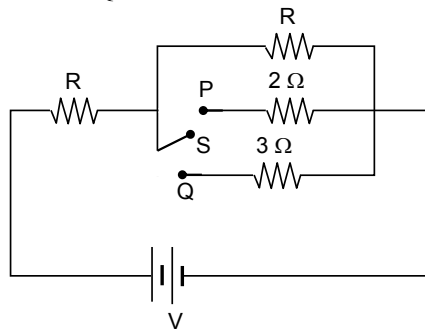
44. En el circuito se sabe que $I_2 = 6,0$ A. ¿Cuál es la magnitud (en A) y orientación de I_3 en el nudo mostrado?



Para el problema 03

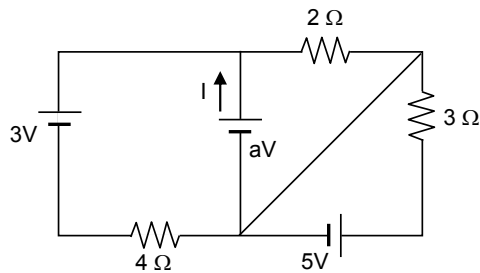
- A) 2 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

45. Por el circuito mostrado circula una corriente total I_P cuando el interruptor S se conecta a P y I_Q cuando S se conecta a Q. Calcule I_P/I_Q cuando $R = 1\Omega$.



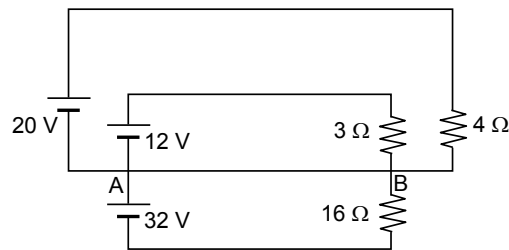
- A) $\frac{44}{35}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $\frac{21}{20}$ D) $\frac{11}{20}$ E) $\frac{21}{11}$

46. En el circuito de la figura $I = 0,6 \text{ A}$. Determine el valor de “a” (en volt).



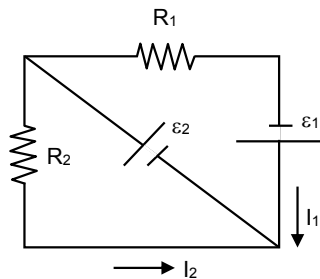
- A) 10 B) 5 C) 12 D) 15 E) 20

47. Calcule la intensidad de corriente que pasa por el conductor AB del circuito mostrado (en A)



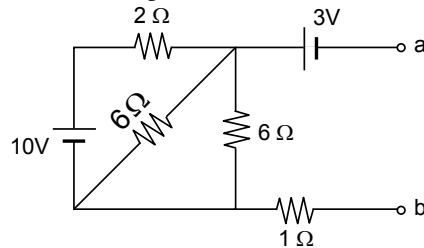
- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

48. En la figura todas las unidades están en el SI; $R_1 = 3R_2$ y $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$. Halle $I_2 \div I_1$.



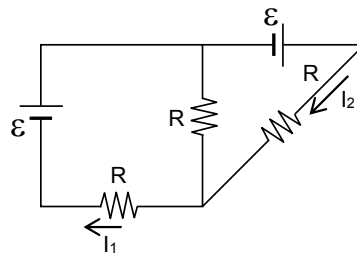
- A) 0,25 B) 0,50 C) 0,75 D) 1,00 E) 1,25

49. En el circuito mostrado la diferencia de potencial, en volt, entre los puntos a y b es:



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

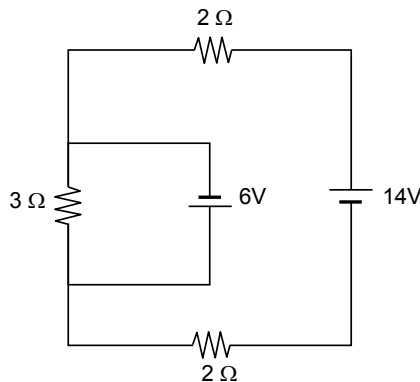
50. La figura muestra un circuito de corriente continua, halle $I_1 + I_2$ en términos de ε y R .



- A) $\frac{\varepsilon}{2R}$ B) $\frac{\varepsilon}{R}$ C) $\frac{2\varepsilon}{R}$ D) $\frac{5\varepsilon}{2R}$ E) $\frac{3\varepsilon}{R}$

51. Para el circuito mostrado, calcule la potencia (en W) que suministra la batería ideal de 6 V.

- A) 8
B) 18
C) 28
D) 34
E) 42

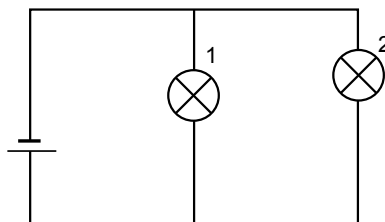


52. Una therma eléctrica comercial de 50 litros demora media hora en calentar el agua de 10 °C a 60 °C. Calcule su resistencia eléctrica si la tensión es de 220 V (capacidad calorífica de la therma: 150 cal/°C)

- A) 8 Ω B) 16 Ω C) 24 Ω D) 32 Ω E) ninguna

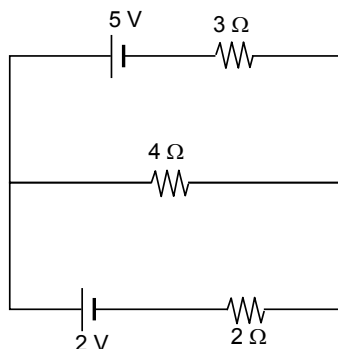
53. En el circuito adjunto, los focos son idénticos, establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- Si se desconecta el foco 2, entonces el foco 1 consume más potencia.
- La potencia total consumida por los focos 1 y 2 es igual a la potencia útil entregada por la f.e.m.
- Si se desconecta el foco 1, entonces disminuye la intensidad luminosa del foco 2.

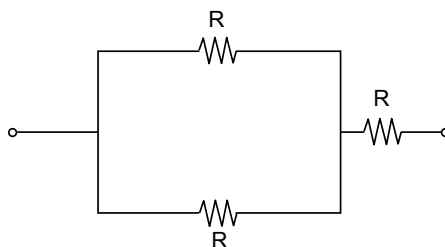


- A) VVV B) VFF C) VFV D) FVF E) FVV

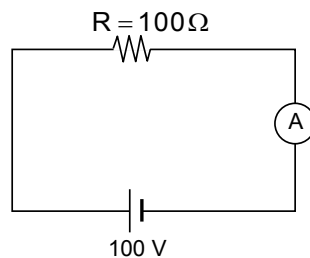
54. En el circuito mostrado en la figura, determine la potencia (en W) consumida por la resistencia de 4Ω .



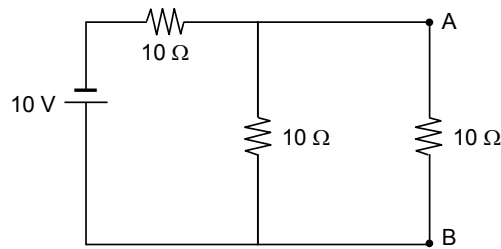
- A) 1,3 B) 1,4 C) 1,5 D) 1,6 E) ninguna
55. En el circuito mostrado cada resistencia, $R = 3\Omega$ puede disipar hasta una potencia máxima de 9 watts, sin calentarse excesivamente, halle la potencia máxima que puede disipar el circuito (en W).



- A) 10,5 B) 13,5 C) 15,0 D) 16,5 E) ninguna
56. El error del instrumento mostrado en la figura es de 1%. Determine la resistencia interna r_i (en Ω) del Amperímetro A.

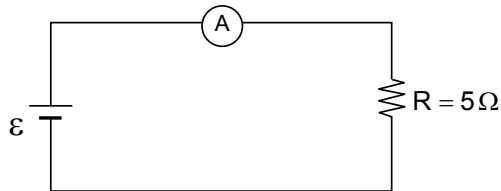


- A) 0,5 B) 0,8 C) 1,0 D) 1,2 E) 1,5
57. Al medir V_{AB} se encuentra que el error en la medición es de 24%. ¿Cuál es, aproximadamente, la resistencia interna (en Ω) del voltímetro utilizado?



- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

58. En el circuito mostrado, el amperímetro de $1,0 \, \Omega$ de resistencia interna registra $0,6 \, \text{A}$, ¿qué corriente pasará por la resistencia R (en A) cuando la fuente se conecte directamente a ella sin usarse el amperímetro?



- A) 5,5 B) 6 C) 7,5 D) 8 E) ninguna

59. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

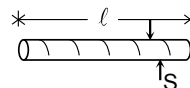
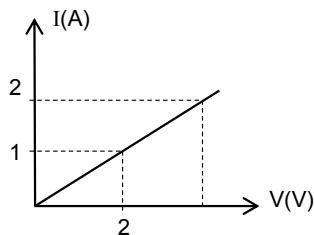
- I. En un conductor por el cual circula una corriente, la carga neta que se desplaza es nula.
 II. El campo eléctrico que origina la corriente eléctrica se debe a las cargas internas del conductor.
 III. La existencia de un campo eléctrico dentro del conductor contradice la afirmación que se hizo en electrostática: el campo $\vec{E}$ dentro de un conductor es cero.

- A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFF

60. En un conductor de aluminio de resistividad $1,5 \times 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$ se desea medir el tiempo libre medio entre choque y choque, sabiendo que existe 10^{30} portadores por cm^3 y la carga de cada portador es de $1,6 \times 10^{-19} \, \text{C}$. Considere la masa del portador $9 \times 10^{-31} \, \text{kg}$ (en $10^{-21} \, \text{s}$).

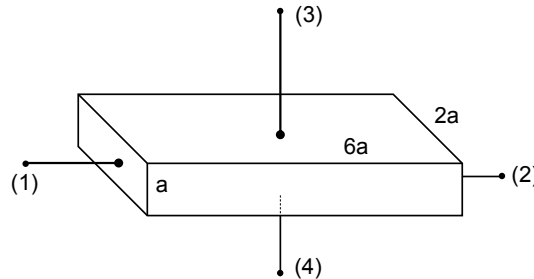
- A) 2,3 B) 2,8 C) 3,6 D) 4,6 E) 9,2

61. A un cable conductor de cierto material se le aplica diversos voltajes y se obtienen las corrientes mostradas en la figura I – V. Si la sección transversal $S = 50 \, \text{mm}^2$ y la longitud 1 m, halle la resistividad de este material (en $10^{-6} \, \Omega \cdot \text{m}$).



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) ninguna

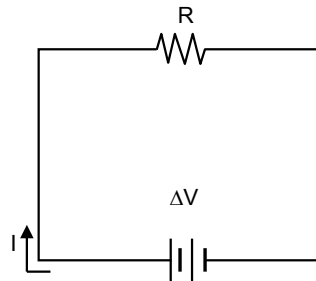
62. Se muestra una pastilla de plomo. Si la conectamos a una diferencia de potencial de 360 V a través de los terminales (1) y (2), circula una corriente de 5 A. ¿Cuánto será la corriente que circule (en A), si la conectamos a través de los terminales (3) y (4)?



- A) 18 B) 30 C) 72 D) 120 E) 180

63. Respecto al circuito mostrado; se sabe que la resistencia es un elemento óhmico, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Si se duplica el voltaje entonces la resistencia se reduce a la mitad.
- II. Si la intensidad de corriente (I) se duplica es porque el voltaje (ΔV) se ha reducido a la mitad.
- III. Si se triplica el voltaje entonces la intensidad de corriente de triplica.



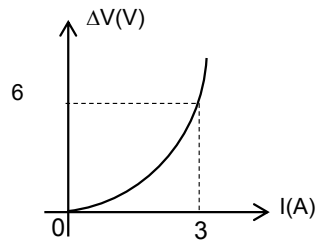
- A) VVV B) VFV C) FFV D) VFF E) FFF

64. Se desea fabricar un alambre uniforme con 60 gramos de cobre, con una resistencia de 5Ω , halle la longitud (en m) de este alambre. (Cobre: densidad = $8,95 \text{ g/cm}^3$ y resistividad: $1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$)

- A) 1,73 B) 2,73 C) 3,73 D) 4,73 E) ninguna

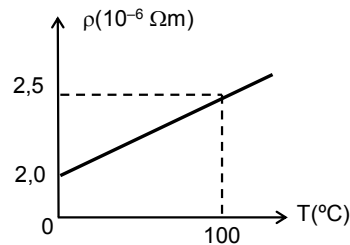
65. La figura muestra la variación ΔV vs I en un elemento conductor. Si la gráfica es una parábola, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. El conductor es un elemento no óhmico.
- II. La corriente que circula por el elemento conductor cuando $\Delta V = 8 \text{ V}$ es $I = 2 \text{ A}$.
- III. La resistencia es $R = 2 \Omega$ cuando $\Delta V = 8 \text{ V}$.



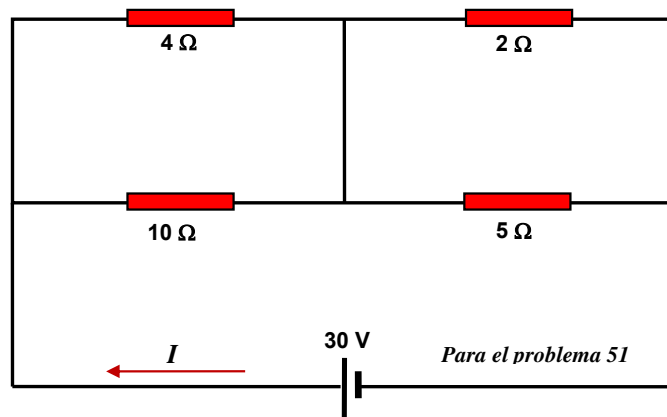
- A) VFV
- B) FFF
- C) VVF
- D) VVV
- E) FFV

66. Se muestra la gráfica de la resistividad de un material versus la temperatura. Determine el coeficiente térmico de la resistividad (en $10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)



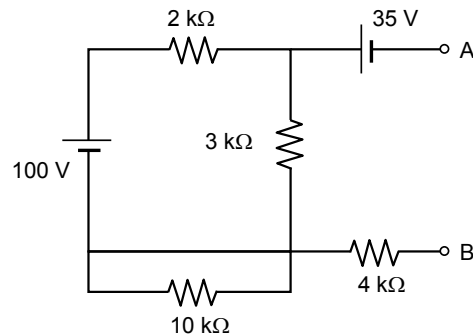
- A) 25 B) 35 C) 45 D) 65 E) 105
67. La resistencia de un alambre metálico cuyo coeficiente térmico de resistividad es $\alpha = 3,93 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ es de $1,1 \text{ } \Omega$ a una temperatura de $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Determine la variación de resistencia (en Ω) si se calentara desde $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta $60 \text{ }^{\circ}\text{C}$.
- A) 0,24 B) 0,96 C) 1,34 D) 2,86 E) 3,45
68. El embobinado de un motor eléctrico es de alambre de cobre. Se hará un experimento para observar su calentamiento ya que ésta puede afectar el rendimiento del motor. La resistencia eléctrica total al inicio del experimento es $80 \text{ } \Omega$; luego de trabajar durante cierto tiempo es de $120 \text{ } \Omega$. Determine el incremento de temperatura de la bobina (en $^{\circ}\text{C}$). Considere $\alpha_{\text{T cobre}} = 4 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
- A) 75 B) 95 C) 105 D) 125 E) 145
69. Un termómetro resistivo de platino tiene una resistencia de $150 \text{ } \Omega$ a $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ y aumenta a $200 \text{ } \Omega$ cuando se coloca en una solución. Calcular la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) de la solución, si el coeficiente de resistividad del platino es $4 \times 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
- A) 16,67 B) 33,33 C) 58,33 D) 83,33 E) 116,66

70. En el circuito mostrado determine la intensidad de corriente eléctrica I (en A)



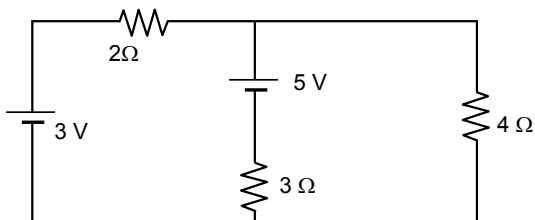
- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

71. En el circuito mostrado halle la diferencia de potencial entre A y B, $V_A - V_B$ (en volts).



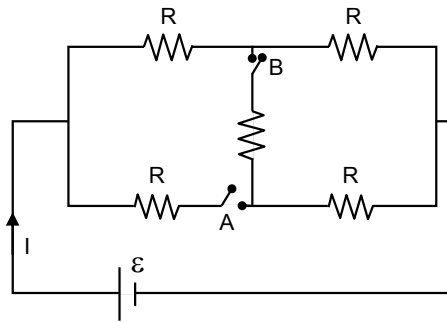
- A) -25 B) -10 C) +10 D) +25 E) +35

72. En el circuito, calcule el valor de la corriente (en A) que pasa a través del resistor de 4Ω



- A) 0,028 hacia arriba. B) 0,028 hacia abajo. C) 0,038 hacia arriba.
D) 0,038 hacia abajo. E) ninguna

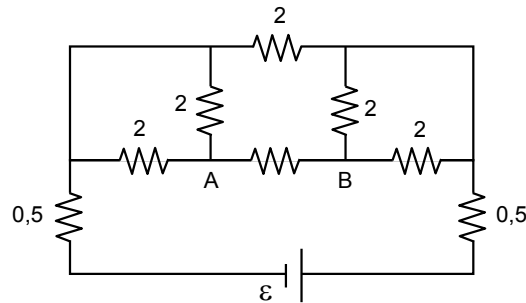
73. La figura muestra un circuito eléctrico, donde $R = 1\Omega$, y $\varepsilon = 20\text{ V}$. Exprese la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I. Si el interruptor A está abierto y B también, entonces $I = 10 \text{ A}$.
 II. Si A está cerrado y B abierto, entonces $I = 20 \text{ A}$.
 III. Si A está abierto y B cerrado, entonces $I = 12 \text{ A}$.

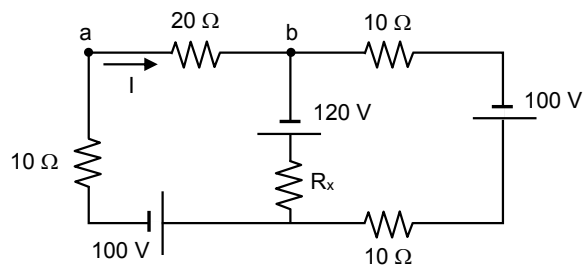
A) VVV B) VVF C) VFF D) FVV E) FFF

74. En el circuito mostrado en la figura, halle la corriente que circula por el conductor A – B (en A), de resistencia $1,0 \Omega$. Todas las resistencias están en ohm y $\varepsilon = 11 \text{ V}$.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

75. En el circuito de la figura, determine el valor de R_x , (en Ω), si la corriente a través de $R = 20 \Omega$, es de $0,6 \text{ A}$.



A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) ninguna

76. Respecto al efecto Joule identifique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

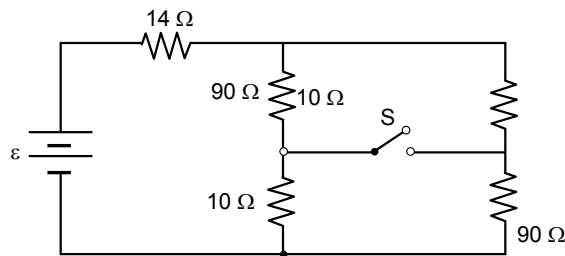
- I. Es la transformación de energía calorífica en energía eléctrica.
 II. Se utiliza en calefacción eléctrica.
 III. Es el trabajo que hace una fuerza de 1,0 N cuando se recorre distancia de 1,0 m.
 IV. La rapidez con que se produce calor en una resistencia es proporcional al cuadrado de la intensidad de corriente.

A) VVVV B) FFFF C) FVFV D) FVFFF E) VVFFV

77. Por una resistencia de $2 \text{ k}\Omega$, pasa una corriente $I = 1 \text{ mA}$. En qué tiempo (en minutos) aproximadamente, esta resistencia puede fundir 1 mg de hielo a 0°C .

A) 2,4 B) 2,8 C) 3,0 D) 3,2 E) 3,6

78. Determine la potencia (en W) disipada por el siguiente conjunto de resistencias cuando se cierra el interruptor "S". La fuerza electromotriz es, $\varepsilon = 320 \text{ V}$

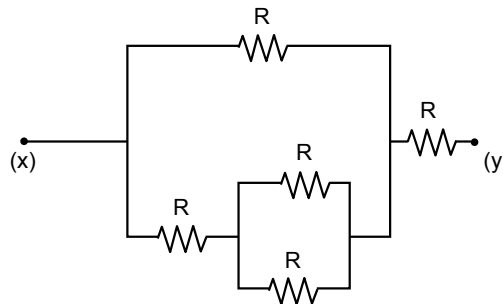


A) 4800 B) 3200 C) 1800 D) 900 E) 700

79. Un hervidor de agua conectado a una batería de $\varepsilon = 40 \text{ V}$ y $r = 0,5 \Omega$, genera 0,05 g de vapor en cada segundo. Determínese (en Ω) la resistencia del hervidor ($1 \text{ cal} = 4,19 \text{ J}$).

A) 14,14 B) 13,15 C) 12,12 D) 22,24 E) 27,28

80. Si cada resistor puede disipar como máximo 5 watts, determine la potencia máxima que puede disipar (en W) el arreglo mostrado en la figura.



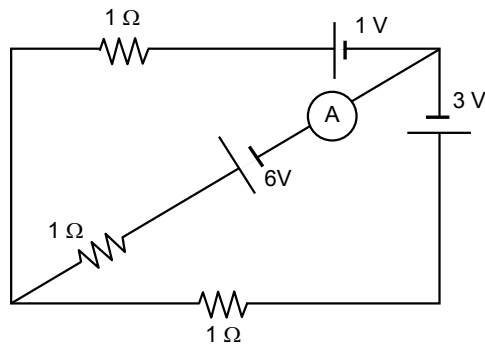
A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

81. Determine el valor (en Ω) de la resistencia R para que la potencia entregada por la batería sea de 20 watts.



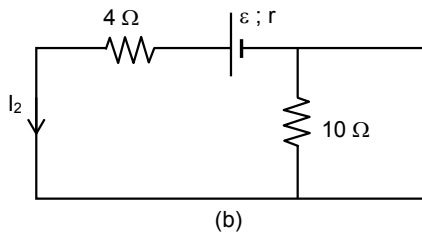
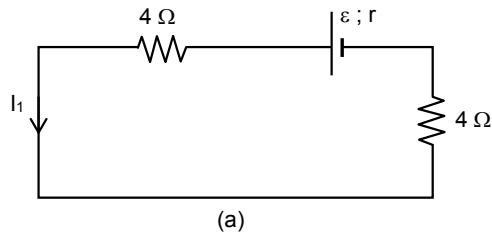
- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) ninguna

82. Para el circuito mostrado, calcular aproximadamente la lectura del amperímetro ideal (en A).



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

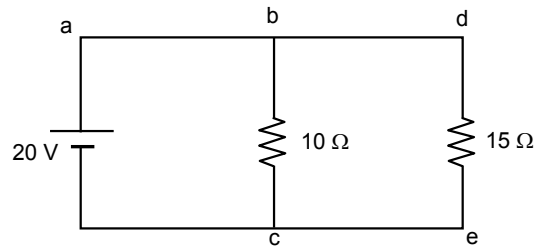
83. En los circuitos que se muestran las baterías son idénticas y la resistencia interna de cada una de ellas es 2Ω ; si $I_1 + I_2 = 12\text{ A}$, determine ε (en V).



- A) 12 B) 20 C) 25 D) 35 E) 45

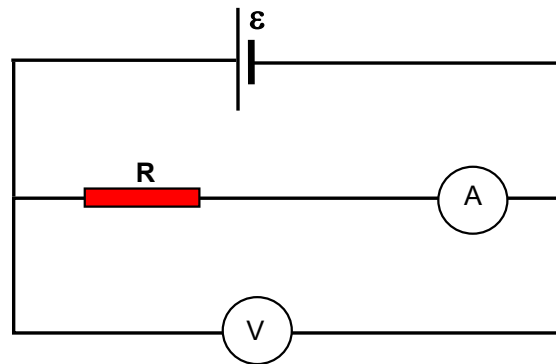
84. Si se usa un amperímetro de resistencia interna $0,6\Omega$, para hacer medidas en el circuito de la figura, señale cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas (V) o falsas (F)

- I. Al colocar el amperímetro entre los puntos a y b, la corriente que sale de la fuente disminuye un 20%
- II. Al medir la corriente en la resistencia de $10\ \Omega$, ésta aumentó en 16,7%.
- III. La resistencia del amperímetro es pequeña y se le puede considerar un amperímetro ideal.



- A) VVF B) FVV C) FFF D) VFF E) FVF

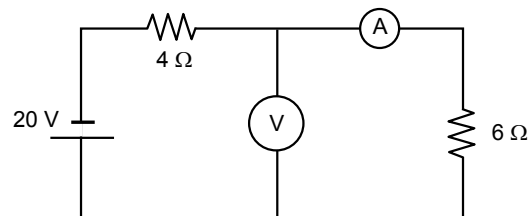
85. En el circuito mostrado se ha instalado un amperímetro (r_A : resistencia interna) y un voltímetro (r_V : resistencia interna) con la finalidad de medir R . Si las lecturas del amperímetro y voltímetro, indican valores I y V respectivamente ¿Cuál es el valor de R ?



Para el problema 66

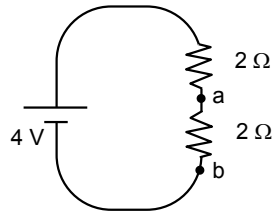
- A) $\frac{V}{I} - r_A$ B) $\frac{V}{I}$ C) $\frac{V}{I} + r_A$ D) $\frac{V}{I} + r_r$ E) $\frac{V + Ir_A}{I}$

86. En el circuito mostrado determine la lectura del amperímetro (resistencia nula) y voltímetro (resistencia infinita).



- A) 0,0 A y 0,0 V B) 2,0 A y 10,0 V C) 2,0 A y 12,0 V
D) 0,0 A y 10,0 V E) 0,0 A y 20,0 V

87. En el circuito mostrado, ¿cuál es el porcentaje de error cometido en la medición de la diferencia de potencial entre a y b cuando por equivocación se usa un voltímetro cuya resistencia interna es igual a $2\ \Omega$?



- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

88. Un haz de protones incide uniformemente sobre una lámina de teflón de 1 cm^2 de área. Si la velocidad de los protones es de 10^5 m/s y en 10 s la carga acumulada en el teflón fue de 5 mC , ¿cuál fue la densidad de corriente (en A/m^2) durante el experimento y cuál la concentración de protones (en 10^{14}) en el haz?

- A) 2 ; 1,560 B) 3; 1,274 C) 4; 2,580 D) 5 ; 3,125 E) ninguna

- 89.** Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

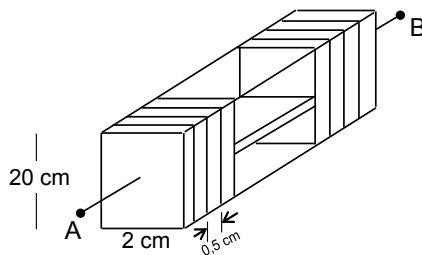
- I. La ley de Ohm se cumple para todo tipo de material.
- II. Se dice que el cobre es un elemento óhmico porque su resistividad permanece constante.
- III. En los metales la densidad de corriente es directamente proporcional al campo eléctrico establecido dentro del conductor.

- A) FFF B) FFV C) FVF D) FVV E) VVV

- 90.** Al conectar un hilo conductor en paralelo con una fuente de 120 V, circula una corriente de 4 A. ¿Qué corriente circulará si se conecta tres de estos conductores en serie, en paralelo con la misma fuente?

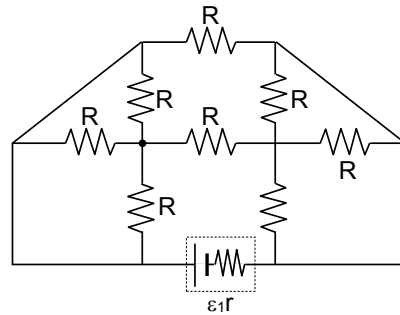
- A) 0,33 B) 0,53 C) 0,83 D) 1,13 E) ninguna

- 91.** Nueve placas idénticas se conectan tal como se muestra en la figura. Si la resistencia equivalente entre A y B resulta ser de $10\text{ M}\Omega$, determine aproximadamente la resistividad eléctrica (en Ωm) del material.



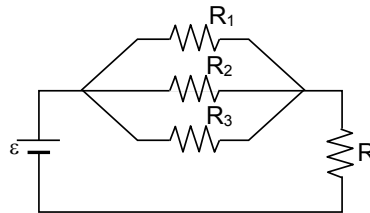
- A) 2000 B) 3000 C) 4000 D) 5000 E) 6000

92. En el circuito mostrado $R = 3 \Omega$, la f.e.m $\varepsilon = 12 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, determine (en W) la potencia de salida de la fuente.



- A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) ninguna

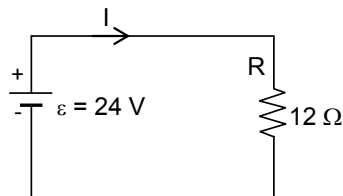
93. Las corrientes que circulan por las resistencias R , R_1 , R_2 , R_3 son I , I_1 , I_2 , I_3 respectivamente. Al retirar la resistencia R_2 se tiene:



- A) I aumenta, I_1 disminuye, I_3 disminuye. B) I disminuye, I_1 disminuye, I_3 disminuye.
C) I disminuye, I_1 aumenta, I_3 aumenta. D) I aumenta, I_1 aumenta, I_3 aumenta.
E) I aumenta, I_1 aumenta, I_3 disminuye.

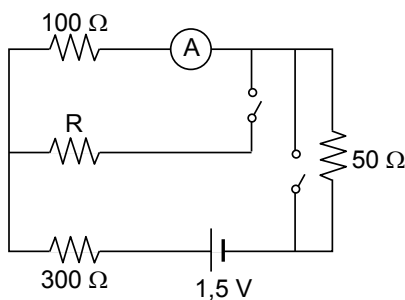
94. Respecto al circuito de corriente continua identifique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La corriente en el circuito es 1,92 A si la resistencia interna de la fuente es $0,2 \Omega$.
II. La potencia disipada en la resistencia interna es 1,84 W cuando el potencial en R es 23,04 V.
III. En los extremos de la fuente la diferencia de potencial es 23,6 V.



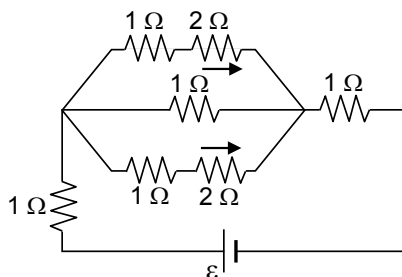
- A) VVV B) FVV C) FFV D) FVF E) VVF

95. En el circuito indicado en la figura, la lectura del amperímetro es la misma cuando ambos interruptores están abiertos o ambos cerrados. Halle la resistencia R (en Ω).



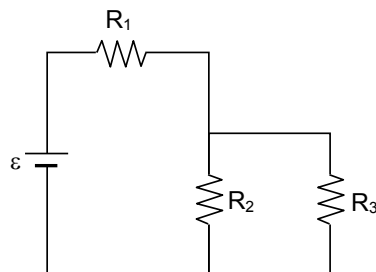
- A) 424 B) 485 C) 555 D) 595 E) 600

96. Si por cada resistencia de $2\ \Omega$ mostrados en la figura circula una intensidad de corriente de 3 amperes. Determine el valor de la fuerza electromotriz (en V) de la fuente ideal.



- A) 18 B) 39 C) 52 D) 84 E) 95

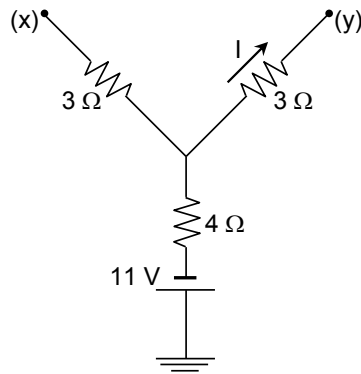
97. Determine la intensidad de corriente eléctrica, que pasa por la resistencia R_1 si, $R_1 = R_3 = 2R_2 = 4\ \Omega$ y $\varepsilon = 12\text{ V}$



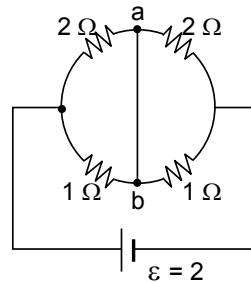
- A) 2 A B) 3 A C) 4 A D) 5 A E) 6 A

98. Se muestra una parte de un circuito eléctrico complejo. Determine el potencial eléctrico en "x" (en V) si $I = 2\text{ A}$. $V_Y = 3\text{ V}$.

- A) 9
B) 12
C) 18
D) 24
E) 30

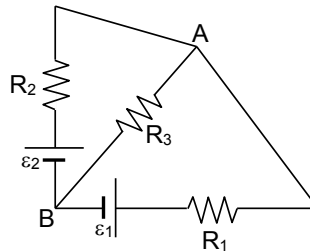


99. En el circuito mostrado la fuerza electromotriz es $\varepsilon = 2$ volts, calcule la corriente (en A) que pasa por el conductor ab.



- A) 0 B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{6}{7}$

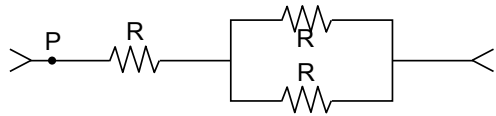
100. En el circuito mostrado la intensidad de corriente que circula por R_3 y la diferencia de potencial entre los puntos A y B son:



Considere: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10,0 \text{ V}$; $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$ y $R_3 = 1\Omega$

$I(\text{A})$	$V_{AB}(\text{V})$
A) 1,82	1,82
B) 2,74	2,71
C) 1,82	2,74
D) 4,54	4,54
E) 4,54	1,82

101. La corriente que pasa por el punto P es igual a I. Halle en términos de $I^2 R$ la potencia consumida por el circuito mostrado en la figura.



- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

102. Un estudiante nocturno carece de una cocina para calentar agua y decide utilizar un calefactor de laboratorio de 600 W para preparar café durante la noche. Si el 90% de la energía producida por el calefactor se utiliza en calentar el agua de su taza. ¿Cuánto tiempo (en min) se tarda en calentar 0,25 kg de agua desde 15 hasta 100 °C?

- A) 6,4 B) 8,2 C) 10,5 D) 12,6 E) ninguna

103. En el circuito mostrado la potencia disipada por R_0 es de 80 W a $T_0 = 20\text{ °C}$ ($\alpha = 4 \times 10^{-3} / \text{°C}$). Después de varias horas de funcionamiento la potencia disipada fue de 95 W. Halle la temperatura (en °C) de la resistencia en este momento.



- A) 23,10 B) 33,15 C) 40,05 D) 42,20 E) ninguna

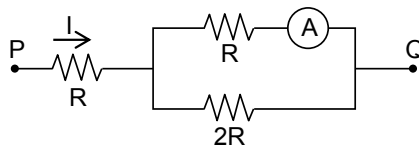
104. Un bloque cúbico de hielo a 0 °C es conectado a un resistor cuya resistencia es $R = 150\ \Omega$ en un recipiente; la resistencia es conectada a una fuente ideal cuya f.e.m es de 200 V, si el resistor demoró 7 min 44 segundos en hacer que el agua que proviene del hielo alcance el punto de ebullición. Determine el volumen inicial del bloque de hielo (en cm^3).

- A) 96,4 B) 45,8 C) 36,2 D) 22,2 E) ninguna

105. Un secador de pelo comercial calienta aire de 17 °C a 47 °C a razón de 0,6 litros por segundo. Sabiendo que la densidad del aire es de 1,2 kg/m^3 en promedio y que el calor entregado al aire para calentar un kg en 1 °C es de 1,004 kJ. Determine el consumo de corriente del secador de pelo (A) si se conecta a una tensión de 220 V.

- A) 0,12 B) 0,22 C) 0,29 D) 0,33 E) ninguna

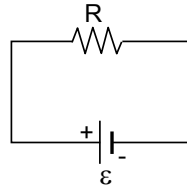
106. En el circuito mostrado, el amperímetro tiene una resistencia interna de 6 Ω ; en qué porcentaje se incrementa la corriente I al quitar el amperímetro. ($R = 12\ \Omega$)



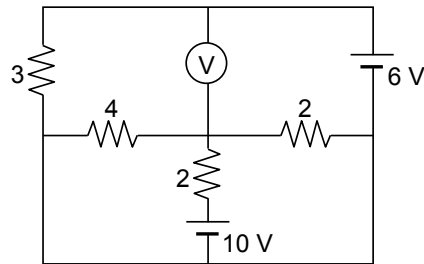
- A) 3,81% B) 1,50% C) 4,32% D) 2,58% E) ninguna

107. En el circuito mostrado $\varepsilon = 20\text{ V}$ y $R = 10\ \Omega$. Si se inserta un voltímetro de resistencia interna "r" la corriente que circula a través de la fuente es 2,2 A, determine la resistencia interna del voltímetro (en Ω).

- A) 400
B) 100
C) 500
D) 200
E) 150



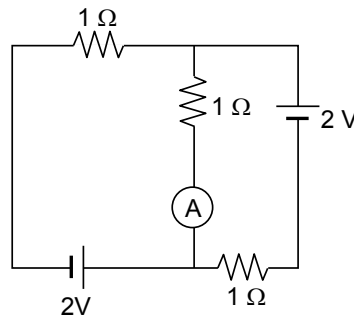
108. En el circuito mostrado, halle la lectura del voltímetro ideal (en V) las resistencias están en Ohm.



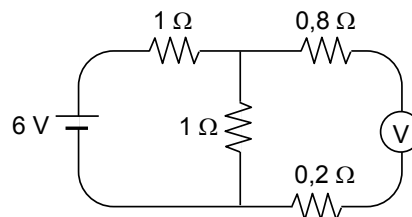
- A) 1,0 B) 2,0 C) 3,3 D) 4,0 E) 5,5

109. En el circuito mostrado en la figura, halle la lectura del amperímetro ideal (en A).

- A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

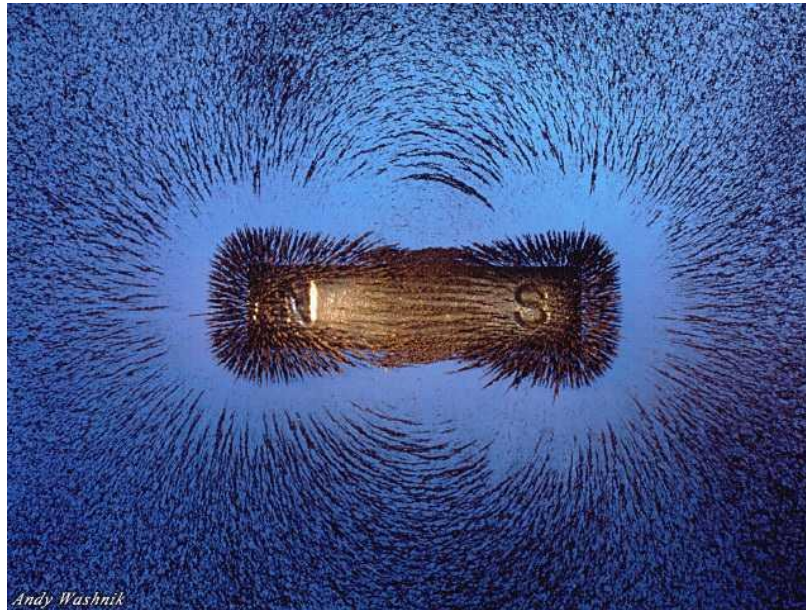


110. ¿En qué porcentaje (%) varía la lectura del voltímetro? si su resistencia interna R_v toma dos valores $R_v = \infty$ y $R_v = 1000\Omega$, respectivamente.

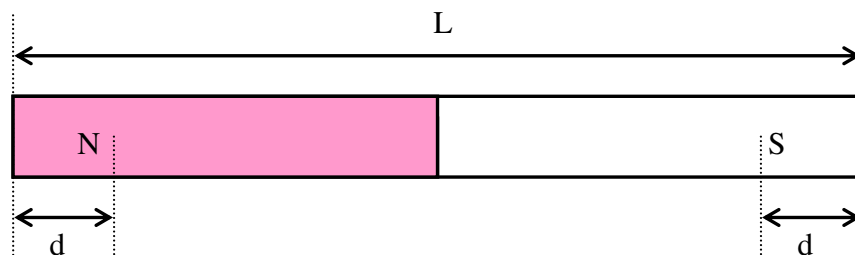


- A) 0,5 B) 1,3 C) 2,3 D) 3,3 E) 4,3

MAGNETISMO



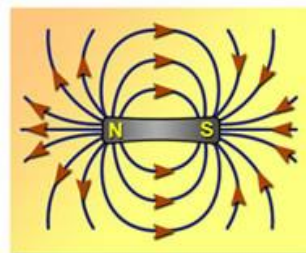
- 1. CONCEPTO:** El magnetismo es la manifestación de las cargas eléctricas en movimiento, incluso a nivel atómico. Cuando un electrón gira alrededor del núcleo, genera un campo magnético, como un pequeño imán barra.
- 2. IMÁN:** Son aquellos cuerpos que tienen la propiedad de atraer limaduras de hierro. Entre los cuerpos que poseen magnetismo en forma natural tenemos a la magnetita, mineral de hierro cuya fórmula química es Fe_3O_4 se conoce como óxido ferroso férrico. Los imanes tienen dos zonas bien definidas denominadas polos magnéticos Norte y Sur respectivamente, donde se concentra con mayor intensidad el magnetismo o fuerza magnética. Si suspendemos a una barra imán desde el centro de gravedad veremos que al quedar en equilibrio se orienta en dirección de Sur a Norte respecto de los polos Norte y Sur geográfico. Llamaremos polo Norte al extremo que señala al polo Norte geográfico y polo Sur al que señala al Sur geográfico. Los imanes pueden ser naturales o artificiales. Cuando el imán tiene forma de una barra, puede certificarse que cada polo magnético se



encuentra cerca al extremo de la barra: $d = \frac{L}{12}$, siendo “L” la longitud de la barra y “d” la distancia del extremo al polo magnético.

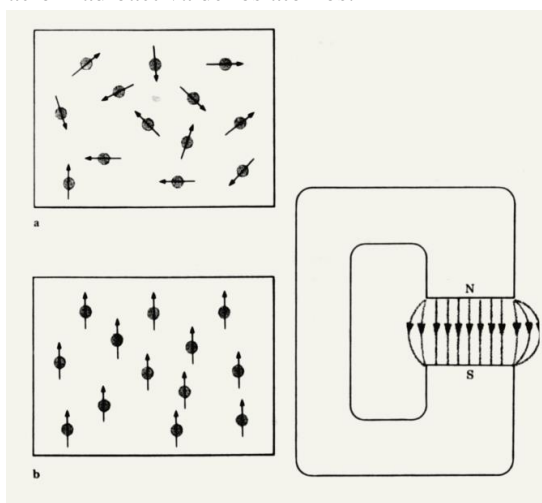
3. INSEPARABILIDAD DE LOS POLOS MAGNÉTICOS: Si partimos un imán en dos partes iguales, se obtendrán dos nuevos imanes con su respectivo polo Norte y polo Sur. Si continuamos con este proceso, comprobaremos que cada fragmento continúa manteniendo sus polos magnéticos. Lo que probaría la inseparabilidad de los polos magnéticos Norte y Sur, incluso a nivel molecular.

4. CARGA MAGNÉTICA: Denominamos así a aquella magnitud física escalar que va asociada a todo “**polo magnético**”, y nos indica de un modo directo el nivel de magnetismo que posee. En una barra **imán** se verifica que los dos polos magnéticos tienen la misma carga magnética, pero signos diferentes. En el sistema internacional, la cantidad de carga magnética se mide en “**ampere por metro**” (A.m). Convencionalmente, el polo **Norte** se considera positivo (+Q) y el polo **Sur** se considera negativo (-Q).



5.

6. PERDIDA DE LAS PROPIEDADES MAGNÉTICAS EN UN IMÁN. La imantación de un cuerpo se sustenta en el orden que manifiestan los imanes moleculares, el mismo que se pierde si elevamos muy alto su temperatura. Se denomina *Temperatura de Curie* a aquella temperatura en la que un imán pierde su imantación. En el caso del hierro, ésta temperatura es de 750 °C. También se pierde la imantación temporalmente si golpeamos bruscamente un cuerpo magnetizado. El hierro y el acero son cuerpos magnetizables, es decir adquieren fácilmente propiedades magnéticas por inducción. Se muestra la *foto* de Marie Sklodowska-Curie (1867 – 1934), destacada mujer de ciencia, junto a su esposo Pierre Curie introdujeron el uso del termino “radioactividad”. Los descubrimientos de los esposos Curie de la radiación del uranio, torio, polonio y radio fueron mantenidos por E. Rutherford llevando al establecimiento de las leyes de la desintegración radioactiva de los átomos.



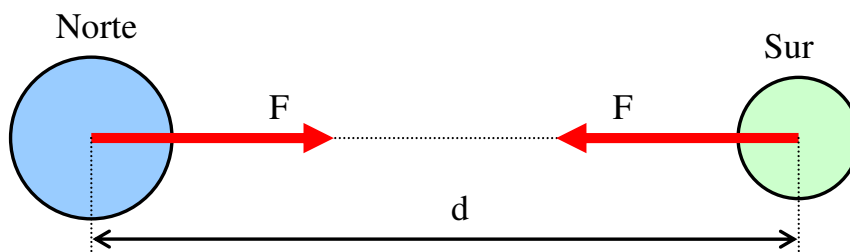
INTERACCIONES MAGNETOSTÁTICAS

7. LEY CUALITATIVA: “Polos magnéticos del mismo nombre se repelen y polos magnéticos de nombres distintos se atraen”. Es decir: Norte con Norte repulsión, Sur con Sur repulsión y Norte con Sur atracción.

8. LEY CUANTITATIVA: esta ley permite cuantificar una de las fuerzas naturales más importantes de la naturaleza y fue descubierta por *Charles Agustín de Coulomb*.

9. “Dos cargas magnéticas se atraen o se repelen con fuerza de igual intensidad pero direcciones opuestas, y cuyos valores son directamente proporcionales con el producto de las cargas magnéticas, pero inversamente proporcionales con el cuadrado de la distancia que las separa”.

$$10. \quad F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$



$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \left(\frac{N}{A^2} \right)$$

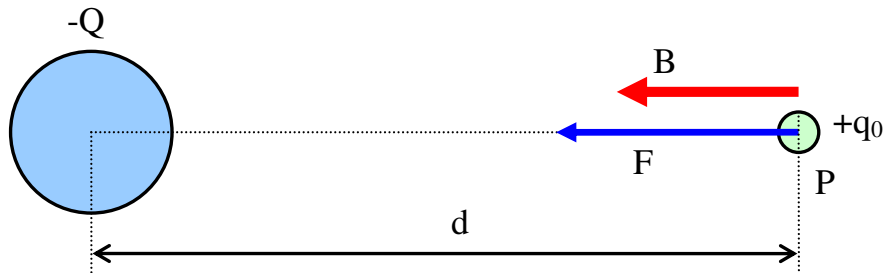
Reemplazando:

$$F = 10^{-7} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

11. CAMPO MAGNÉTICO: Así como las cargas eléctricas, los polos magnéticos interactúan entre sí a través de sus campos magnéticos. De este modo, llamaremos **campo magnético** a aquella región del espacio que rodea a todo polo magnético, y que posee propiedades magnéticas, las cuales se manifiestan con fuerzas de atracción o repulsión contra todo polo colocado en su interior y sobre cargas eléctricas en movimiento.

12. INTENSIDAD DEL CAMPO MAGNÉTICO: Se llama también **Inducción Magnética**, viene a ser una magnitud física vectorial que para un punto en el campo se define como la fuerza que recibiría la unidad de carga magnética colocada en dicho punto. Así pues, su valor se determina como se muestra:

$$B = \frac{F}{q_0} \Rightarrow B = \frac{\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Q \cdot q_0}{d^2}}{q_0}$$



Simplificado tenemos que, la intensidad del campo magnético en un punto es directamente proporcional a la cantidad de carga magnética creadora de campo Q e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre la carga magnética y el punto P .

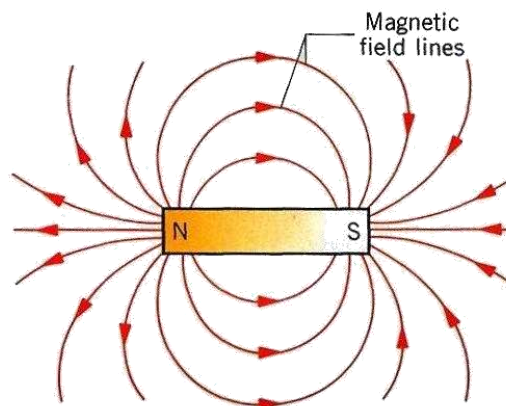
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Q}{d^2} \Rightarrow B = 10^{-7} \cdot \frac{Q}{d^2}$$

La intensidad del campo magnético se mide en **tesla** (abreviado T).

$$1 \text{ tesla} = 1T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m}$$

$$1 \text{ tesla} = 1T = 10^4 \text{ gauss} = 10^4 G$$

*La unidad de la intensidad de campo magnético o inducción magnética es el **tesla** (abreviado T) en honor a Nickola Tesla (1856 – 1943) quien estudió y demostró el valor de la corriente alterna. Nickola Tesla nació en la ex Republica de Yugoslavia. La *foto* muestra un billete en el cual está impresa la imagen de Tesla.



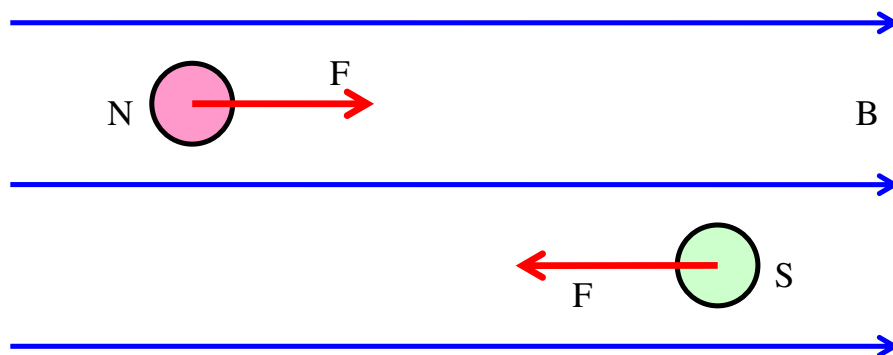
13. LÍNEAS DE FUERZA: Históricamente se sabe que el concepto de línea de fuerza fue inicialmente propuesto por el científico inglés *Michael Faraday* para describir los campos eléctricos. Como en el caso de las cargas eléctricas, los campos magnéticos se grafican por medio de líneas que salen del polo Norte e ingresan al polo Sur, notándose ahora que las líneas de fuerza se cierran sobre sí mismas, lo que no ocurre con los campos eléctricos.



Michael Faraday (1791 – 1867) gran físico inglés, le pertenece el descubrimiento del fenómeno de la Inducción Electromagnética (1831). Este descubrimiento Faraday lo hizo por casualidad, no lo buscó. Las leyes de la inducción electromagnética de Faraday forman base de la Electrotecnia. Es difícil sobrestimar el valor de las leyes de las electrólisis establecidas por Faraday. El gran hombre de ciencia introdujo el uso y dilucidó los términos tan comunes hoy en día como ánodo, cátodo, anión, ión, electrolito. Faraday demostró que el medio influye en la interacción eléctrica. No se puede dejar de mencionar el descubrimiento de la rotación magnética del plano de polarización. El hecho que todos los cuerpos pertenecen ya sea a los paramagnéticos, o bien, a los diamagnéticos también los estableció Faraday. El mundo no

conoció otro físico experimentador tan grande como fue Faraday.

14. CAMPO MAGNÉTICO UNIFORME Y HOMOGÉNEO: Se representa por líneas de fuerzas paralelas y se caracteriza por mantener constante la intensidad del campo magnético en todos los puntos del campo. Toda partícula magnetizada (polos magnéticos) en el interior del campo magnético experimenta la acción de una *fuerza magnética* paralela a las líneas de fuerza que representan al campo magnético externo. El módulo de la fuerza es igual al producto de la cantidad de *carga magnética* por la intensidad del *campo magnético* homogéneo. La dirección de la fuerza depende del signo de la carga magnética (Norte o Sur).



Expresión vectorial: $\vec{F} = q \cdot \vec{B}$

Expresión escalar: $F = q \cdot B$

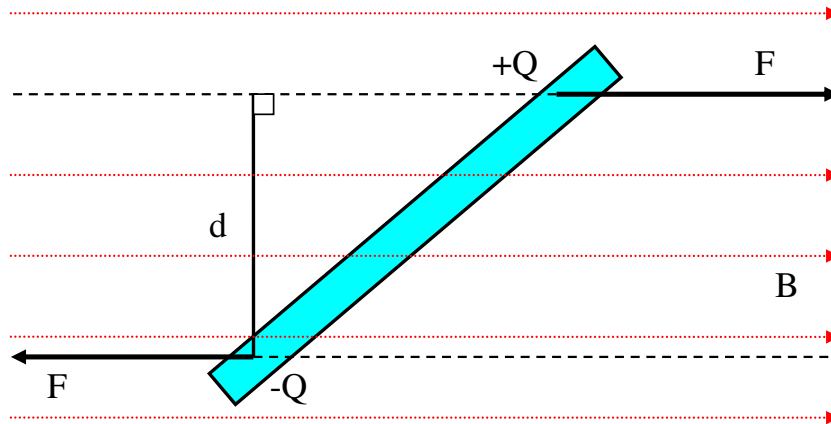
Si el polo es Norte (+Q), entonces la fuerza tiene la misma dirección del campo magnético.

Si el polo es Sur (-Q), entonces la fuerza tiene dirección opuesta al del campo magnético.

15. CUPLA O PAR DE FUERZAS: El imán barra dentro de un acampo magnético homogéneo experimenta un torque producido por fuerza magnética que actúan en el polo del imán. Estas fuerzas tienen el mismo valor, cuyas direcciones son opuestas y paralelas. El modulo de la cupla (torque) es igual al producto de una de las fuerzas magnéticas por la distancia entre las líneas paralelas que contienen a las fuerzas.

$$M^{PAR} = \pm F.d \dots (1)$$

El signo es (+) si el giro que produce es antihorario y (-) si el giro producido es horario.



La fuerza magnética en cada polo del imán tiene el siguiente valor:

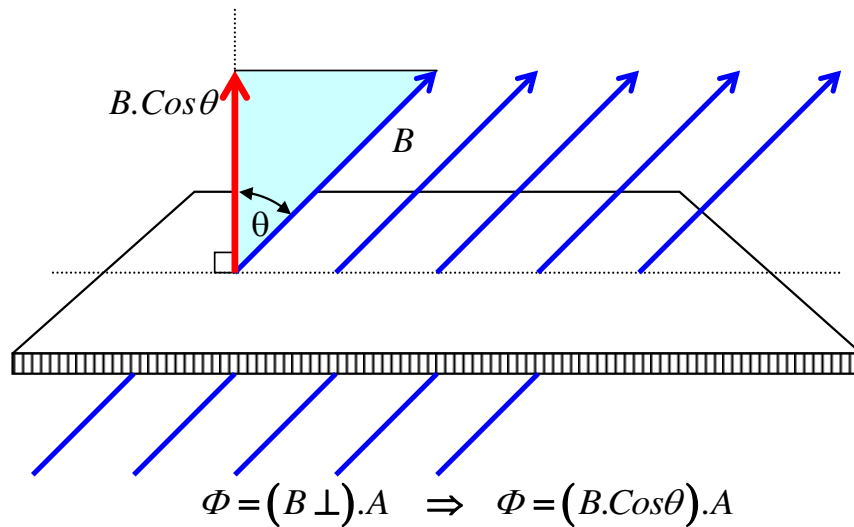
$$F = Q.B \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1) tenemos la siguiente expresión:

$$M^{PAR} = \pm Q.B.d$$

En una barra **imán** se verifica que los dos polos magnéticos tienen la misma carga magnética, pero signos diferentes.

16. FLUJO MAGNÉTICO: Una mayor o menor concentración de las líneas de fuerza nos permite tener una idea de lo intenso que es el campo magnético en dichas regiones. Se define así el flujo magnético como aquella magnitud escalar que nos indica el numero de líneas de fuerza que atraviesa una superficie imaginaria. Su valor resulta ser directamente proporcional con la componente del campo magnético normal a una superficie y con el área de la misma. Así:



$$\text{Si : } \theta = 0^\circ \Rightarrow \Phi = B \cdot A$$

$$\text{Si : } \theta = 90^\circ \Rightarrow \Phi = 0$$

La unidad del *flujo magnético* es el *weber* (abreviado Wb).

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2 \quad \wedge \quad 1 \text{ Wb} <> 10^8 \text{ lines}$$

17. PERMEABILIDAD MAGNÉTICA: Los materiales se diferencian unos de otros por su mayor o menor cantidad de concentrar las líneas de fuerza de campo magnético. Se define la permeabilidad magnética relativa de una sustancia como el cociente:

$$\mu_R = \frac{\text{Flujo con nucleo}}{\text{Flujo sin nucleo}} \Rightarrow \mu_R = \frac{\Phi_N}{\Phi_0}$$

Asimismo, se define la permeabilidad magnética absoluta de una sustancia a la relación:

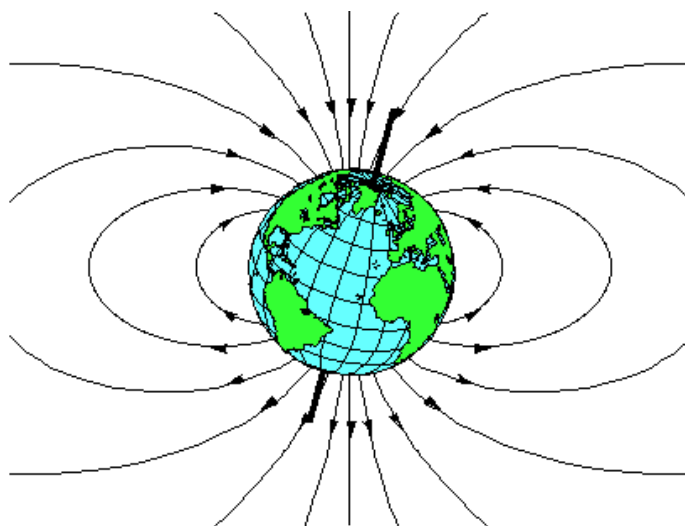
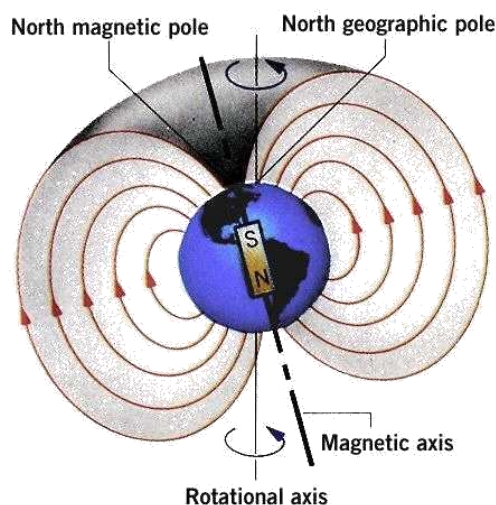
$$\mu_A = \mu_0 \cdot \mu_R$$

De acuerdo con la forma como responden a los campos magnéticos inductores, los materiales se clasifican en: ferromagnéticos, diamagnéticos y paramagnéticos.

18. MAGNETISMO TERRESTRE: La orientación de los imanes en el aire (brújula) se debe a que la Tierra se comporta como un imán gigante, cuyo Norte magnético se encuentra cerca del polo Sur geográfico, y el Sur magnético cerca del polo Norte geográfico.

Si un imán de aguja es sostenido de su centro de gravedad y con libertad para moverse en el plano vertical, se llama ***inclinación magnética*** al ángulo que forma con la horizontal.

Si la libertad de movimiento esta en el plano horizontal, el ángulo que forma el imán con el ***meridiano geográfico*** que pasa por el punto de suspensión se llama ***declinación magnética***. Cada punto de la Tierra tiene una pareja de valores para ambos ángulos por cuya razón son muy usados en la navegación. El famoso navegante Marco Polo conoció la brújula en el Asia (China) y lo difundió entre los navegantes europeos. Sin la ayuda de la brújula Cristóbal Colón hubiera demorado muchos años más en descubrir el continente americano. Hay



Campo magnético de la Tierra

que destacar la fe de Colón en la brújula, navegando siempre hacia el Oeste, es decir perpendicular al Norte y al Sur geográfico.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Un imán de barra mide 18 cm. ¿A que distancia de sus extremos se ubican los polos magnéticos?

- A) 0,6 cm B) 0,8 C) 1,5 D) 1,6 E) 2,5

Resolución

Cuando el imán tiene forma de una barra, puede cerificarse que cada polo magnético se encuentra cerca al extremo de la barra: $d = L/12$, siendo “L” la longitud de la barra y “d” la distancia del extremo al polo magnético.

$$d = \frac{L}{12} \Rightarrow d = \frac{18 \text{ cm}}{12} = 1,5 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia del extremo de la barra al polo es 1,5 centímetros.

EJEMPLO 02: Se tiene dos polos magnéticos de 2 000 A.m (Norte) y 8 000 A.m (Sur), separados entre si 40 cm. Determinar el módulo de la fuerza de atracción magnética.

- A) 0,6 N B) 0,8 C) 10,0 D) 1,6 E) 2,0

Resolución

Aplicamos la ley de Coulomb para el magnetismo:

$$F = 10^{-7} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \Rightarrow F = 10^{-7} \cdot \frac{(2000) \cdot (8000)}{(4 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$F = 10 \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza magnética es 10 newtons.

EJEMPLO 03: Dos polos Norte de cargas magnéticas iguales se encuentran separados 30 cm. ¿Cuál es el valor de dichas cargas, si la fuerza con que se repelen es de 250 N?

- A) 1 500 N B) 1 000 C) 15 000 D) 20 000 E) 2 500

Resolución

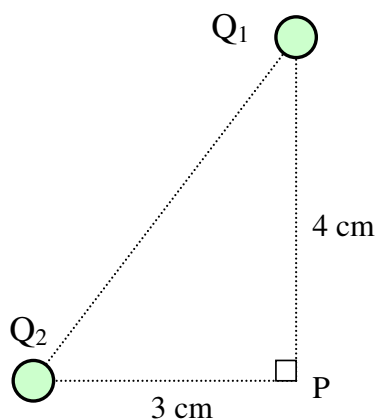
Aplicamos la ley de Coulomb para el magnetismo:

$$F = 10^{-7} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \Rightarrow 250 = 10^{-7} \cdot \frac{(Q) \cdot (Q)}{(3 \cdot 10^{-1})^2}$$

$$Q = 15\,000 \text{ A.m}$$

Respuesta: la cantidad de carga magnética en cada polo es 15 000 A.m.

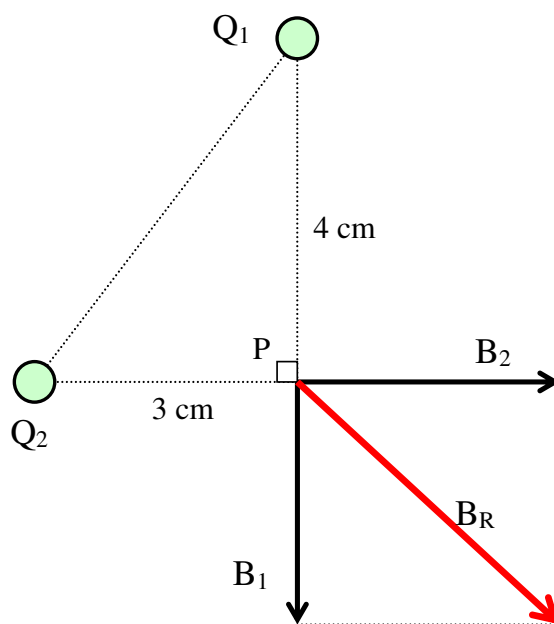
EJEMPLO 04: Determinar el módulo de la intensidad de campo magnético resultante en el punto “P”, si la cantidad de carga magnética en cada vértice del triangulo es: $Q_1 = +16 \cdot 10^4 \text{ A.m}$ y $Q_2 = +9 \cdot 10^4 \text{ A.m}$



- A) 10 T B) $10\sqrt{2}$ T C) $10\sqrt{3}$ T D) 20 T E) $20\sqrt{2}$ T

Resolución

La intensidad del campo magnético en un punto es directamente proporcional a la cantidad de carga magnética creadora de campo Q e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre la carga magnética y el punto P .



$$B = 10^{-7} \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Cálculo de la intensidad del campo magnético creado por cada Polo Magnético en el punto P .

$$B_1 = 10^{-7} \cdot \frac{Q_1}{d_1^2} \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \cdot \frac{(16 \cdot 10^4)}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 10 \text{ T}$$

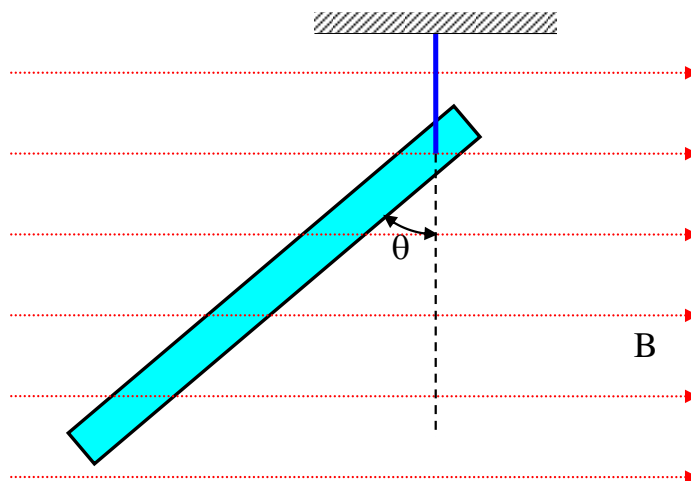
$$B_2 = 10^{-7} \cdot \frac{Q_2}{d_2^2} \Rightarrow B_2 = 10^{-7} \cdot \frac{(9 \cdot 10^4)}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 10 \text{ T}$$

Cálculo de la resultante en el punto P, mediante el teorema de Pitágoras:

$$B_R = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 10\sqrt{2} \text{ T}$$

Respuesta: el valor de la intensidad del campo resultante en P es 14,142 teslas.

EJEMPLO 05: Un imán recto de carga magnética igual a 400 A.m y masa 3 kg, es ubicado dentro de un campo uniforme $B = 0,05 \text{ T}$. Determinar el valor de “ θ ” que forma el imán con la vertical, sabiendo que existe equilibrio. ($g = 10 \text{ N/kg}$)



A) 30°

B) 37°

C) 45°

D) 53°

E) 60°

Resolución

La fuerza magnética en cada polo del imán tiene el siguiente valor:

$$F = Q \cdot B \Rightarrow F = (400 \text{ A.m}) \cdot (0,05 \text{ T}) = 20 \text{ N} \dots (1)$$

La fuerza de gravedad actúa en el punto medio de la barra:

$$W = m \cdot g \Rightarrow W = (3 \text{ kg}) \cdot (10 \text{ N.kg}^{-1}) = 30 \text{ N}$$

Analizando del diagrama de cuerpo libre del imán barra y aplicando las condiciones de equilibrio tenemos que:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \Rightarrow F = F \\ \sum F_y &= 0 \Rightarrow T = W \end{aligned}$$

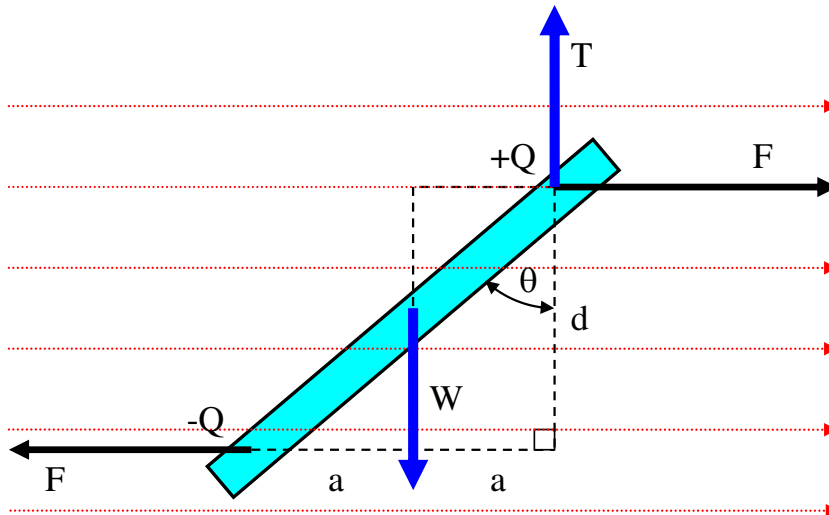
El módulo de la cupla (torque) es igual al producto de una de las fuerzas magnéticas por la distancia entre las líneas paralelas que contienen a las fuerzas.

$$M^{PAR} = F \cdot d$$

La otra cupla lo producen la tensión y la fuerza de gravedad.

$$M^{PAR} = W \cdot a$$

Entonces deducimos que existen dos torques que se equilibran entre si, cumpliéndose la siguiente relación:



$$\sum M = 0 \Rightarrow F.d = W.a$$

$$\frac{a}{d} = \frac{F}{W} \Rightarrow \operatorname{Tg} \theta = \frac{2a}{d} = \frac{2.F}{W}$$

Reemplazando los datos obtenemos que:

$$\operatorname{Tg} \theta = \frac{2.F}{W} \Rightarrow \operatorname{Tg} \theta = \frac{2.(20)}{30} = \frac{4}{3}$$

Resolviendo $\theta = 53^\circ$.

Respuesta: la medida del ángulo θ es 53° .

EJEMPLO 06: Se muestra un imán de 48 cm de longitud con carga magnética en cada polo igual a $8 \cdot 10^6$ A.m. Calcular el valor de la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P".

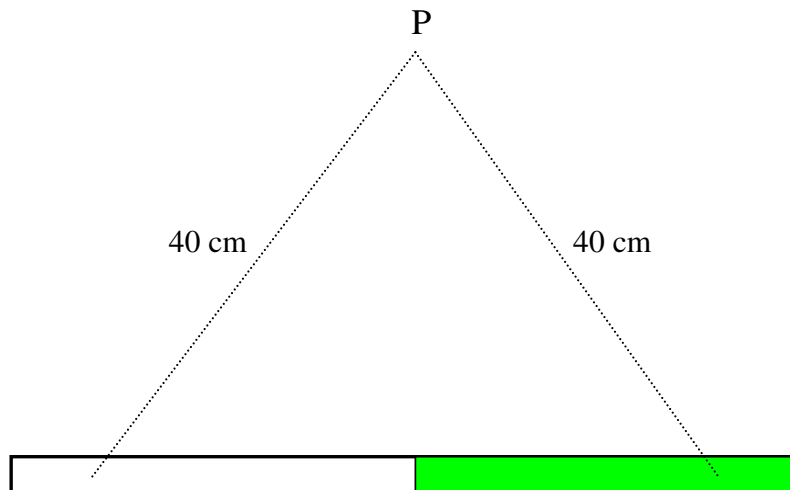
A) 5 T

B) 4

C) 6

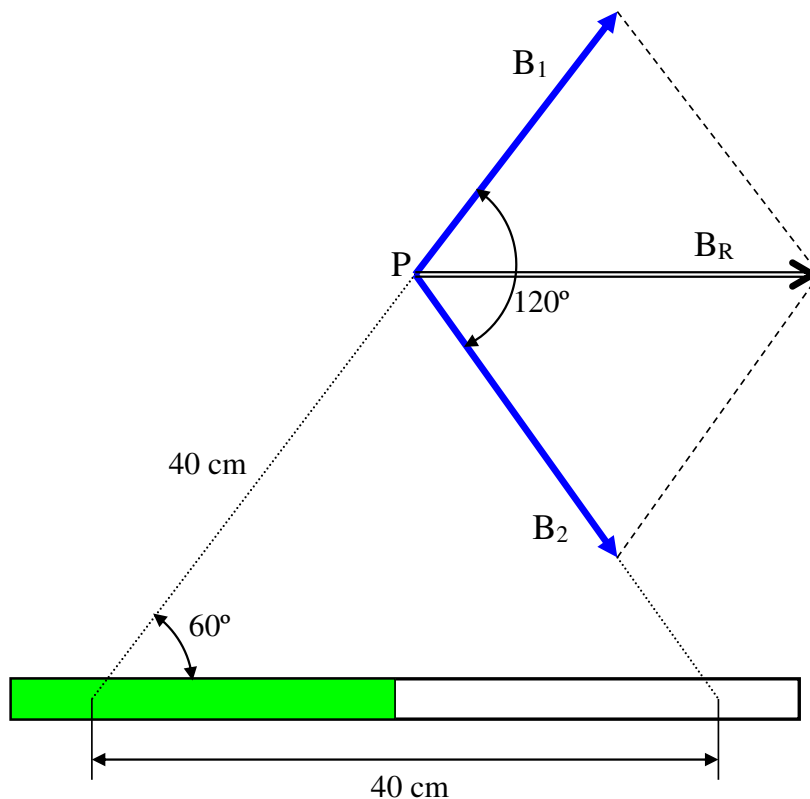
D) 3

E) 2



Resolución

La intensidad del campo magnético en un punto es directamente proporcional a la cantidad de carga



magnética creadora de campo Q e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre la carga magnética y el punto P .

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{Q}{d^2}$$

Cálculo de la intensidad del campo magnético creado por cada Polo Magnético en el punto P .

$$B_1 = 10^{-7} \cdot \frac{Q_1}{d_1^2} \Rightarrow B_1 = 10^{-7} \cdot \frac{(8 \cdot 10^6)}{(4 \cdot 10^{-1})^2} = 5 \text{ T}$$

$$B_2 = 10^{-7} \cdot \frac{Q_2}{d_2^2} \Rightarrow B_2 = 10^{-7} \cdot \frac{(8 \cdot 10^6)}{(4 \cdot 10^{-1})^2} = 5 \text{ T}$$

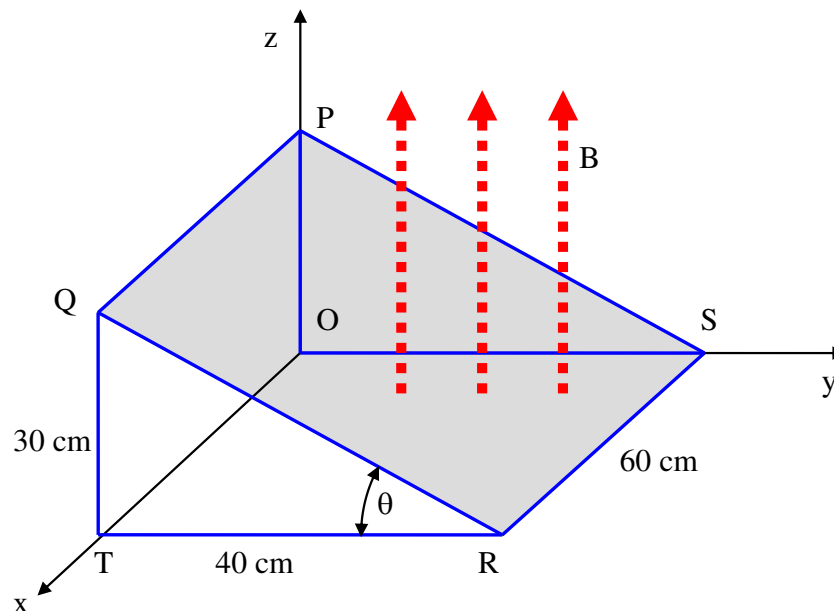
La distancia entre los polos es $5/6$ de la longitud de la barra (48 cm), entonces la distancia entre los polos magnéticos Sur y Norte es 40 cm. En el diagrama se construye un triángulo equilátero.

Cálculo de la resultante en el punto P , aplicando el método del paralelogramo para adicionar dos vectores:

$$B_R = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 \cdot B_2 \cdot \cos 120^\circ} = 5 \text{ T}$$

Respuesta: el valor de la intensidad del campo resultante en P es 5 teslas.

EJEMPLO 07: Si el campo magnético de intensidad $\mathbf{B} = 5 \mathbf{k}$ (teslas) es uniforme y es paralelo al eje “z”. Determinar el flujo magnético que atraviesa la superficie de mayor área.



- A) 0,1 T B) 1,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

Resolución

El valor del flujo magnético resulta ser directamente proporcional con la componente del campo magnético normal a una superficie, o directamente proporcional con la componente normal de una superficie a un campo magnético:

$$\Phi = (B \perp) \cdot A \Leftrightarrow \Phi = B \cdot (\perp A)$$

$$\Phi = (B \cdot \cos \theta) \cdot A \Leftrightarrow \Phi = B \cdot (A \cdot \cos \theta)$$

Identificando las variables, el área de la región PQRS es $0,5 \text{ m} \times 0,6 \text{ m} = 0,3 \text{ m}^2$. La medida del ángulo θ es 37° .

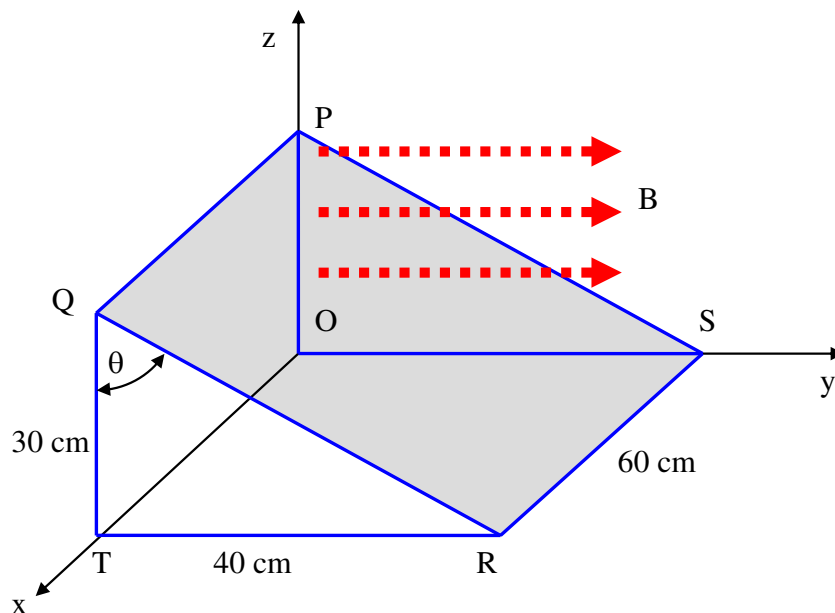
$$\Phi = B \cdot (A \cdot \cos \theta) \Rightarrow \Phi = (5 \text{ T}) \cdot \left(0,3 \text{ m}^2 \cdot \frac{4}{5}\right) = 1,2 \text{ Wb}$$

Verificación. Geométricamente la proyección de la región PQRS sobre el plano x-y es la región OTRS cuya área mide $0,4 \text{ m} \times 0,6 \text{ m} = 0,24 \text{ m}^2$.

$$\Phi = B \cdot (A \cdot \cos \theta) \Rightarrow \Phi = (5 \text{ T}) \cdot (0,24 \text{ m}^2) = 1,2 \text{ Wb}$$

Respuesta: el flujo magnético a través de la región PQRS es 1,2 webers.

EJEMPLO 08: Si el campo magnético de intensidad $\mathbf{B} = 5 \mathbf{j}$ teslas es uniforme y es paralelo al eje “y”. Determinar el flujo magnético que atraviesa la superficie de mayor área.



- A) 0,1 T B) 1,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,9

Resolución

El valor del flujo magnético resulta ser directamente proporcional con la componente del campo magnético normal a una superficie, o directamente proporcional con la componente normal de una superficie a un campo magnético:

$$\Phi = (B \perp) \cdot A \Leftrightarrow \Phi = B \cdot (\perp A)$$

$$\Phi = (B \cdot \cos \theta) \cdot A \Leftrightarrow \Phi = B \cdot (A \cdot \cos \theta)$$

Identificando las variables, el área de la región PQRS es $0,5 \text{ m} \times 0,6 \text{ m} = 0,3 \text{ m}^2$. La medida del ángulo θ es 53° .

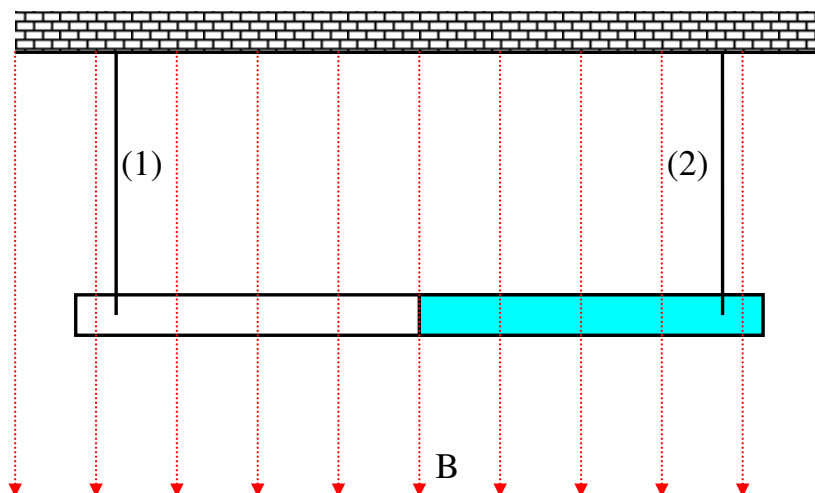
$$\Phi = B \cdot (A \cdot \cos \theta) \Rightarrow \Phi = (5 \text{ T}) \cdot \left(0,3 \text{ m}^2 \cdot \frac{3}{5} \right) = 0,9 \text{ Wb}$$

Verificación. Geométricamente la proyección de la región PQRS sobre el plano x-z es la región OPQT cuya área mide $0,3 \text{ m} \times 0,6 \text{ m} = 0,18 \text{ m}^2$.

$$\Phi = B \cdot (A \cdot \cos \theta) \Rightarrow \Phi = (5 \text{ T}) \cdot (0,18 \text{ m}^2) = 0,9 \text{ Wb}$$

Respuesta: el flujo magnético a través de la región PQRS es 0,9 weber.

EJEMPLO 09: El imán de 30 kg y los polos magnéticos del imán son de 4 A.m, se encuentra en el interior de un campo magnético homogéneo de intensidad 25 T. Si imán esta sujetado exactamente de los polos magnéticos, calcular en módulo de la tensión de los hilos que la sostienen. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



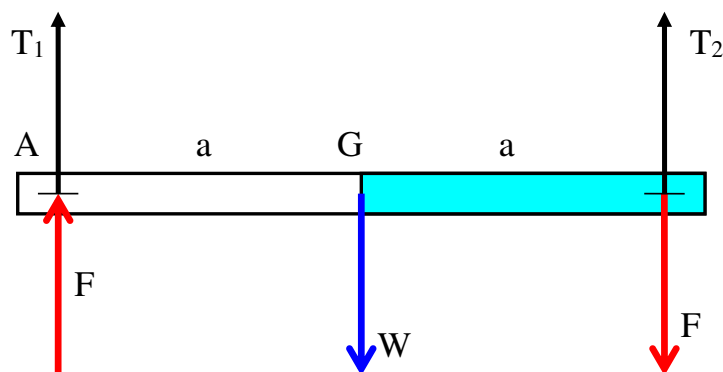
- A) 50 N y 250 N B) 300 y 300 C) 250 y 300 D) 150 y 150 E) 350 y 350

Resolución

El módulo de la fuerza de gravedad sobre la barra es:

$$W = m \cdot g \Rightarrow W = (30 \text{ kg}) \cdot (10 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}) = 300 \text{ N} \dots (1)$$

Realizamos el diagrama de cuerpo libre del imán barra y luego aplicamos la primera condición de equilibrio:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 + F - W - F = 0$$

$$T_1 + T_2 = W = 300 \text{ N} \dots (2)$$

La fuerza magnética en cada polo del imán tiene el siguiente valor:

$$F = Q \cdot B \Rightarrow F = (4 \text{ A} \cdot \text{m}) \cdot (25 \text{ T}) = 100 \text{ N} \dots (3)$$

Aplicamos la segunda condición de equilibrio respecto del extremo A (polo magnético Sur):

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A^W + M_A^F = M_A^{T_2}$$

$$W \cdot (a) + F \cdot (2a) = T_2 \cdot (2a)$$

$$W + 2.F = 2.T_2 \dots (4)$$

Reemplazando (1), (3) en (4) tenemos:

$$T_2 = 250 \text{ N}$$

Reemplazando en (2) tenemos:

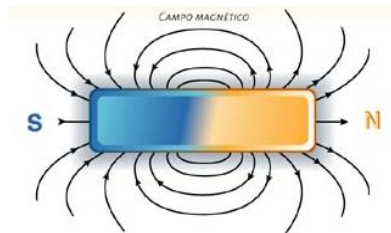
$$T_1 = 50 \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la tensión en las cuerdas (1) y (2) es 50 N y 250 N, respectivamente.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

1. Respecto del Magnetismo, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

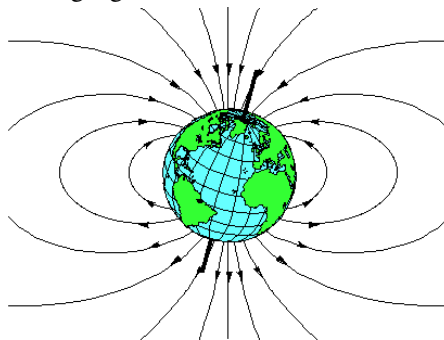
- I. La Tierra se comporta como un imán natural gigante en forma de barra.
- II. El campo magnético terrestre es de poca intensidad.
- III. No hay evidencia de la existencia de monopolares magnéticos



- A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) FVF

2. Respecto del Magnetismo, señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. El imán elemental, así como todo imán, posee dos polos magnéticos.
- II. Polos magnéticos del mismo nombre se repelen y polos magnéticos de nombres diferentes se atraen.
- III. El imán terrestre tiene su polo sur magnético cerca al polo norte geográfico y su polo norte magnético cerca del polo sur geográfico.



- A) VVV B) FFV C) FVF D) FFF E) FVV

3. Respecto al concepto de campo magnético, diga si cada una de las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F):

I. El campo magnético se representa mediante líneas de fuerzas, que salen del polo Norte e ingresan al polo Sur.

II. Se representan mediante líneas de geométricas cerradas.

III. Las líneas de fuerza convergen en polos magnéticos.

A) FFF B) FFV C) FVF D) FVV E) VVV

4. Seleccione con verdadero (V) y falso (F).

a. Los cuerpos que poseen la propiedad del magnetismo son llamados imanes.

b. Los imanes pueden ser naturales o artificiales.

c. La magnetita es un imán natural

A) VVF B) FVV C) VFV D) VVV E) FFV

5. Un imán de barra mide 9,6 cm. ¿A que distancia de sus extremos se ubican los polos magnéticos?

A) 0,6 cm B) 0,8 C) 1,0 D) 1,6 E) 2,4

6. Con respecto a un imán barra podemos afirmar correctamente que:

a. Es imposible separar sus polos.

b. El magnetismo aumenta golpeándolo.

c. Quebrándola, cada parte viene a ser un nuevo imán.

A) VFV B) FVV C) VVF D) VVV E) VFF

7. La temperatura a la cual el magnetismo de un imán se anula se denomina temperatura de.....

A) Newton B) Coulomb C) Ampere D) Ohm E) Curie

8. La Brújula se orienta debido:

A) Al magnetismo local.

B) A los polos geográfico.

C) Al magnetismo de la aguja.

D) Al magnetismo terrestre.

E) A la experiencia del navegante.

9. Dos polos magnéticos de 600 A.m y 800 A.m se colocan a una distancia de 2 cm. determinar la fuerza de repulsión que existe entre ellos.

A) 60 N B) 80 C) 100 D) 120 E) 240

10. Dos polos norte de 500 A.m y 900 A.m se colocan a 3 cm de distancia. ¿Cuál es la fuerza de repulsión que existe entre ellos?

A) 20 N B) 40 C) 50 D) 60 E) 90

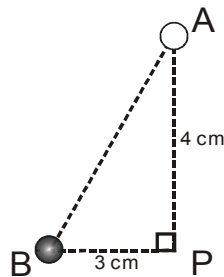
11. Dos polos norte de cargas magnéticas iguales se encuentran separados 30 cm. ¿Cuál es el valor de dichas cargas, si la fuerza con que se repelen es de 2,5 N?

A) 500 N B) 1000 C) 1500 D) 2000 E) 2500

12. Dos polos magnéticos puntuales aislados uno Norte de +1 800 A.m y otro Sur de -900 A.m, se atraen con una fuerza de módulo 45 N. Calcular la intensidad del campo magnético resultante en el punto medio de la distancia entre los polos.

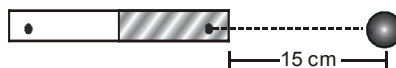
A) 0,1 T B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) N.A.

13. Determinar el módulo de la intensidad de campo magnético resultante en el punto "P", si $Q_A = -16 \cdot 10^4 \text{ A.m}$ y $Q_B = +9 \cdot 10^4 \text{ A.m}$



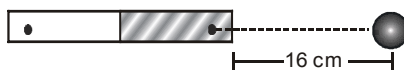
- A) 10 T B) $10\sqrt{2}$ C) $10\sqrt{3}$ D) 20 E) $20\sqrt{2}$

14. Una barra de imán de 60 cm de longitud posee en sus polos una carga magnética de $\pm 49 \cdot 10^3 \text{ Am}$. Determinar la fuerza neta que ella experimenta por la presencia de un polo norte con carga magnética igual a $4 \cdot 10^3 \text{ Am}$.



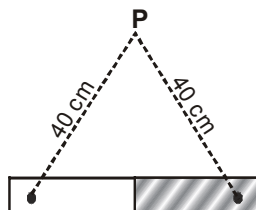
- A) 490 N B) 250 C) 340 D) 450 E) N.A

15. Una barra imán de 48 cm de longitud posee en sus polos una carga magnética de $\pm 18 \cdot 10^3 \text{ Am}$. Determinar la fuerza neta que ella experimenta por la presencia de un polo norte con carga magnética de $2 \cdot 10^3 \text{ Am}$.



- A) 10 N B) 30 C) 50 D) 80 E) N.A

16. Se muestra un imán de 48 cm de longitud con carga magnética en cada polo igual a $8 \cdot 10^6 \text{ Am}$. Calcular el valor de la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P".

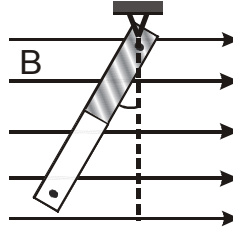


- A) 5 T B) 4 C) 6 D) 3 E) 2

17. Dos polos magnéticos están separados 10 cm y se rechazan con una fuerza de 160 N. Si a 8 cm de uno de los polos el campo magnético resultante es nulo, determine entonces la carga magnética del otro polo.

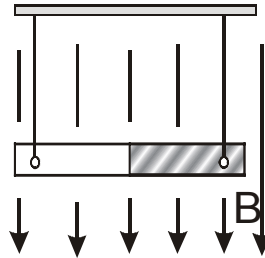
- A) 10 Am B) 20 C) 100 D) 200 E) 1000

18. Un imán recto de carga magnética igual a $400 \text{ A}\cdot\text{m}$ y peso 30 N , es ubicado dentro de un campo uniforme $B = 0,05 \text{ T}$. Determinar el valor de " ϕ " que forma el imán con la vertical, sabiendo que existe equilibrio.



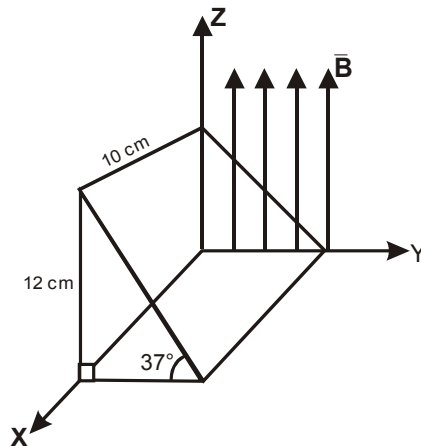
- A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

19. El imán pesa 300 N , el campo magnético homogéneo es de 25 T y los polos magnéticos del imán son de $4 \text{ A}\cdot\text{m}$. Calcular las tensiones de los hilos que la sostienen.



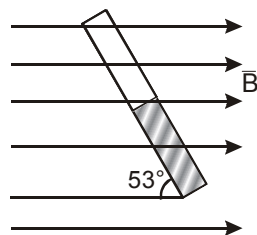
- A) 50 y 250 N B) 300 y 300 C) 250 y 300 D) 150 y 150 E) 350 y 350

20. Si el campo magnético $B = 5$ teslas es uniforme y es paralelo al eje " Z ". Determinar el flujo magnético que atraviesa la superficie de mayor área.

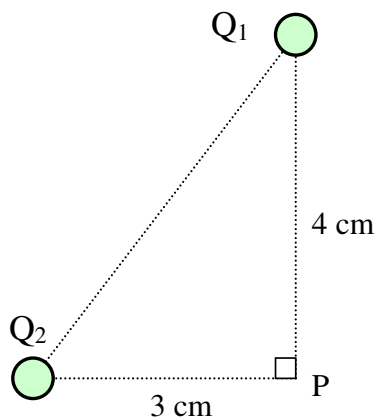


- A) $0,1 \text{ T}$ B) $0,2$ C) $0,3$ D) $0,4$ E) $0,5$

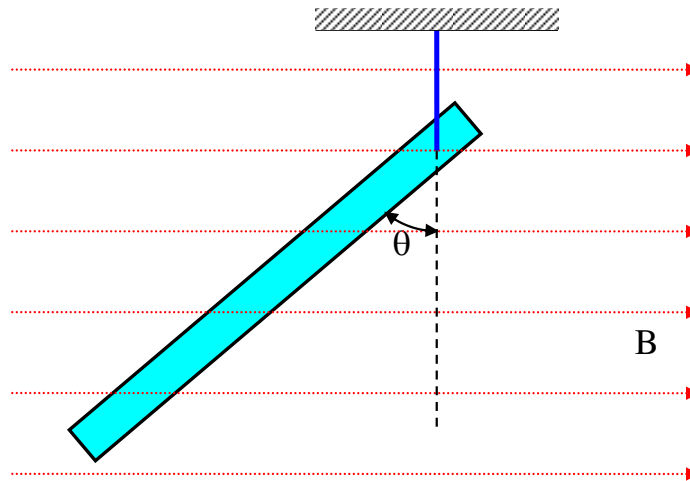
21. En la figura si el imán experimenta un torque de 1600 N. m. Si las cargas magnéticas de los polos son $\pm 10^4$ A. m y la barra mide 48 cm. Hallar la intensidad del campo magnético.



- A) 0,5 T B) 5 T C) 10 T D) 0,1 T E) 2 T
22. Un imán de barra mide 18 cm. ¿A qué distancia (en cm) de sus extremos se ubican los polos magnéticos?
 A) 0,6 B) 0,8 **C) 1,5** D) 1,6 E) 2,5
23. Determinar el módulo de la intensidad de campo magnético resultante en el punto "P", si la cantidad de carga magnética en cada vértice del triángulo es: $Q_1 = +16 \cdot 10^4$ A.m y $Q_2 = +9 \cdot 10^4$ A.m.

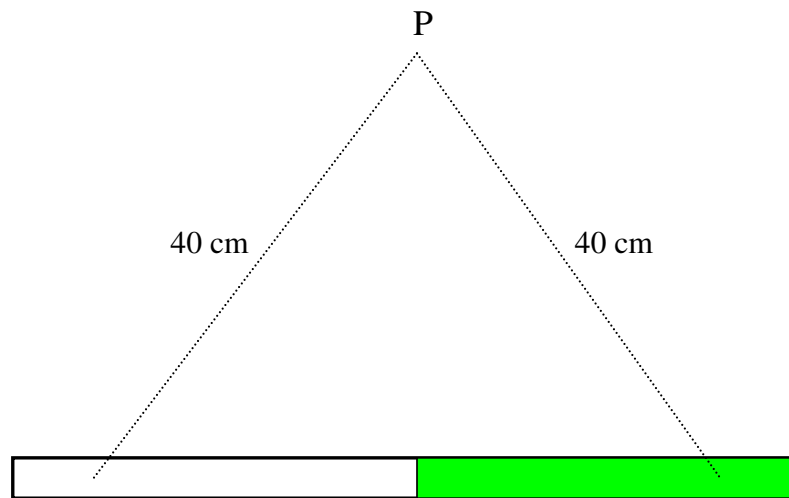


- A) 10 T **B) $10\sqrt{2}$ T** C) $10\sqrt{3}$ T D) 20 T E) $20\sqrt{2}$ T
24. Un imán recto de carga magnética igual a 400 A.m y masa 3 kg, es ubicado dentro de un campo uniforme $B = 0,05$ T. Determinar el valor de " θ " que forma el imán con la vertical, sabiendo que existe equilibrio. ($g = 10$ N/kg)



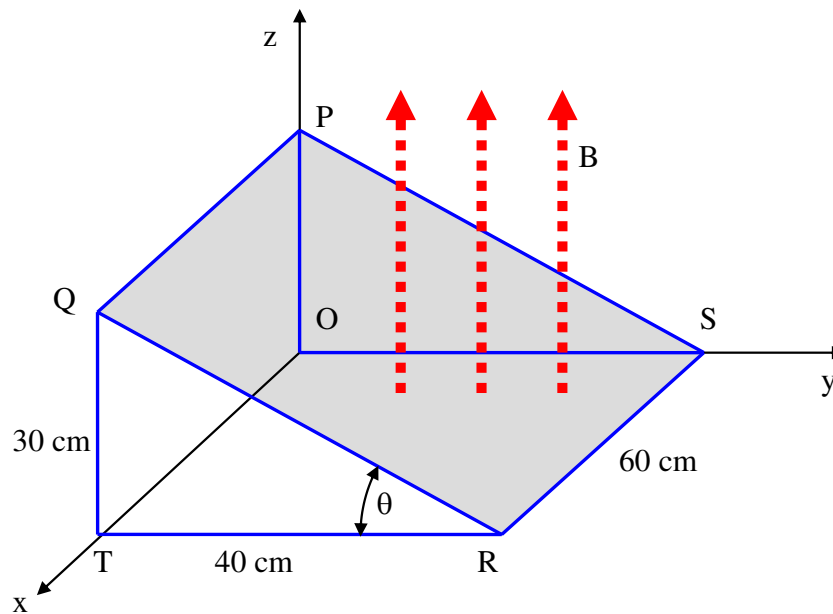
- A) 30° B) 37° C) 45° **D) 53°** E) 60°

25. Se muestra un imán de 48 cm de longitud con carga magnética en cada polo igual a $8 \cdot 10^6$ A.m. Calcular el valor de la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P".



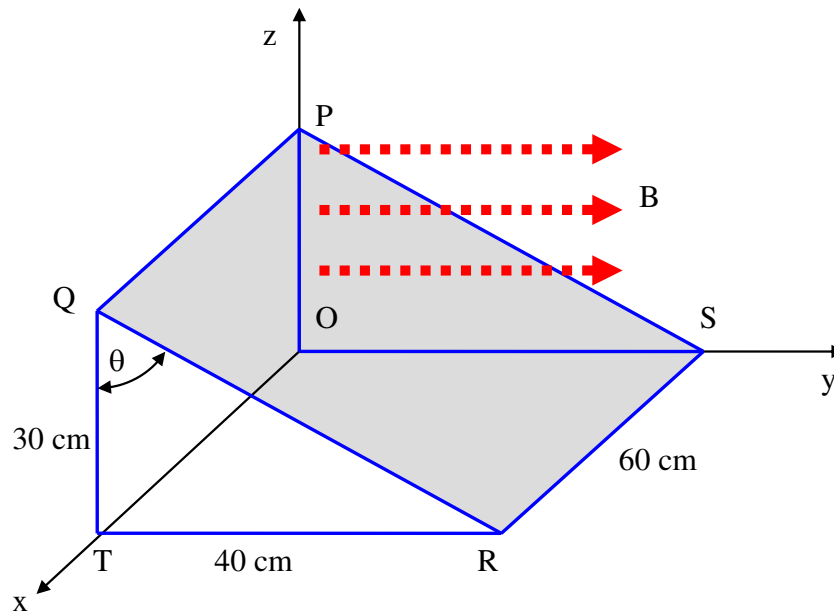
- A) 5 T** B) 4 C) 6 D) 3 E) 2

26. Si el campo magnético de intensidad $B = 5$ k teslas es uniforme y es paralelo al eje "z". Determinar el flujo magnético que atraviesa la superficie de mayor área.



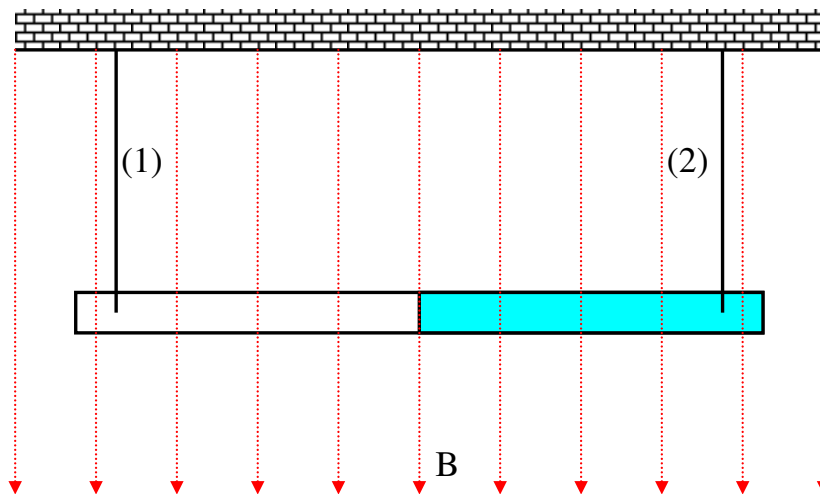
- A) 0,1 T **B) 1,2** C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

27. Si el campo magnético de intensidad $\mathbf{B} = 5 \mathbf{j}$ teslas es uniforme y es paralelo al eje "y". Determinar el flujo magnético que atraviesa la superficie de mayor área.



- A) 0,1 T B) 1,2 C) 0,3 D) 0,4 **E) 0,9**

28. El imán de 30 kg y los polos magnéticos del imán son de 4 A.m, se encuentra en el interior de un campo magnético homogéneo de intensidad 25 T. Si imán esta sujetado exactamente de los polos magnéticos, calcular en módulo de la tensión de los hilos que la sostienen. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

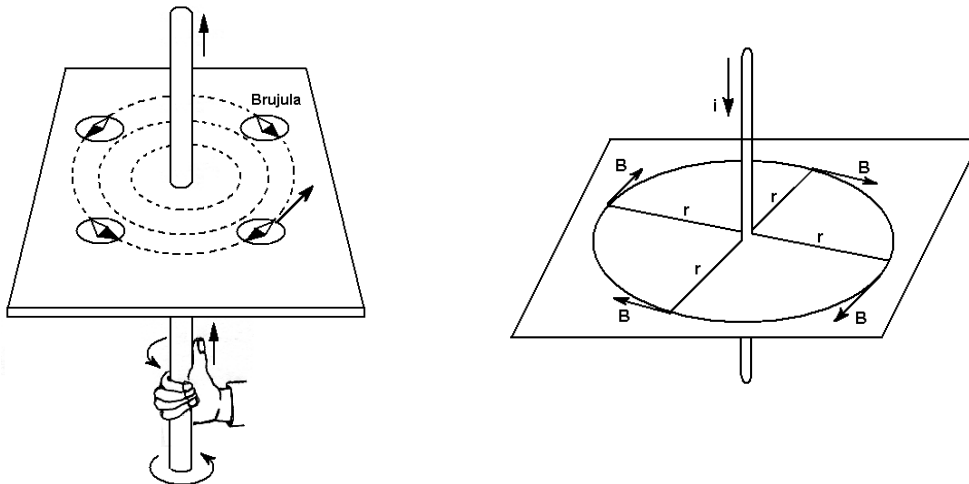


- A) 50 N y 250 N B) 300 y 300 C) 250 y 300 D) 150 y 150 E) 350 y 350
29. Se tiene dos polos magnéticos de 2 000 A.m (Norte) y 8 000 A.m (Sur), separados entre sí 40 cm. Determinar el módulo de la fuerza de atracción magnética.
A) 0,6 N B) 0,8 C) 10,0 D) 1,6 E) 2,0
30. Dos polos Norte de cargas magnéticas iguales se encuentran separados 30 cm. ¿Cuál es el valor de dichas cargas, si la fuerza con que se repelen es de 250 N?
A) 1 500 N B) 1 000 C) 15 000 D) 20 000 E) 2 500

ELECTROMAGNETISMO

(PARTE I: CAMPO ELECTROMAGNÉTICOS)

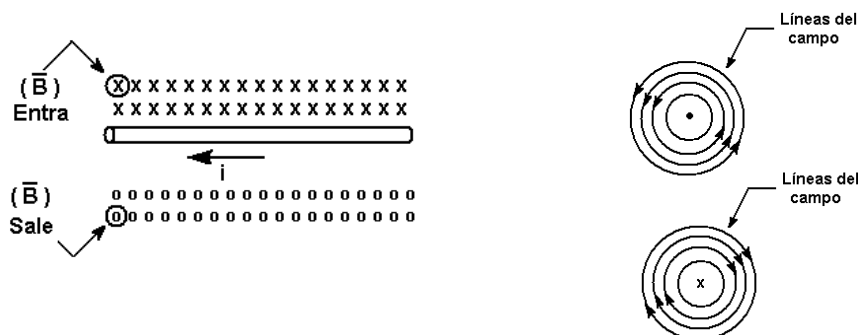
1. Experiencia de Oersted: En 1820 el físico danés *Hans Christian Oersted* descubrió de manera casual que al hacer circular una corriente eléctrica por un cable conductor, este lograba desviar la aguja imantada de una brújula, lo que probaba que el movimiento de las cargas eléctricas genera alrededor de estas un campo magnético.



Al esparcir limaduras de hierro sobre una cartulina por la cual un cable conduciendo corriente eléctrica, se apreciará que estas se ordenan formando circunferencias concéntricas alrededor del punto por donde el cable intercepta al plano de la cartulina. Este ordenamiento nos sugiere que el campo magnético creado por la corriente eléctrica, la envuelve completamente, tal como se muestra en la figura.

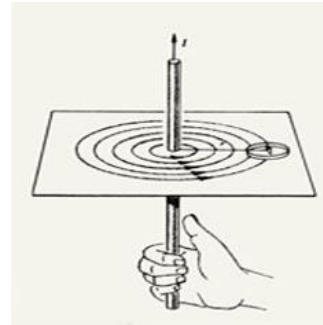
2. LINEAS DE FUERZA

El campo magnético se representan geométricamente mediante líneas de fuerza. Para determinar el sentido de las líneas de fuerza se utiliza la “regla de la mano derecha”.



3. REGLA DE LA MANO DERECHA

Al ser utilizado para determinar el sentido de las líneas del campo se procede a coger el conductor de manera que el dedo pulgar señale el sentido de la corriente, entonces los dedos restantes cerraran la mano en el mismo sentido de las líneas de fuerza.



Ley de Biot – Savart: Pocas semanas después de conocerse el descubrimiento de Oersted, los físicos Jean B. Biot y Félix Savart investigaron sobre la intensidad de los campos creados por corrientes. A estos trabajos se sumaron los aportes de André M. Ampere y Pierre S. Laplace.

“La intensidad del campo magnético B en un punto de campo P , es directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica (i) e inversamente proporcional a la distancia (d)”

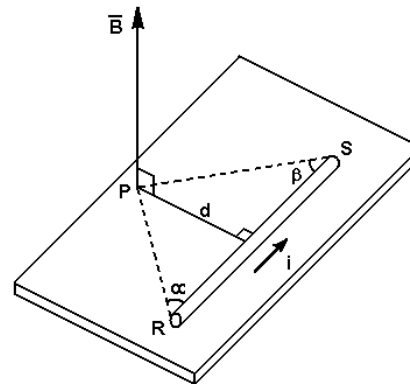
4. CAMPO MAGNETICO CREADO POR UN SEGMENTO DE CORRIENTE: Cuando un segmento conductor RS conduce una corriente de intensidad " i ", como el mostrado en la figura genera un campo magnético tal que en un punto " P " contenido en su plano, el vector " B " será normal a dicho plano. Al unir el punto " P " con los extremos " R " y " S " del conducto, estos formaran con aquel ángulo " α " y " β " los cuales permiten definir el valor del campo en dicho punto.

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} (\cos\alpha + \cos\beta)$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{weber}}{\text{A.m}}$$

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{i}{d} (\cos\alpha + \cos\beta)$$

Donde " d " es la distancia de " P " al segmento RS .

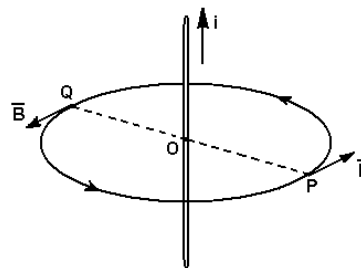


5. CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN CONDUCTOR INFINITO: Se demuestra que toda corriente que transporta un conductor "infinitamente largo" genera un campo magnético cuya intensidad es directamente proporcional con la corriente (i), pero inversamente proporcional con la distancia (d) al conductor.

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{weber}}{\text{A.m}}$$

$$B = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i}{d}$$



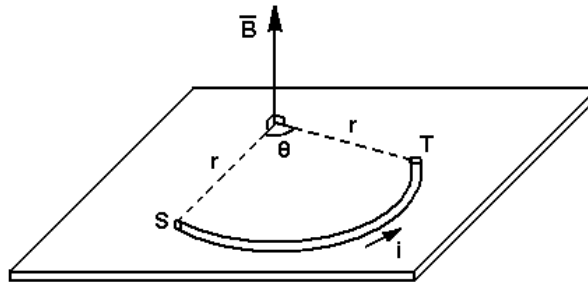
6. CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR UN ARCO DE CORRIENTE: Un conductor en forma de arco de radio "r", subtendido por un ángulo central " θ ", producirá un campo magnético a su alrededor de manera que en el centro de curvatura la intensidad "B" de dicho campo estará dado por:

$$B = \frac{i \cdot \theta \cdot \mu_0}{4\pi \cdot r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{weber}}{\text{A.m}}$$

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{i \cdot \theta}{r}$$

Donde " θ " se expresa en radianes.



7. CAMPO MAGNETICO CREADO POR UNA ESPIRA CIRCUNFERENCIAL: Cuando un conductor bajo la forma de un aro presenta una corriente, esta genera un campo magnético en todo el espacio que lo rodea, de manera que todas las líneas del campo envuelven a la espira observándose que por una de sus caras las líneas salen de su interior y por la otra cara estas mismas ingresan. De esta forma podemos decir que una espira circular de corriente presenta dos polos magnéticos: uno norte y el otro sur. La intensidad del campo magnético tiene un valor máximo en el centro de la espira, y viene dado por:

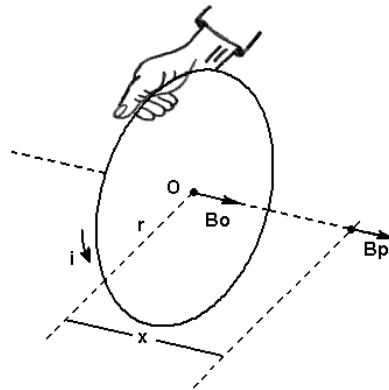
$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i}{r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{weber}}{\text{A.m}}$$

$$B_0 = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i}{r}$$

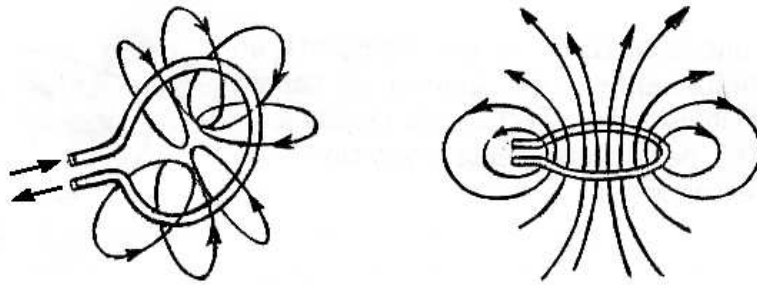
r: radio de la espira circular (m)

i: intensidad de la corriente eléctrica (A)



Y en el punto "P" del eje:

$$B_P = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot r^2}{2(x^2 + r^2)^{3/2}}$$



8. CAMPO MAGNETICO CREADO POR UN SOLENOIDE: Se llama también bobina, y es un conjunto de arrollamientos por donde circula una corriente, creando en su espacio interior un campo magnético debido a la superposición de los campos individuales que genera cada espira, de modo que éstos se refuerzan, dado que en todas las corrientes tienen el mismo sentido. Puede comprobarse que:

$$B_{\text{centro}} = 2 \cdot B_{\text{extremo}}$$

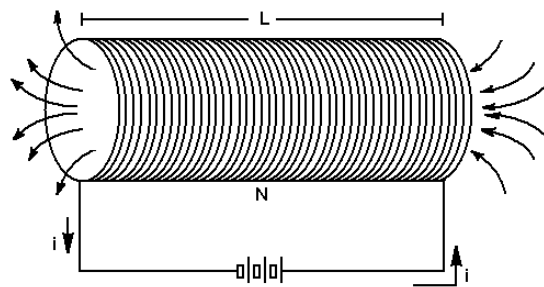
$$B_{\text{centro}} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot N}{L}$$

N: número de vueltas

L: largo del solenoide

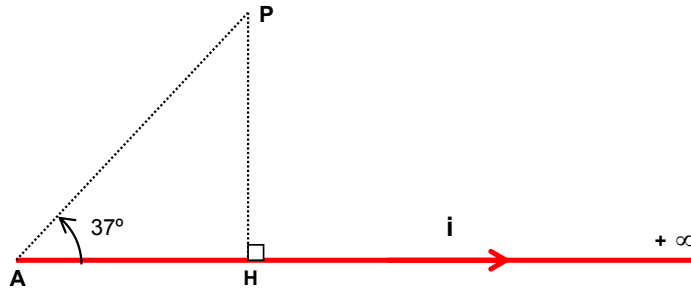
i: intensidad de corriente eléctrica.

B: intensidad del campo magnético.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Se muestra un conductor infinitamente largo por donde fluye corriente eléctrica de intensidad $I = 6 \text{ A}$. Si $AP = 10 \text{ cm}$ y $PH = 6 \text{ cm}$, determinar la intensidad del campo magnético en el punto "P".



- A) $50 \mu\text{T}$ B) $18 \mu\text{T}$ C) $15 \mu\text{T}$ D) $20 \mu\text{T}$ E) $25 \mu\text{T}$

Resolución

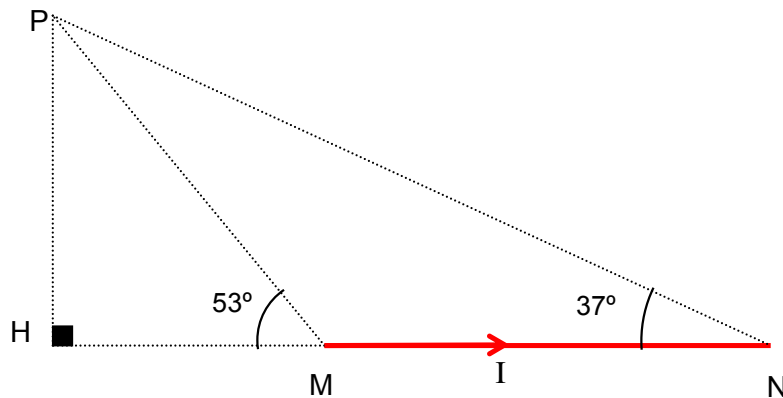
Cuando un segmento conductor conduce una corriente de intensidad "i", como el que se muestra, genera un campo magnético en un punto "P" contenido en su plano, el vector intensidad de campo magnético "B" será normal a dicho plano. El segmento PH mide 0,06 metro.

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{i}{d} (\cos\alpha + \cos\beta)$$

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{6}{0,06} (\cos 37^\circ + \cos 0^\circ) = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Respuesta: la intensidad del campo magnético en el punto P es $18 \mu\text{T}$.

EJEMPLO 02: Se muestra un conductor infinitamente largo por donde fluye corriente eléctrica de intensidad $I = 6 \text{ A}$. Si $PN = 20 \text{ cm}$, $PM = 15 \text{ cm}$ y $PH = 12 \text{ cm}$, determinar la intensidad del campo magnético en el punto "P".



- A) $1 \mu\text{T}$ B) $60 \mu\text{T}$ C) $50 \mu\text{T}$ D) $40 \mu\text{T}$ E) $10 \mu\text{T}$

Resolución

Cuando un segmento conductor MN conduce una corriente de intensidad "i", como el mostrado en la figura, genera un campo magnético en el punto "P", el vector intensidad de campo magnético "B" será normal a dicho plano. El segmento PH mide 0,12 metro.

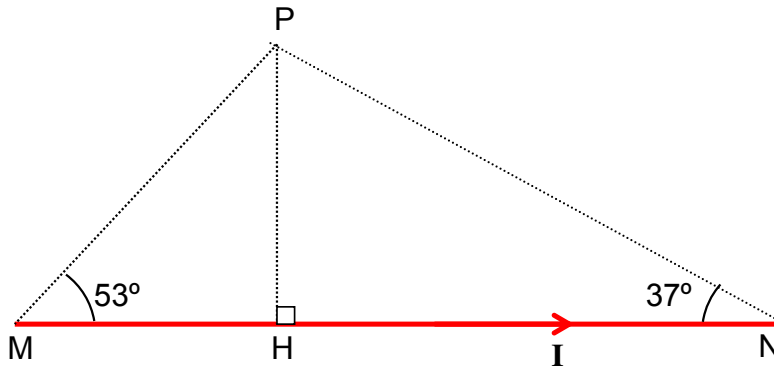
$$B = 10^{-7} \cdot \frac{i}{d} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

Hacemos el siguiente artificio, al campo generado por el segmento HN sustraemos el campo creado por el segmento HM, obteniendo la siguiente relación:

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{6}{0,12} (\cos 37^\circ - \cos 53^\circ) = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Respuesta: la intensidad del campo magnético en el punto P es 1,0 μT .

EJEMPLO 03: Se muestra un segmento de conductor MN por el cual fluye una corriente eléctrica de intensidad I = 6,0 A. Sabiendo que MP = 15 cm; PH = 12 cm; PN = 20 cm; determinar el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$

B) $7 \times 10^{-6} \text{ T}$

C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$

D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$

E) $70 \mu\text{T}$

Resolución

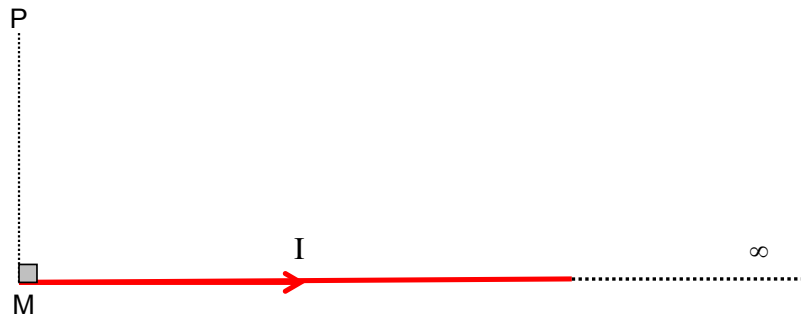
Cuando un segmento conductor conduce una corriente de intensidad "i", como el que se muestra, genera un campo magnético en un punto "P" contenido en su plano, el vector intensidad de campo magnético "B" será normal a dicho plano. El segmento PH mide 0,06 metro.

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{i}{d} (\cos \alpha + \cos \beta)$$

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{6}{0,12} (\cos 37^\circ + \cos 53^\circ) = 7 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Respuesta: la intensidad del campo magnético en el punto P es 7 μT .

EJEMPLO 04: Se muestra un conductor rectilíneo muy largo que lleva corriente eléctrica de intensidad $I = 10$ A. Sabiendo que $PM = 10$ cm, calcular el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



- A) $70 \mu\text{T}$ B) $60 \mu\text{T}$ C) $50 \mu\text{T}$ D) $40 \mu\text{T}$ E) $10 \mu\text{T}$

Resolución

Cuando un segmento conductor conduce una corriente de intensidad "i", como el que se muestra, genera un campo magnético en un punto "P" contenido en su plano, el vector intensidad de campo magnético "B" será normal a dicho plano. El segmento PM mide 0,1 metro. En el extremo M la medida del ángulo es 90° y en el infinito la medida del ángulo es 0° .

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{i}{d} (\cos\alpha + \cos\beta)$$

$$B = 10^{-7} \cdot \frac{10}{0,1} (\cos 90^\circ + \cos 0^\circ) = 10^{-5} \text{ T}$$

Respuesta: la intensidad del campo magnético en el punto P es $10 \mu\text{T}$.

EJEMPLO 05: Determine el radio de una espira circular por la cual fluye corriente eléctrica de intensidad 6,0 A. En el centro de la espira la inducción magnética es de $4\pi \cdot 10^{-5}$ T.

- a) 10 cm b) 20 c) 3 d) 4 e) 30

Resolución

La intensidad del campo magnético en el centro de una espira circular es directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica e inversamente proporcional al radio de curvatura.

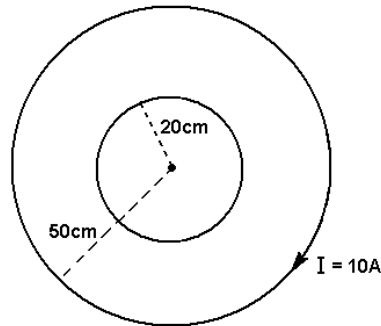
$$B = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i}{R}$$

Reemplazando lo valores tenemos que:

$$4\pi \cdot 10^{-5} = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{6}{R} \Rightarrow R = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Respuesta: el radio de curvatura es 3 centímetros.

EJEMPLO 06: Determinar la intensidad de corriente eléctrica (en A) en la espira de menor radio de curvatura para que la inducción magnética en el centro sea nula.



- a) 2 A b) 2,5 c) 4 d) 7,5 e) 5

Resolución

La intensidad del campo magnético en el centro de una espira circular es directamente proporcional a la intensidad de la corriente eléctrica e inversamente proporcional al radio de curvatura.

$$B = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i}{R}$$

El sentido de la corriente en las espiras concéntricas deben ser opuestas para que la intensidad del campo magnético en el centro sea nula.

$$2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1}{R_1} = 2\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2}{R_2} \Rightarrow \frac{i_1}{R_1} = \frac{i_2}{R_2}$$

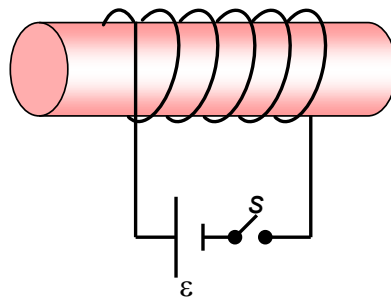
Reemplazando los valores tenemos que:

$$\frac{i_1}{20 \text{ cm}} = \frac{10 \text{ A}}{50 \text{ cm}} \Rightarrow i_1 = 4 \text{ A}$$

Respuesta: la intensidad de corriente eléctrica en la espira pequeña es 4 amperes.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

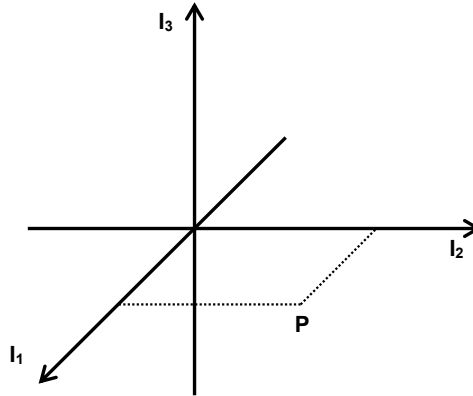
1. El campo magnético en el interior de un solenoide de 0,8 m de largo es de 24 mT. El diámetro del solenoide es 24 mm. Determinar (en m) el largo del alambre que forma el solenoide que transporta una corriente de intensidad 12 A.



Para el problema 01

- A) 96 B) 86 C) 62 D) 78 E) 76

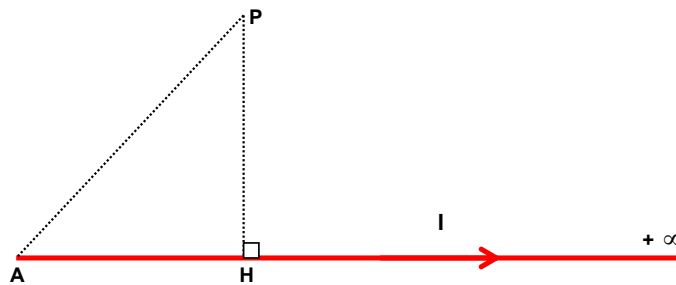
2. Se tiene 200 m de alambre de cobre esmaltado de 1 mm de diámetro y una batería que proporciona una corriente de 0,1 A. Diseñe un solenoide que produzca un campo magnético casi uniforme en un volumen cilíndrico de 2 cm de radio y 10 cm de largo. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético (en mT) a lo largo del eje del cilindro?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
3. Se tiene tres conductores infinitamente largos $I_1 = I_2 = I_3 = 500$ A, van a lo largo de los ejes cartesianos X, Y, Z, respectivamente. Determinar el módulo de la intensidad del campo magnético (en mT) en la posición P (5; 5; 0).



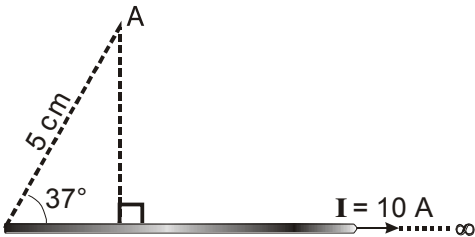
Para el problema 03

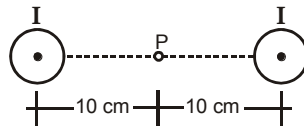
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 1
4. Al enrollar un alambre de longitud L sobre un cilindro de altura H y radio R se genera en el interior del cilindro un campo magnético B_1 , cuando circula una corriente I . Si luego el mismo alambre se enrolla en otro cilindro de igual altura, pero de área transversal cuádruplo, se genera un campo magnético B_2 en el interior cuando circula la misma corriente I . Determine la relación entre B_1 y B_2 .
- A) 1:2 B) 1:3 C) 1:4 D) 1:5 E) 1:6
5. Calcular a que distancia de un conductor infinitamente largo, por el cual pasa una corriente de 30 A, la intensidad de campo magnético es $2 \cdot 10^{-4}$ T.
- A) 2 cm B) 3 cm C) 4 cm D) 5 cm E) 6 cm
6. Determinar la intensidad del campo magnético en un punto situado a una distancia de 2 cm de un conductor infinitamente largo por el cual fluye una corriente de 6 A.
- A) 60 μ T B) 80 μ T C) 90 μ T D) 50 μ T E) 40 μ T
7. Indique que sucedería con el módulo del campo magnético generado por un conductor, a 8 cm de distancia, cuando la corriente que transporta se duplica.
- A) Se reduce a la mitad. B) Se duplica. C) Se reduce a la cuarta parte.
D) Se cuadruplica. E) Permanece igual.

8. Calcular a que distancia un conductor recto infinito, por el cual pasa una corriente de 20 A, la intensidad del campo magnético es de $40 \mu\text{T}$.
 A) 6 cm B) 8 C) 10 D) 4 E) 12
9. Determinar la intensidad el campo magnético en el centro de una espira circular de un conductor de radio igual a π cm y por el cual fluye una corriente de 1 ampere.
 A) $10 \mu\text{T}$ B) $20 \mu\text{T}$ C) $30 \mu\text{T}$ D) $40 \mu\text{T}$ E) $50 \mu\text{T}$
10. *Calcular a que distancia del borde de un conductor circular el campo magnético es de $4\pi \mu\text{T}$, sabiendo que la magnitud de la intensidad de corriente que la genera es de 40 A.
 A) 2 cm B) 3 cm C) 4 cm D) 5 cm E) 1 cm
11. Se muestra un conductor infinitamente largo por donde fluye corriente eléctrica de intensidad $I =$



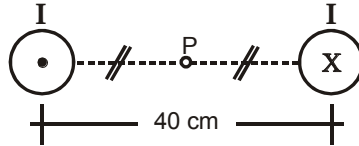
Para el problema 11

- 10 A. Si $AP = 10$ cm y $AH = 8$ cm, determinar la intensidad del campo magnético en el punto "P".
 A) $50 \mu\text{T}$ B) $10 \mu\text{T}$ C) $15 \mu\text{T}$ D) $20 \mu\text{T}$ E) $25 \mu\text{T}$
12. Se muestra un conductor rectilíneo muy largo. Calcular el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto A.

- A) $70 \mu\text{T}$ B) $60 \mu\text{T}$ C) $50 \mu\text{T}$ D) $40 \mu\text{T}$ E) $30 \mu\text{T}$
13. Se muestra dos conductores muy largos perpendiculares al plano, que llevan igual intensidad de corriente $I = 10$ A, e igual dirección. Determinar la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P".



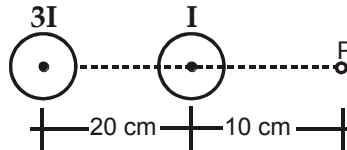
- A) $10 \mu\text{T}$ B) $20 \mu\text{T}$ C) $30 \mu\text{T}$ D) $40 \mu\text{T}$ E) cero

14. Se muestra dos conductores muy largos perpendiculares al plano, que llevan igual intensidad de corriente $I = 4 \text{ A}$, pero sentidos opuestos. Determinar la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P".



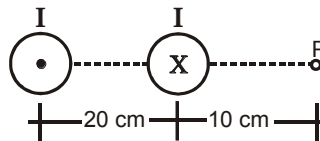
- A) $5 \mu\text{T}$ B) $6 \mu\text{T}$ C) $7 \mu\text{T}$ D) $8 \mu\text{T}$ E) $9 \mu\text{T}$

15. Se muestra dos conductores muy largos perpendiculares al plano, que llevan intensidad de corriente ($I = 6 \text{ A}$) con igual dirección. Determinar la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P".



- A) $12 \mu\text{T}$ B) $24 \mu\text{T}$ C) $36 \mu\text{T}$ D) $48 \mu\text{T}$ E) 0

16. Se muestra dos conductores muy largos perpendiculares al plano, que llevan igual intensidad de corriente $I = 3 \text{ A}$, pero con diferente dirección. Determinar la intensidad del campo magnético resultante en el punto "P". $I = 3 \text{ A}$.

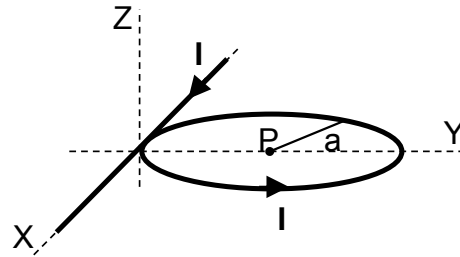


- A) $4 \mu\text{T}$ B) $2 \mu\text{T}$ C) $3 \mu\text{T}$ D) $6 \mu\text{T}$ E) $8 \mu\text{T}$

17. Se dispone dos espiras de radios $\pi \text{ cm}$ cada una. Ubicándolas perpendicularmente entre sí por una de ellas pasa $1,5 \text{ A}$ de corriente y por la otra 2 A . Determinar la intensidad del campo magnético en el centro de ambas espiras.

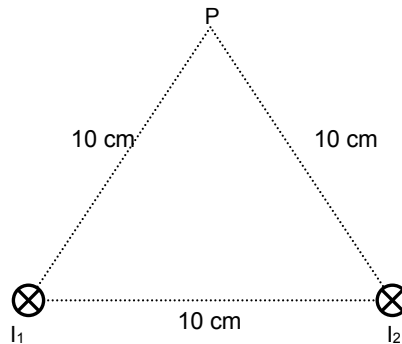
- A) $4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ B) $3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ C) $5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ D) $8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ E) $6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

18. Un alambre muy largo se dobla haciendo un bucle (lazo) circular de radio “a”, centrado en P, todo en el plano XY. Si por el alambre circula una corriente I, determine la intensidad del campo magnético en el punto P.



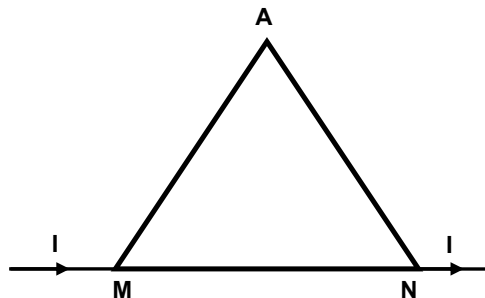
- A) $\frac{\mu_0 I}{2a} \left[\frac{1}{\pi} + 1 \right]$ B) $\frac{\mu_0 I}{a} \left[\frac{1}{\pi} + 1 \right]$ C) $\frac{\mu_0 I}{4a} \left[\frac{1}{\pi} + 1 \right]$
 D) $\frac{\mu_0 I}{2a} \left[\frac{1}{\pi} - 1 \right]$ E) $\frac{\mu_0 I}{4a} \left[\frac{1}{\pi} - 1 \right]$
19. Indicar verdadero (V) o falso (F) respecto de las siguientes proposiciones:
 I. La aguja magnética de una brújula se desvía debido al paso de la corriente por un conductor porque prevalece el campo magnético de esta sobre el campo magnético de la Tierra.
 II. El experimento de Oersted mostró la relación entre los fenómenos eléctricos y magnéticos.
 III. Se puede afirmar que las propiedades magnéticas de todas las sustancias se deben a corrientes eléctricas microscópicas.
 A) VVV B) FVV C) FVF D) FFF E) FFV
20. Calcular a qué distancia de un conductor rectilíneo infinitamente largo, por el cual circula una corriente eléctrica de intensidad 30 A, la intensidad del campo magnético es 200 $\square\square\square$
 A) 2 cm B) 3 cm C) 4 cm D) 5 cm E) 6 cm
21. ¿A qué distancia de un conductor rectilíneo infinitamente largo, por el cual pasa una corriente eléctrica de intensidad 20 A, la intensidad del campo magnético es 20 μT ?
 A) 20 cm B) 30 cm C) 40 cm D) 50 cm E) 10 cm
22. Determinar la intensidad del campo magnético en el centro de una espira circular de un conductor de radio igual a π cm y por el cual fluye una corriente eléctrica de intensidad 1,0 ampere.
 A) 10 μT B) 20 $\square\square$ C) 30 $\square\square$ D) 40 $\square\square$ E) 50 $\square\square$
23. Un solenoide tiene 20 espiras circunferenciales y largo 10 $\square$ cm. La intensidad de corriente que pasa por ella es 0,5 A. Calcular la intensidad del campo magnético en el centro del solenoide.
 A) 10 μT B) 20 $\square\square$ C) 30 $\square\square$ D) 40 $\square\square$ E) 50 $\square\square$
24. Calcular la intensidad del campo magnético en un punto situado a una distancia de 2 cm de un conductor infinitamente largo por el cual fluyen una corriente de intensidad 6 A.
 A) 60 μT B) 80 $\square\square$ C) 90 $\square\square$ D) 50 $\square\square$ E) 40 $\square\square$

25. Se dispone dos espiras de radios $\square$ cm cada una, ubicándose en planos perpendiculares entre sí, por una de ellas fluye corriente de intensidad 1,5 A y por la otra 2,0 A. Determinar la intensidad del campo magnético resultante en el centro común de las espiras circunferenciales.
A) $40 \mu\text{T}$ B) $30 \square\square$ C) $50 \square\square$ D) $80 \square\square$ E) $60 \square\square$
26. Un solenoide tiene 20 espiras circulares y 10 de longitud. La corriente que pasa por ella una intensidad de 0,5 A. Calcular el campo magnético en su centro.
A) $10 \mu\text{T}$ B) 20 C) 30 D) 40 E) 50
27. En la figura se representan secciones de dos conductores por los cuales fluyen corrientes de $I_1 = I_2 = 30$ amperes. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético resultante en el punto P.



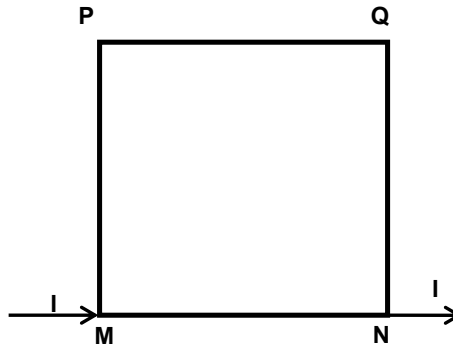
Para el problema 27

- A) $6 \times 10^{-3} \text{ T}$ B) $8 \times 10^{-3} \text{ T}$ C) $4 \times 10^{-3} \text{ T}$ D) $2 \times 10^{-3} \text{ T}$ E) N.A
28. La figura muestra un triángulo equilátero de vértices A, M y N, formado de tres alambres conductores de 12 cm cada uno. La intensidad de corriente $I = 10 \text{ A}$, que ingresa por el vértice M sale por el vértice N. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el baricentro del triángulo.
A) 0 T B) $8 \times 10^{-3} \text{ T}$ C) $4 \times 10^{-3} \text{ T}$ D) $2 \times 10^{-3} \text{ T}$ E) N.A



Para el problema 28

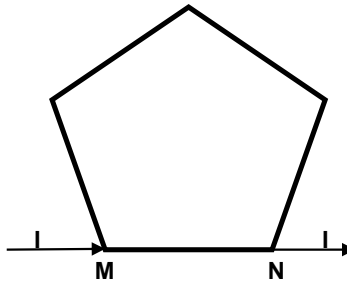
29. La figura muestra un cuadrado de vértices P, M, N y Q, formado de cuatro alambres conductores de 12 cm cada uno. La intensidad de corriente $I = 4 \text{ A}$ que ingresa por el vértice M sale por el vértice N. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el centro del cuadrado.



Para el problema 29

- A) 0 T B) 8×10^{-3} T C) 4×10^{-3} T D) 2×10^{-3} T E) N.A

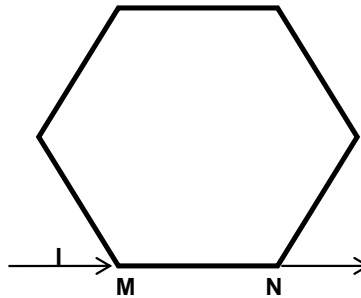
30. La figura muestra un pentágono formado de cinco alambres conductores de 12 cm cada uno. La intensidad de corriente $I = 6$ A, que ingresa por el vértice M sale por el vértice N. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el centro del pentágono.



Para el problema 30

- A) 0 T B) 8×10^{-3} T C) 4×10^{-3} T D) 2×10^{-3} T E) N.A

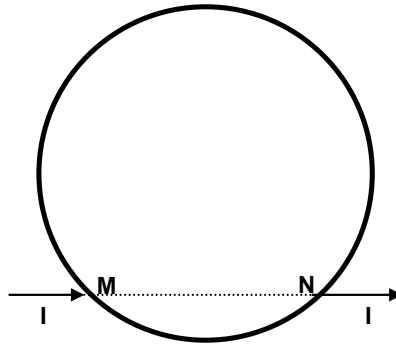
31. La figura muestra un hexágono formado de seis alambres conductores de 12 cm cada uno. La intensidad de corriente $I = 4$ A, que ingresa por el vértice M sale por el vértice N. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el centro del hexágono.



Para el problema 31

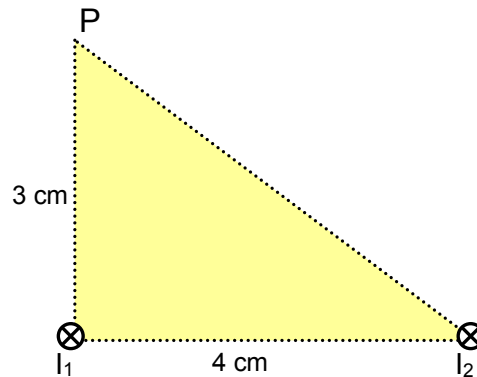
- A) 0 T B) 8×10^{-3} T C) 4×10^{-3} T D) 2×10^{-3} T E) N.A

32. La figura muestra una circunferencia de 25 cm de radio, formado de un alambre conductor. La intensidad de corriente $I = 4$ A, que ingresa por el punto M sale por el punto N. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el centro de la circunferencia.



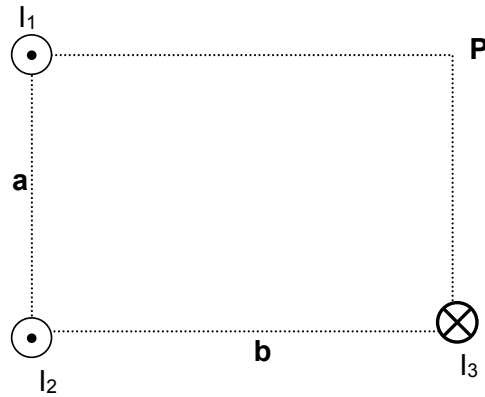
Para el problema 32

- A) 0 T B) 8×10^{-3} T C) 4×10^{-3} T D) 2×10^{-3} T E) N.A
33. **Se muestra la sección de dos conductores rectilíneos infinitamente largos que llevan corrientes de intensidad $I_1 = 30$ A y $I_2 = 50$ A. Determine la intensidad del campo magnético resultante en el punto P.



Para el problema 33

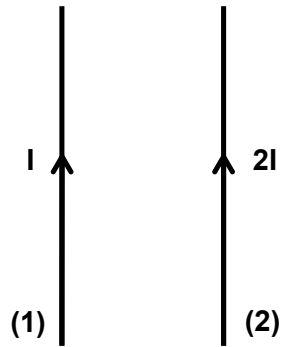
- A) 0 T B) 8×10^{-3} T C) 4×10^{-3} T D) 2×10^{-3} T E) N.A
34. **Se muestra la sección de tres conductores rectilíneos infinitamente largos, que llevan corrientes de intensidad $I_1 = 40$ A, $I_2 = 50$ A y $I_3 = 30$ A. Sabiendo que $a = 3$ cm y $b = 4$ cm, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 34

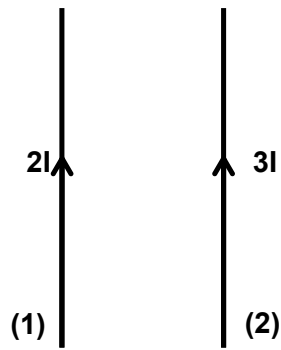
- A) 0 T B) 8×10^{-3} T C) 4×10^{-3} T D) 2×10^{-3} T E) N.A

35. La figura muestra dos conductores (1) y (2) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad I y $2I$, con igual sentido. La distancia entre los conductores es 6 cm. Encontrar la distancia a partir del conductor (1) donde la intensidad del campo magnético es nula.



Para el problema 35

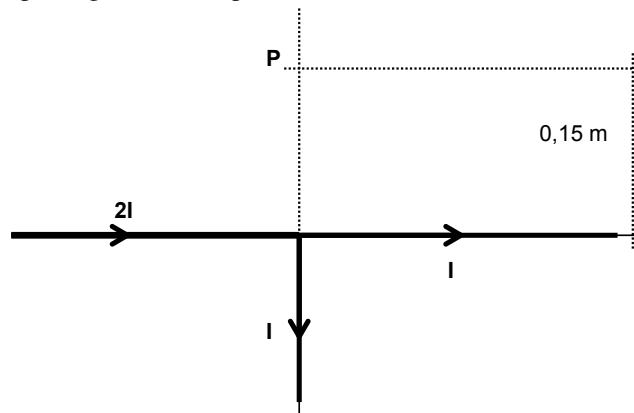
- A) 6 cm a la izquierda del conductor (1). B) 2 cm a la derecha del conductor (1).
 C) 3 cm a la derecha del conductor (1). D) 4 cm a la derecha del conductor (1).
 E) Ninguna anterior
36. La figura muestra dos conductores (1) y (2) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $2I$ y $3I$, con igual sentido. La distancia entre los conductores es 10 cm. Encontrar la distancia a partir del conductor (1) donde la intensidad del campo magnético es nula.



Para el problema 36

- A) 2 cm a la izquierda del conductor (1).
- B) 3 cm a la derecha del conductor (1).
- C) 4 cm a la derecha del conductor (1).
- D) 5 cm a la izquierda del conductor (1).
- E) 6 cm a la derecha del conductor (1).

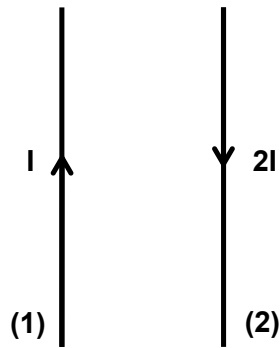
37. Se muestra conductores infinitamente largos que llevan corriente, que al llegar al nudo se divide en dos corrientes de igual intensidad. Sabiendo que $I = \pi$ A, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 37

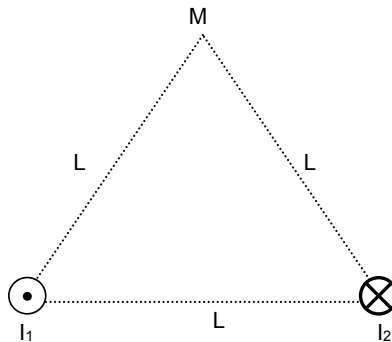
- A) 2 mT B) 3 mT C) 4 mT D) 5 mT E) Ninguna anterior

38. La figura muestra dos conductores (1) y (2) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad I y $2I$, con sentidos opuestos. La distancia entre los conductores es 6 cm. Encontrar la distancia a partir del conductor (1) donde la intensidad del campo magnético es nula.



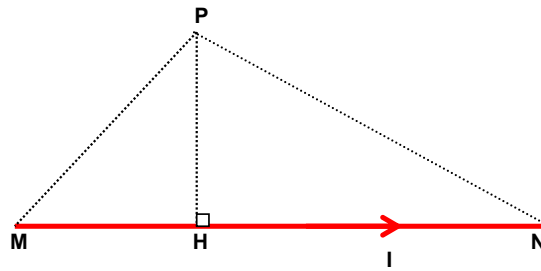
Para el problema 38

- A) 6 cm a la izquierda del conductor (1). B) 2 cm a la derecha del conductor (1).
 C) 3 cm a la derecha del conductor (1). D) 4 cm a la derecha del conductor (1).
 E) Ninguna anterior
39. La figura muestra dos conductores (1) y (2) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de igual intensidad $I_1 = I_2 = 30$ A, con sentidos opuestos. Determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el vértice M del triángulo equilátero de lado $L = 10$ cm.



Para el problema 39

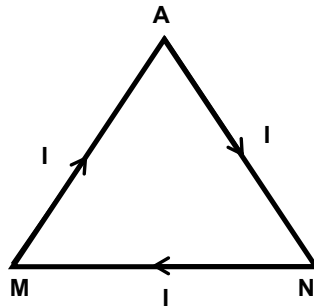
- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) 5×10^{-5} T
40. Se muestra un segmento de conductor MN por el cual fluye una corriente eléctrica de intensidad $I = 10$ A. Sabiendo que $MP = 15$ cm; $PH = 12$ cm; $PN = 20$ cm; determinar el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 40

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior

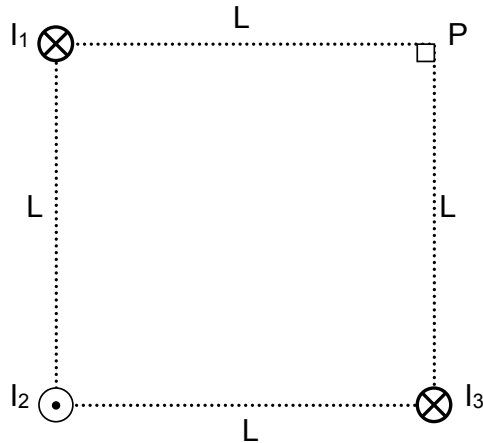
41. Se muestra un triángulo equilátero formado por tres resistores de largo 10 cm, por el cual fluye una corriente de intensidad $I = 10$ A. Determine el módulo de intensidad del campo magnético en el baricentro del triángulo MAN.



Para el problema 41

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior

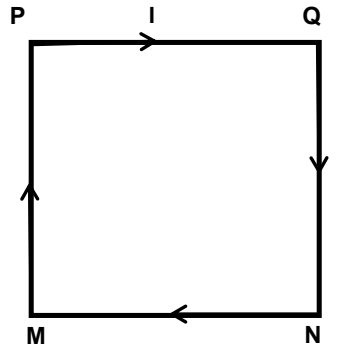
42. La figura muestra tres conductores (1), (2) y (3) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = I_2 = I_3 = 10$ A. Sabiendo que $L = 10$ cm, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el vértice P.



Para el problema 42

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior

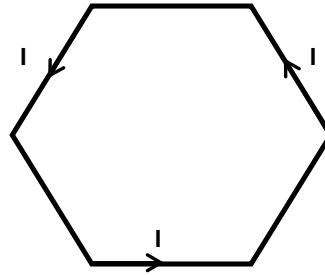
43. Se muestra un cuadrado formado por cuatro resistores de largo 10 cm, por el cual fluye una corriente eléctrica de intensidad $I = 10$ A. Determine el módulo de intensidad del campo magnético en el centro del cuadrado.



Para el problema 43

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior

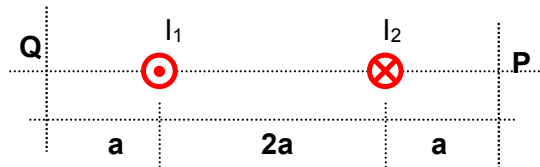
44. Se muestra un hexágono formado por seis resistores de largo 10 cm, por el cual fluye una corriente eléctrica de intensidad $I = 10$ A. Determine el módulo de intensidad del campo magnético en el centro del hexágono regular.



Para el problema 44

- A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$ B) $7 \times 10^{-5} \text{ T}$ C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$ D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$ E) ninguna anterior

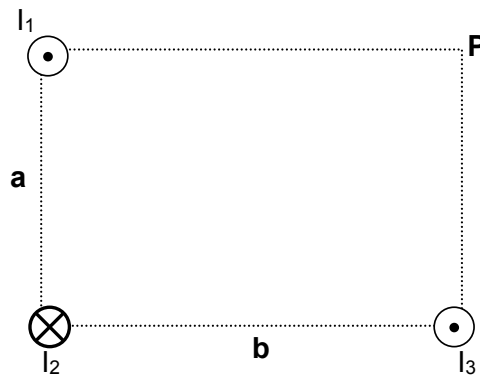
45. Se muestra dos secciones de conductores rectilíneos muy largos, que llevan corrientes de intensidad $I_1 = 10 \text{ A}$ y $I_2 = 20 \text{ A}$. Determine la relación entre los módulos de la intensidad del campo magnético entre los puntos (P) y (Q).



Para el problema 45

- A) 1 : 2 B) 1 : 3 C) 1 : 4 D) 3 : 5 E) ninguna anterior

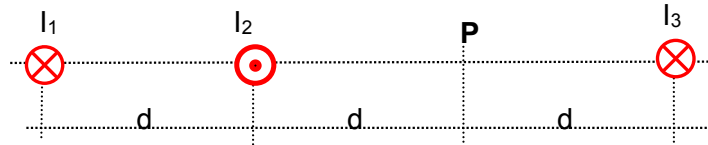
46. La figura muestra las secciones de tres conductores (1), (2) y (3) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = 40 \text{ A}$, $I_2 = 50 \text{ A}$, $I_3 = 30 \text{ A}$. Sabiendo que, $a = 30 \text{ cm}$ y $b = 40 \text{ cm}$, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el vértice P.



Para el problema 46

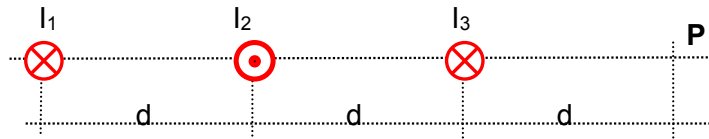
- A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$ B) $7 \times 10^{-5} \text{ T}$ C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$ D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$ E) ninguna anterior

47. Se muestra tres conductores (1), (2) y (3) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = 40$ A, $I_2 = 20$ A, $I_3 = 10$ A. Sabiendo que $d = 10$ cm, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.
- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior



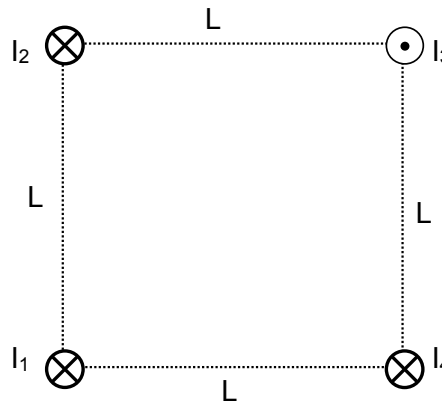
Para el problema 47

48. Se muestra tres conductores (1), (2) y (3) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = 30$ A, $I_2 = 20$ A, $I_3 = 10$ A. Sabiendo que $d = 10$ cm, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el vértice P.



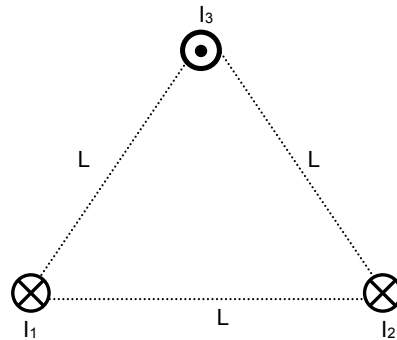
Para el problema 48

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior
49. Se muestra cuatro conductores (1), (2), (3) y (4) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = 30$ A, $I_2 = 20$ A, $I_3 = 10$ A, $I_4 = 40$ A. Sabiendo que $L = 10$ cm, determine la intensidad del campo magnético resultante en el centro del cuadrado.



Para el problema 49

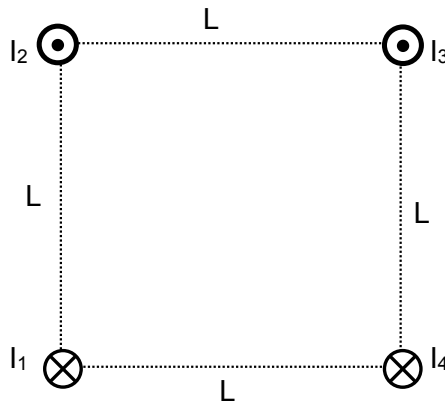
- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior
50. Se muestra tres conductores (1), (2) y (3) rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = 30$ A, $I_2 = 20$ A, $I_3 = 10$ A. Sabiendo que $L = 10$ cm, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el baricentro del triángulo equilátero.



Para el problema 50

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior

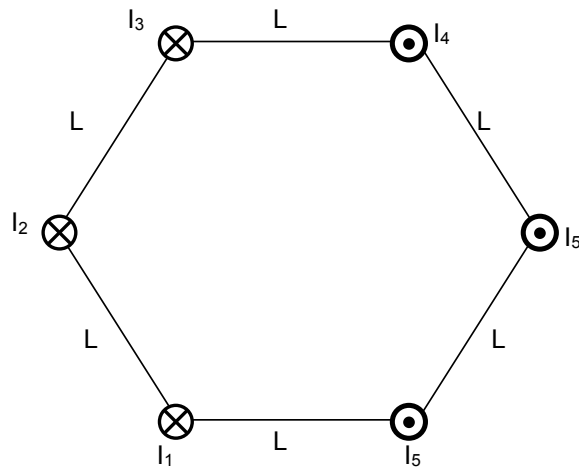
51. Se muestra cuatro conductores rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad, $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 10$ A. Sabiendo que $L = 10$ cm, determine la intensidad del campo magnético resultante en el centro del cuadrado.



Para el problema 51

- A) 6×10^{-5} T B) 7×10^{-5} T C) 8×10^{-5} T D) 9×10^{-5} T E) ninguna anterior

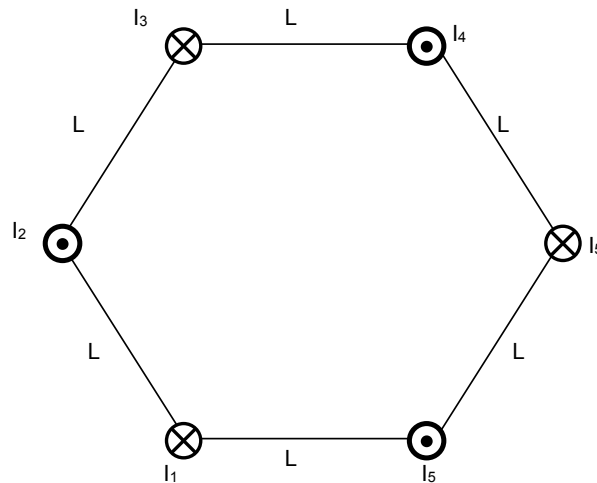
52. Se muestra seis conductores rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = I_6 = 10$ A. Sabiendo que $L = 10$ cm, determine la intensidad del campo magnético resultante en el centro del hexágono regular.



Para el problema 52

- A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$ B) $7 \times 10^{-5} \text{ T}$ C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$ D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$ E) ninguna anterior

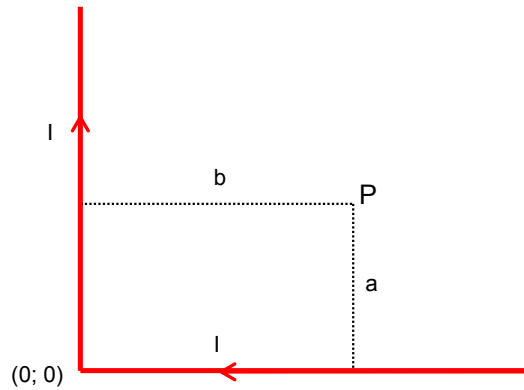
53. Se muestra seis conductores rectilíneos e infinitamente largos con corrientes eléctricas de intensidad $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = I_6 = 10 \text{ A}$. Sabiendo que $L = 10 \text{ cm}$, determine la intensidad del campo magnético resultante en el centro del hexágono regular.



Para el problema 53

- A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$ B) $7 \times 10^{-5} \text{ T}$ C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$ D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$ E) ninguna anterior

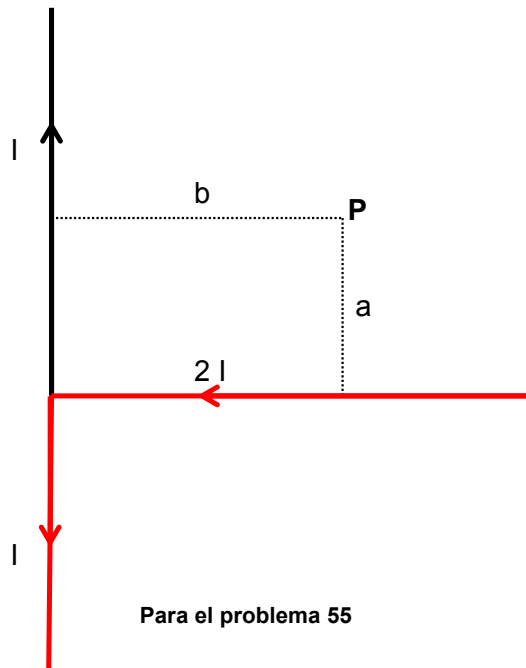
54. Se muestra un conductor infinitamente largo doblado formando ángulo recto, que lleva una corriente eléctrica $I = 12 \text{ A}$. Sabiendo que $a = 3 \text{ cm}$ y $b = 4 \text{ cm}$, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 54

- A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$ B) $7 \times 10^{-5} \text{ T}$ C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$ D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$ E) ninguna anterior

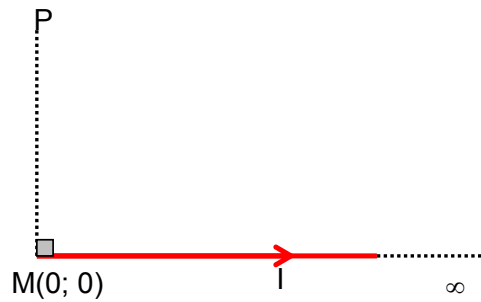
55. Se muestra conductores eléctricos infinitamente largos doblado formando ángulo recto, que llevan corriente eléctrica, donde $I = 12 \text{ A}$. Sabiendo que $a = 3 \text{ cm}$ y $b = 4 \text{ cm}$, determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 55

- A) $6 \times 10^{-5} \text{ T}$ B) $7 \times 10^{-5} \text{ T}$ C) $8 \times 10^{-5} \text{ T}$ D) $9 \times 10^{-5} \text{ T}$ E) ninguna anterior

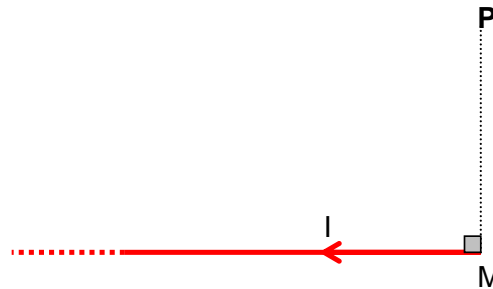
56. Se muestra un conductor rectilíneo muy largo que lleva corriente eléctrica de intensidad $I = 10 \text{ A}$. Sabiendo que $PM = 10 \text{ cm}$, calcular el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 56

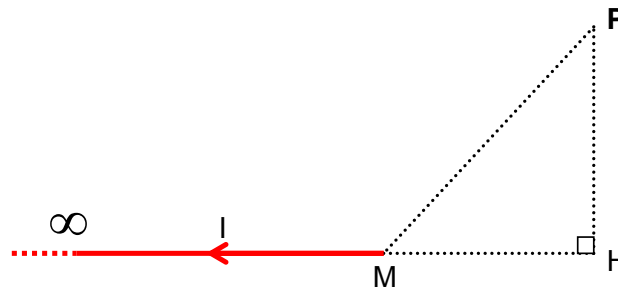
- A) $70 \mu\text{T}$ B) $60 \mu\text{T}$ C) $50 \mu\text{T}$ D) $40 \mu\text{T}$ E) ninguna anterior

57. En el siguiente conductor que es infinito por uno de sus extremos, calcular la distancia PM tal que el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P es $25 \mu\text{T}$ y la corriente eléctrica que circula por el tiene intensidad $I = 30 \text{ A}$.



Para el problema 57

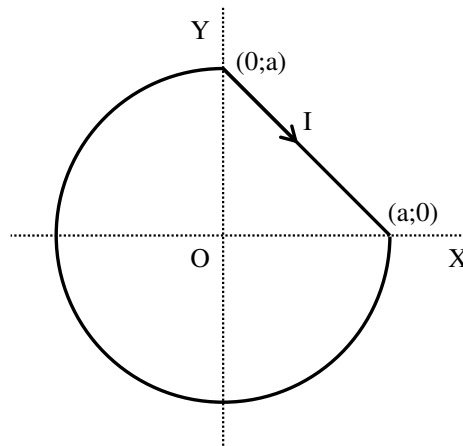
58. Se muestra un conductor rectilíneo muy largo que lleva corriente eléctrica de intensidad $I = 10 \text{ A}$. Sabiendo que $PM = 10 \text{ cm}$ y $HP = 8 \text{ cm}$, calcular el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P.



Para el problema 58

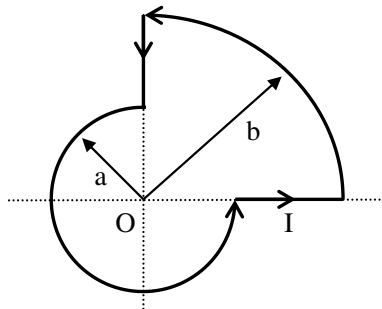
CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR CORRIENTES CURVILÍNEAS

1. Por un conductor delgado según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es “ a ” de la parte curvilínea. Determine la intensidad del campo magnético en el origen de coordenadas.



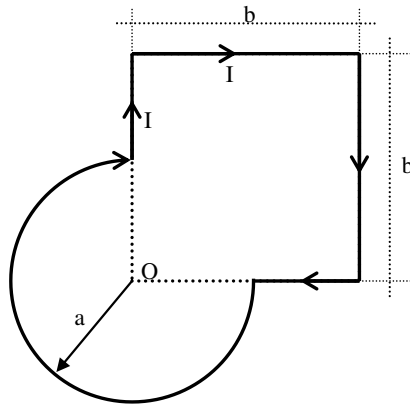
Para el problema 01

2. Por un conductor delgado según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es de las partes curvilíneas es “ a ” y “ b ”. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “O”.



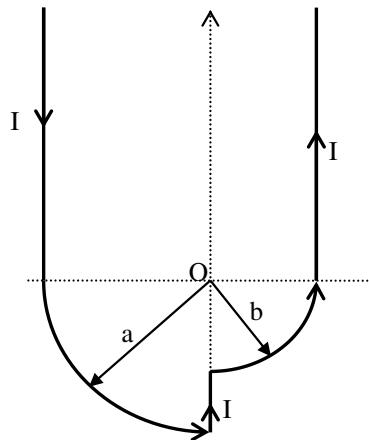
Para el problema 02

3. Determine la intensidad del campo magnético en el punto “O” es el circuito eléctrico mostrado, considere conocidos la intensidad de corriente eléctrica I , el radio de curvatura “ a ” y el lado “ b ”.



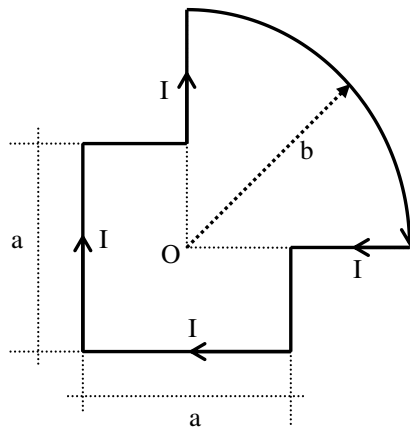
Para el problema 03

4. Por un conductor delgado infinitamente largo según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es de las partes curvilíneas es “ a ” y “ b ”. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “O”.



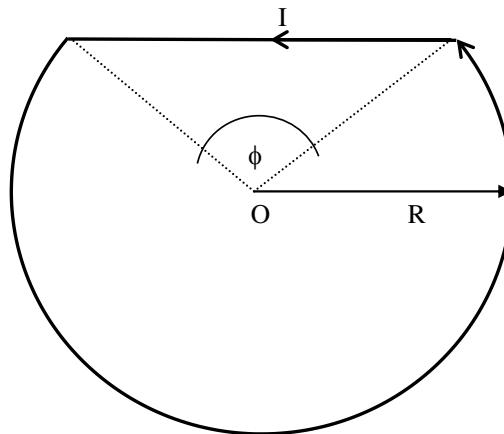
Para el problema 04

5. En el circuito mostrado circula una corriente eléctrica de intensidad I , determine el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto "O", considere conocido el radio de curvatura "b" y los segmentos de longitud "a".



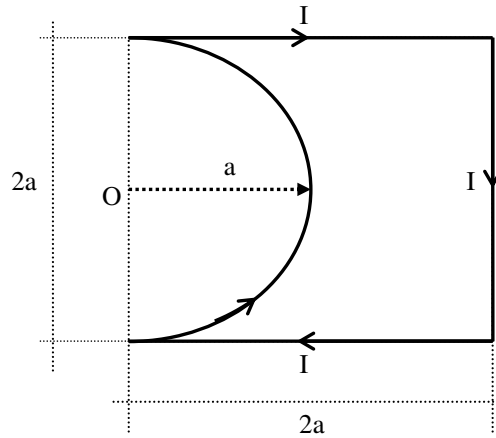
Para el problema 05

6. Por un conductor delgado doblado, según muestra la figura, fluye una corriente eléctrica I . El radio de curvatura es R de la parte curvilínea y la medida del ángulo central ϕ . Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura "O".



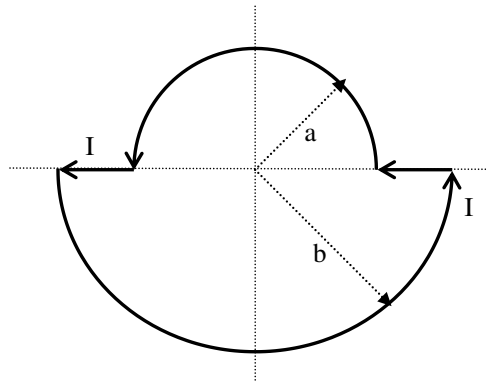
Para el problema 06

7. Por un conductor delgado doblado, según muestra la figura, fluye una corriente eléctrica I . Considere el radio de curvatura es “ a ” de la parte curvilínea y la medida de cada segmento de longitud “ $2a$ ”. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “ O ”.



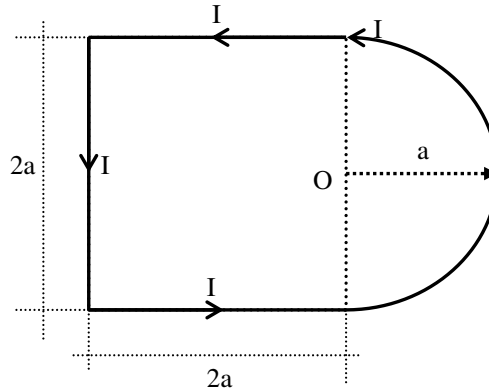
Para el problema 07

8. Por un conductor delgado según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es de las partes curvilíneas es “ a ” y “ b ”. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “ O ”.



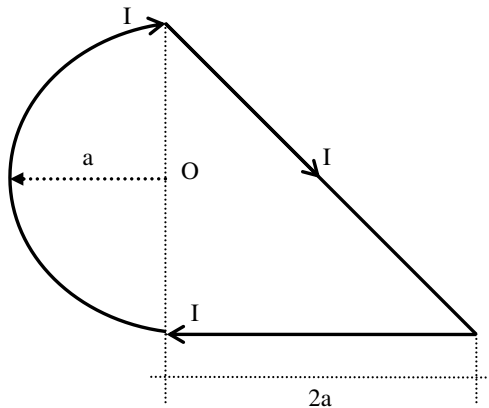
Para el problema 08

9. Por un conductor delgado doblado, según muestra la figura, fluye una corriente eléctrica I . Considere el radio de curvatura es “ a ” de la parte curvilínea y la medida de cada segmento de longitud “ $2a$ ”. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “ O ”.



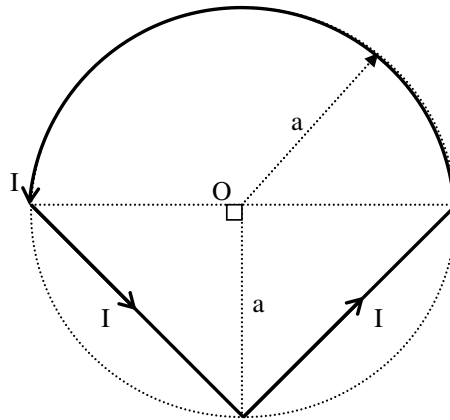
Para el problema 09

10. Por un conductor delgado doblado, según muestra la figura, fluye una corriente eléctrica I . Considere el radio de curvatura es “ a ” de la parte curvilínea y la medida de los segmentos de longitud “ $2a$ ” y el otro $2a\sqrt{2}$. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “ O ”.



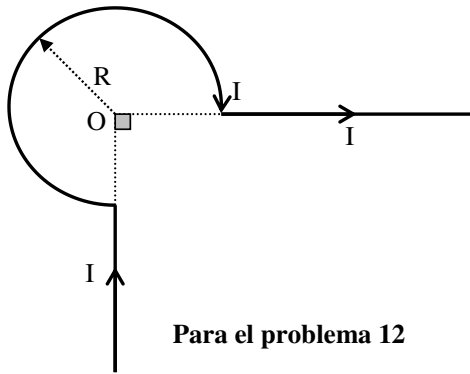
Para el problema 10

11. Por un conductor delgado doblado, según muestra la figura, fluye una corriente eléctrica I . Considere el radio de curvatura es “ a ” de la parte curvilínea y los dos segmentos de igual longitud $a\sqrt{2}$. Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura “ O ”.



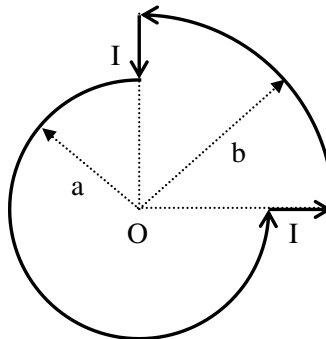
Para el problema 11

12. Por un conductor delgado doblado de longitud infinita fluye una corriente eléctrica de intensidad I , determinar el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el centro de curvatura O .



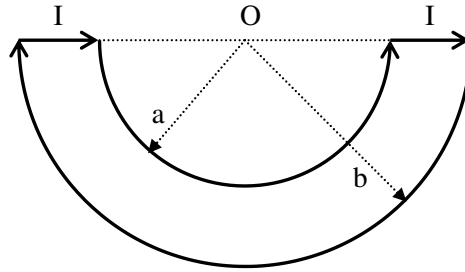
Para el problema 12

13. Por un conductor delgado según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es de las partes curvilíneas es " a " y " b ". Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura " O ".



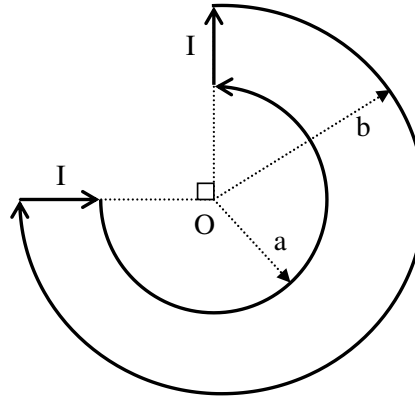
Para el problema 13

14. Por un conductor delgado según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es de las partes curvilíneas es "a" y "b". Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura "O".



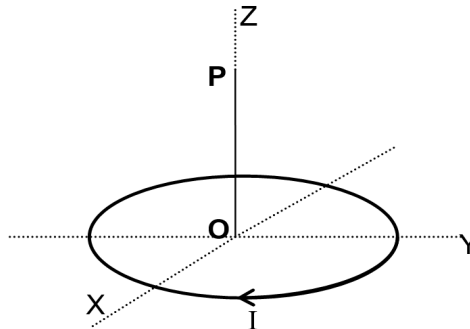
Para el problema 14

15. Por un conductor delgado según muestra la figura fluye una corriente eléctrica de intensidad I , el radio de curvatura es de las partes curvilíneas es "a" y "b". Determine la intensidad del campo magnético en el centro de curvatura "O".



Para el problema 15

16. Se muestra una espira circular de radio 30 cm que lleva corriente eléctrica de intensidad $I = 10$ A. Determinar el módulo de la intensidad del campo magnético en el punto P (0; 0; 40 cm).



Para el problema 16

ELECTROMAGNETISMO II

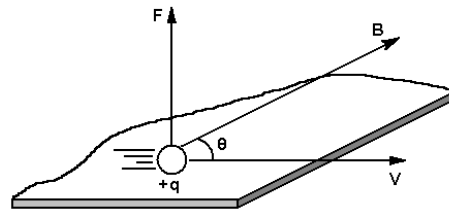
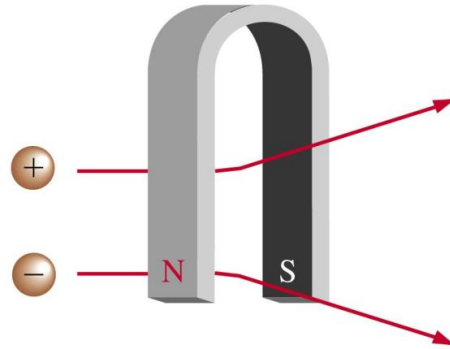
(FUERZAS ELECTROMAGNETICAS)

1. FUERZA DE LORENTZ (Fuerza magnética sobre un móvil): Debido a que una carga en movimiento genera su propio campo magnético, al ingresar a otro campo magnético se produce una interacción entre ellos, lo cual origina fuerzas de naturaleza magnética, cuya dirección será normal al plano que forman la velocidad (v) y el campo (B), y cuando la carga es positiva, su sentido viene dado por la regla de la mano derecha.

$$F = q.V.B.\text{Sen}\theta$$

Regla de la mano derecha

Esta es una regla equivalente a la anterior y para una carga positiva se verifica que:



2. FUERZA ELECTRIA Y FUERZA MAGNETICA SOBRE UNA CARGA MÓVIL.

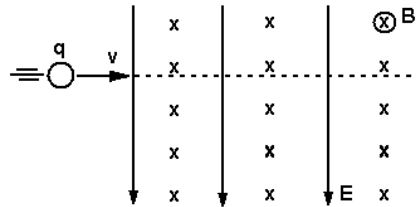
Si una carga se mueve dentro de un campo mixto (magnético y eléctrico), experimentará una fuerza por cada campo, de modo que a la resultante de ellas se le denomina: **Fuerza de Lorentz**.

$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_e$$

Donde:

$$|\vec{F}_m| = q.v.B \quad \text{y} \quad |\vec{F}_e| = qE$$

EJEMPLO 01: Una partícula electrizada ingresa con rapidez de 2.10^4 m/s a un campo compuesto eléctrico y magnético, si el campo magnético es $B = 0,05$ T y la partícula sigue una trayectoria recta. Determine (en kN/C) la intensidad del campo eléctrico "E".



a) 5

b) 4

c) 3

d) 8

e) 1

Resolución

Consideremos la cantidad de carga positiva (+q). Aplicando la regla de la mano derecha deducimos que la fuerza magnética tiene dirección vertical hacia arriba. También sabemos que la fuerza eléctrica es vertical hacia abajo.

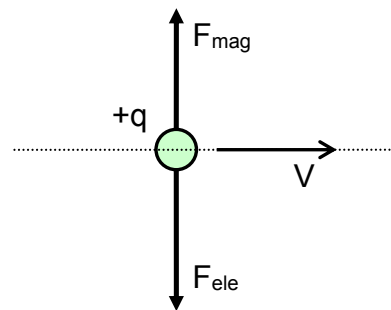
De la primera condición de equilibrio, la fuerza resultante debe ser nula. Entonces la fuerza eléctrica y la fuerza magnética tienen el mismo módulo.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{\text{eléctrica}} = F_{\text{magnética}}$$

$$q \cdot E = q \cdot v \cdot B \Rightarrow E = v \cdot B$$

$$E = v \cdot B \Rightarrow E = (2 \cdot 10^4 \text{ m.s}^{-1}) \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ T})$$

$$E = 1000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



Respuesta: la intensidad del campo eléctrico es 1,0 kN/C.

EJEMPLO 02: Una partícula cuya carga es de +6 μC es lanzada sobre un campo magnético uniforme de 0,2 teslas, con una rapidez de 4 000 m/s. Calcular el valor de la fuerza magnética (en N) cuando el ángulo entre la velocidad de la partícula y las líneas de inducción sea de 30° .

a) 6

b) $6 \cdot 10^{-4}$ c) $6 \cdot 10^{-3}$ d) $2,5 \cdot 10^{-4}$ e) $3 \cdot 10^{-4}$ **Resolución**

Debido a que una carga en movimiento genera su propio campo magnético, al ingresar a otro campo magnético se produce una interacción entre ellos, lo cual origina fuerzas de naturaleza magnética, cuya dirección será normal al plano que forman la velocidad (v) y el campo (B).

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{Sen} \theta$$

$$F = (6 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (4000 \text{ m.s}^{-1}) \cdot (500 \text{ T}) \cdot \text{Sen} 30^\circ$$

$$F = 6,0 \text{ newtons}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza magnética sobre la partícula es 6 newtons.

EJEMPLO 03: Una carga de 6 mC ingresa perpendicularmente a un campo magnético de 5 teslas con una rapidez de 8 000 m/s. Calcular el módulo de la fuerza magnética (en N) que actúa sobre la partícula electrizada.

a) 24

b) 58

c) 129

d) 158

e) 240

Resolución

Debido a que una carga en movimiento genera su propio campo magnético, al ingresar a otro campo magnético se produce una interacción entre ellos, lo cual origina fuerzas de naturaleza magnética, cuya dirección será normal al plano que forman la velocidad (v) y el campo (B), y cuando la carga es positiva, su sentido viene dado por la regla de la mano derecha.

$$F = q.V.B.Sen\theta$$

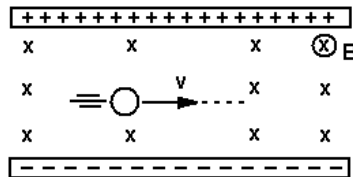
$$F = (6.10^{-3} C).(8000 m.s^{-1}).(5 T).Sen90^0$$

$$F = 240 \text{ newtons}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza magnética sobre la partícula es 240 newtons.

EJEMPLO 04: Si el electrón atraviesa el condensador con rapidez $v = 2.10^7$ m/s sin experimentar deflexión, determine la diferencia de potencial (en volts) entre las laminas si están separadas en 0,01 mm; el campo magnético uniforme tiene módulo: $B = 5$ T.

$$(e = 1,6 \times 10^{-19} C)$$



a) 80

b) 100

c) 120

d) 140

e) 160

Resolución

Consideremos la cantidad de carga positiva ($-q$). Aplicando la regla de la mano derecha deducimos que la fuerza magnética tiene dirección vertical hacia abajo. También sabemos que la fuerza eléctrica es vertical hacia arriba.

De la primera condición de equilibrio, la fuerza resultante debe ser nula. Entonces la fuerza eléctrica y la fuerza magnética tienen el mismo módulo.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{\text{eléctrica}} = F_{\text{magnética}}$$

$$q.E = q.v.B \Rightarrow E = v.B$$

$$E = v.B \Rightarrow E = (2.10^7 m.s^{-1}).(5 T)$$

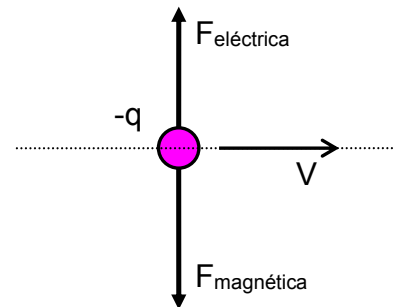
$$E = 10^8 \frac{N}{C}$$

Cálculo de la diferencia de potencial entre las placas del condensador es:

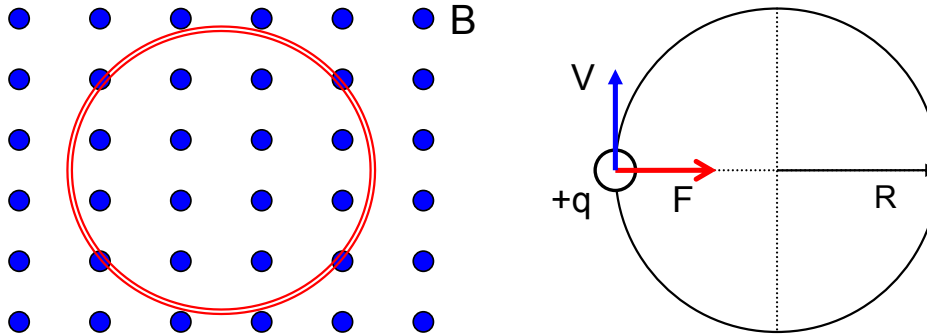
$$\Delta V = E.d \Rightarrow \Delta V = (10^8 N.C^{-1}).(10^{-5} m)$$

$$\Delta V = 1000 \text{ volts}$$

Respuesta: la diferencia de potencial entre las placas del condensador es 1 000 volts.



EJEMPLO 05: Una partícula electrizada con cantidad de carga de 6 mC y masa 3 gramos describe una circunferencia dentro de un campo magnético de intensidad 100π teslas. Calcular la frecuencia de giro (en R.P.S.).



a) 100

b) 130

c) 140

d) 150

e) 160

Resolución

Aplicamos la segunda ley de Newton (ley de aceleración). La fuerza centrípeta es igual a la fuerza magnética.

$$F_c = m.a_c \Rightarrow q.V.B = m.\frac{V^2}{R}$$

$$\frac{V}{R} = \frac{q.B}{m} \Rightarrow \omega = \frac{q.B}{m}$$

Expresamos la rapidez angular en función de la frecuencia:

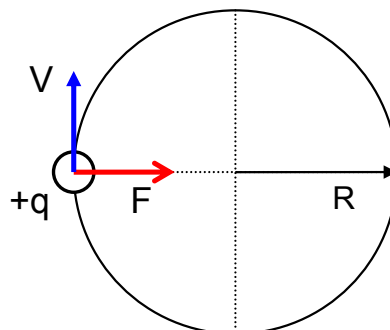
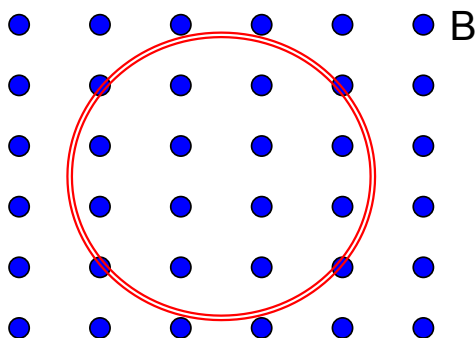
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f = \frac{q.B}{m} \Rightarrow f = \frac{q.B}{2\pi.m}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$f = \frac{(6.10^{-3} C).(100\pi T)}{2\pi.(3.10^{-3} kg)} = 100 \text{ R.P.S}$$

Respuesta: la frecuencia de revolución es 100 R.P.S.

EJEMPLO 06: Una partícula electrizada con cantidad de carga de 40 mC y masa 20 gramos ingresa a un campo magnético de 1,0 T en forma perpendicular con una rapidez de 60 m/s. Calcular el radio de la trayectoria circular.



a) 0,1 m

b) 0,2

c) 0,3

d) 0,4

e) 0,5

Resolución

Aplicamos la segunda ley de Newton (ley de aceleración). La fuerza centrípeta es igual a la fuerza magnética.

$$F_c = m.a_c \Rightarrow q.V.B = m.\frac{V^2}{R}$$

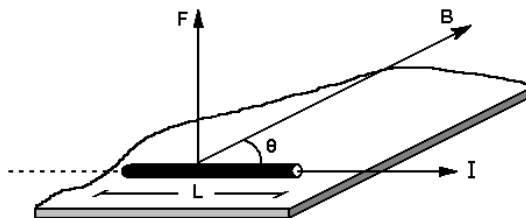
$$R = \frac{m.V}{q.B} \Rightarrow R = \frac{(0,02 \text{ kg}). (60 \text{ m.s}^{-1})}{(40.10^{-3} \text{ C}). (100 \text{ T})}$$

$$R = 0,3 \text{ m}$$

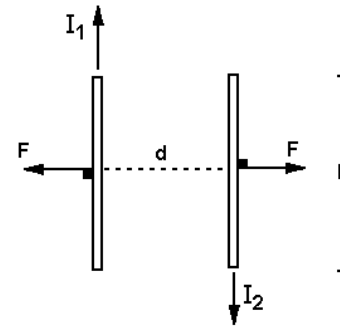
Respuesta: el radio de curvatura es 30 centímetros.

3. **FUERZA DE AMPERE (Fuerza magnética sobre una corriente rectilínea):** Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Su sentido viene dado por la regla de la mano derecha, y su módulo se determina así:

$$F = i.L.B.\text{Sen}\theta$$



4. FUERZA DE ATRACCION Y REPULSION ENTRE CORRIENTES (Fuerza magnética entre dos corrientes rectilíneas): Si dos alambres paralelos conducen corriente eléctrica, entonces los campos magnéticos que ambos producen interactúan entre si originando fuerzas de atracción si las corrientes tienen el mismo sentido, y fuerzas de repulsión si aquellas tienen sentidos opuestos. Estas fuerzas son de igual módulo, pero de direcciones contrarias, pues constituyen una pareja de acción y reacción. El valor de estas fuerzas se determina así:



$$\left(\frac{F}{L}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d}$$

Reemplazando:
$$\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{N}{A^2}\right)$$

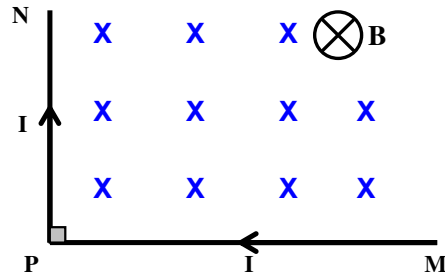
La longitud de los conductores se mide en metros, la fuerza magnética en newtons, la distancia de separación en metros, la corriente en amperes, es decir se reemplaza en el sistema internacional de unidades.

$$\left(\frac{F}{L}\right) = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d}$$

Atracción: igual dirección de corriente

Repulsión: direcciones opuestas de corrientes

EJEMPLO 01: Se muestra un conductor que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2 \text{ A}$ y esta sometida a la acción de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 50 \text{ T}$. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor. Donde: $NP = 30 \text{ cm}$ y $PM = 40 \text{ cm}$.



A) 50 N

B) 40 N

C) 30 N

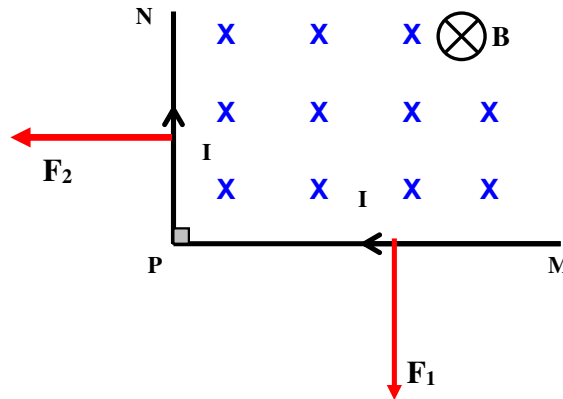
D) 20 N

E) 10 N

Resolución

Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Su sentido viene dado por la regla de la mano derecha, y su módulo se determina así:

$$F = i.L.B.\text{Sen}\theta$$



Cálculo de la fuerza magnética sobre el conductor MP:

$$F_1 = i.L.B \Rightarrow F_1 = (2\text{ A}).(0,4\text{ m}).(50\text{ T}) = 40\text{ N}$$

Cálculo de la fuerza magnética sobre el conductor NP:

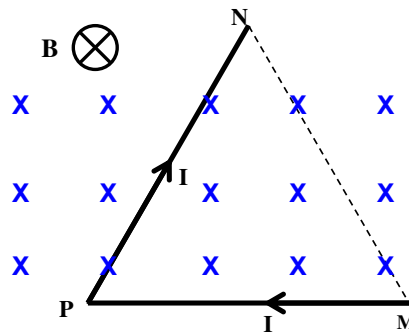
$$F_2 = i.L.B \Rightarrow F_2 = (2\text{ A}).(0,3\text{ m}).(50\text{ T}) = 30\text{ N}$$

Cálculo de la fuerza magnética Resultante sobre el conductor MPN, aplicando el teorema de Pitágoras:

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 50\text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza magnética resultante es 50 newtons.

EJEMPLO 02: Se muestra un conductor que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2\text{ A}$ y esta sometida a la acción de un campo magnético de intensidad $B = 50\text{ T}$. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor. Donde: $NP = PM = NM = 40\text{ cm}$.



A) 50 N

B) 40 N

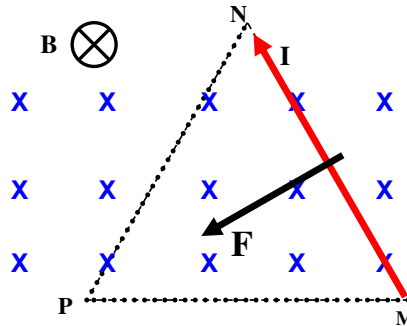
C) 30 N

D) 20 N

E) 5 N

Resolución

Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Si el conductor es CURVILINEO entonces la fuerza resultante es equivalente a la fuerza sobre el segmento *conductor efectivo* (MN) que se consigue uniendo el punto de entrada M y el punto de salida N de la corriente eléctrica.



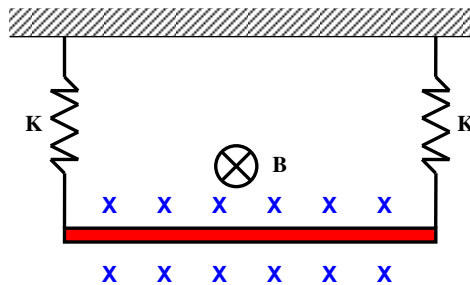
$$F = i \cdot L_{\text{efectivo}} \cdot B \Rightarrow F = (2 \text{ A}) \cdot (0,4 \text{ m}) \cdot (50 \text{ T})$$

$$F = 40 \text{ newtons}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza resultante es 40 newtons.

EJEMPLO 03: Una varilla de 60 cm de largo y masa $2,4 \times 10^{-5}$ kg esta suspendida por un par de resortes de coeficiente de elasticidad K. La varilla se encuentra dentro de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 0,4$ T. ¿Cuál es la intensidad de corriente eléctrica y la dirección tal que la elongación del resorte se duplica? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) 1 mA de izquierda a derecha.	B) 2 mA de izquierda a derecha.
C) 3 mA de izquierda a derecha.	D) 1 mA de izquierda a derecha.
E) 2 mA de izquierda a derecha.	

**Resolución**

Si la elongación en el resorte se duplica, deducimos que la fuerza magnética tiene la misma dirección y el mismo módulo de la fuerza de gravedad. Por consiguiente, la dirección de la intensidad de corriente es de derecha a izquierda.

$$F_{\text{gravedad}} = F_{\text{magnética}} \Rightarrow m \cdot g = i \cdot L \cdot B$$

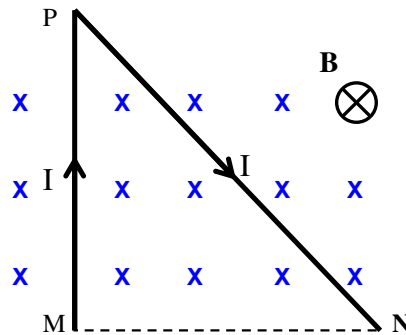
$$(2,4 \cdot 10^{-5} \text{ kg}) \cdot (10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) = i \cdot (0,6 \text{ m}) \cdot (0,4 \text{ T})$$

$$i = 10^{-3} \text{ A}$$

Respuesta: la intensidad de corriente es 1 mA de izquierda a derecha.

EJEMPLO 04: Se muestra un conductor que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2 \text{ A}$ y esta sometida a la acción de un campo magnético uniforme y homogénea de intensidad $B = 50 \text{ T}$. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor.

Donde: NP = 50 cm, PM = 30 cm, NM = 40 cm.



A) 50 N

B) 40 N

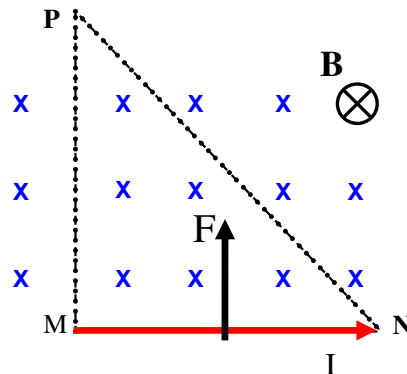
C) 30 N

D) 20 N

E) 5 N

Resolución

Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas magnéticas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Si el conductor es CURVILINEO entonces la fuerza resultante es equivalente a la fuerza sobre el segmento **conductor efectivo** (MN) que se consigue uniendo el punto de entrada M y el punto de salida N de la corriente eléctrica.

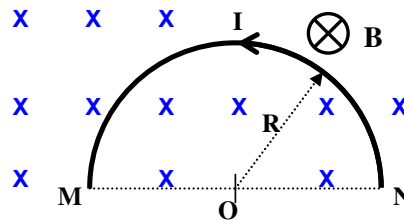


$$F = i \cdot L_{\text{efectivo}} \cdot B \Rightarrow F = (2 \text{ A}) \cdot (0,4 \text{ m}) \cdot (50 \text{ T})$$

$$F = 40 \text{ newtons}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza resultante es 40 newtons.

EJEMPLO 05: Se muestra un conductor delgado curvilíneo de radio $R = 20$ cm que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A y está sometida a la acción de un campo magnético uniforme y homogéneo de intensidad $B = 50$ T. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor.



A) 50 N

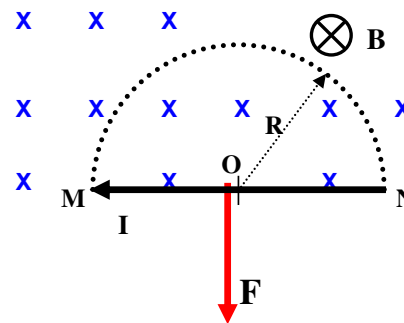
B) 40 N

C) 30 N

D) 20 N

E) 10 N

Resolución



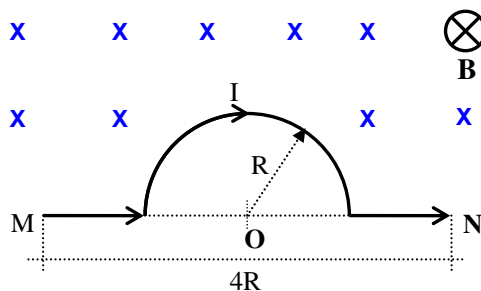
Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas magnéticas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Si el conductor es CURVILINEO entonces la fuerza resultante es equivalente a la fuerza sobre el segmento **conductor efectivo** (NM) que se consigue uniendo el punto de entrada N y el punto de salida M de la corriente eléctrica.

$$F = i \cdot L_{\text{efectivo}} \cdot B \Rightarrow F = (2 \text{ A}) \cdot (0,4 \text{ m}) \cdot (50 \text{ T})$$

$$F = 40 \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza resultante es 40 newtons.

EJEMPLO 06: Se muestra un conductor delgado formado por dos segmentos iguales y una semicircunferencia de radio $R = 20$ cm que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A y está sometida a la acción de un campo magnético uniforme y homogénea de intensidad $B = 50$ T.

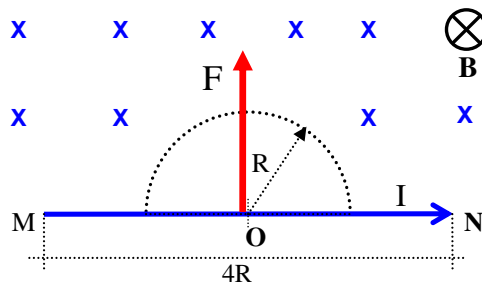


Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor.

- A) 50 N B) 40 N C) 30 N D) 20 N E) ninguna anterior

Resolución

Cuando un conductor se encuentra dentro de un campo magnético, cada una de las cargas que el conduce experimentan fuerzas magnéticas cuya resultante será normal al plano que formen el conductor y el campo magnético. Si el conductor es CURVILINEO entonces la fuerza resultante es equivalente a la fuerza sobre el segmento *conductor efectivo* (MN) que se consigue uniendo el punto de entrada M y el punto de salida N, de la corriente eléctrica.



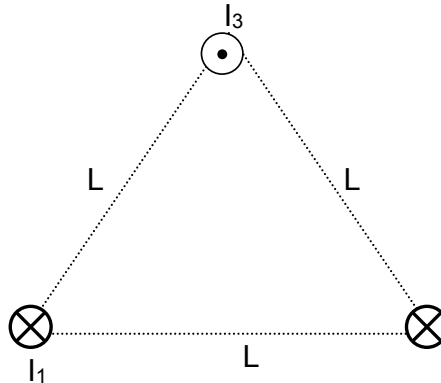
$$F = i \cdot L_{\text{efectivo}} \cdot B \Rightarrow F = (2 \text{ A}) \cdot (0,8 \text{ m}) \cdot (50 \text{ T})$$

$$F = 80 \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza resultante es 80 newtons.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE**Fuerzas Electromagnéticas**

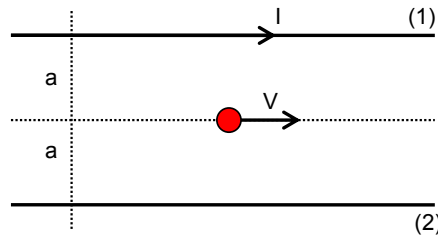
1. Se tiene tres conductores rectilíneos muy largos por los cuales fluyen corrientes de intensidad $I_1 = 3 \text{ A}$, $I_2 = 5 \text{ A}$ y $I_3 = 2,5 \text{ A}$. Determine el módulo de la fuerza magnética resultante que actúa sobre el conductor (3) por cada metro de longitud. Donde $L = 1 \text{ m}$.



Para el problema 1

- A) $10 \mu\text{N/m}$ B) $20 \mu\text{N/m}$ C) $30 \mu\text{N/m}$ D) $40 \mu\text{N/m}$ E) $50 \mu\text{N/m}$

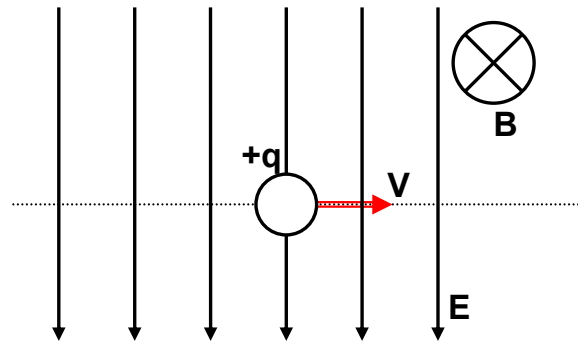
2. Se muestra dos conductores paralelos donde el conductor (1) lleva una corriente I hacia la derecha. Determine la corriente en el conductor (2), tal que la partícula electrificada “ q ” de masa m se mueva con velocidad constante entre los conductores. Desprecie la fuerza gravitacional.



Para el problema 02

- A) I a la derecha B) I a la izquierda C) No lleva corriente
D) $2,3I$ a la derecha E) $5I$ a la izquierda.

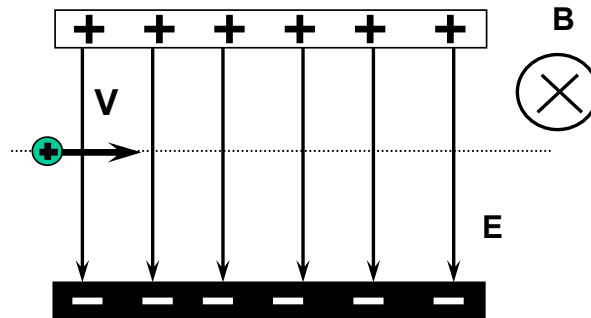
3. Se muestra un campo magnético uniforme B y otro campo eléctrico uniforme $E = 180 \text{ N/C}$, homogéneos. ¿Qué módulo debe tener B para que una partícula electrificada “ $+q$ ” ingrese horizontalmente hacia la derecha con rapidez $V = 15 \text{ m/s}$ y siga una trayectoria rectilínea? Desprecie el campo gravitacional.



Para el problema 03

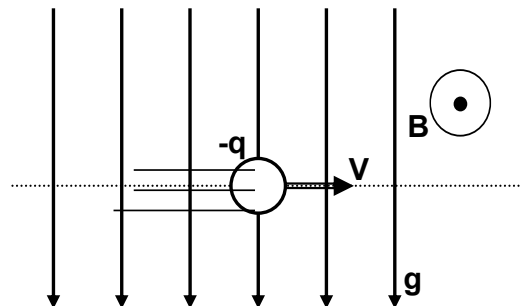
- A) 10 T B) 20 T C) 30 T D) 40 T E) 50 T

4. *Una partícula electrizada con cantidad de carga $+q$ se mueve con velocidad constante V en una región donde existe campo eléctrico de intensidad $E = 5 \text{ kN/C}$ y campo magnético de intensidad $B = 10 \text{ T}$. Si despreciamos la intensidad del campo gravitatorio, determine la rapidez de la partícula.



- A) 900 m/s B) 800 m/s C) 700 m/s D) 600 m/s E) 500 m/s

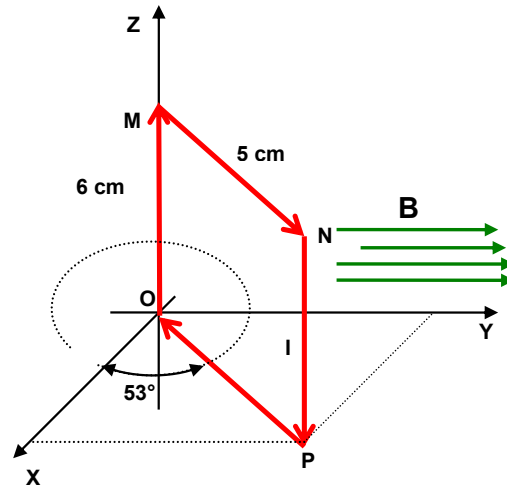
5. Se muestra un campo magnético uniforme B y otro campo gravitatorio uniforme $g = 10 \text{ m/s}^2$, homogéneos. ¿Qué módulo debe tener B para que una partícula electrizada con $q = -5 \mu\text{C}$ y masa 1 gramo, ingrese horizontalmente hacia la derecha con rapidez $V = 200 \text{ m/s}$ y siga una trayectoria rectilínea?



Para el problema 05

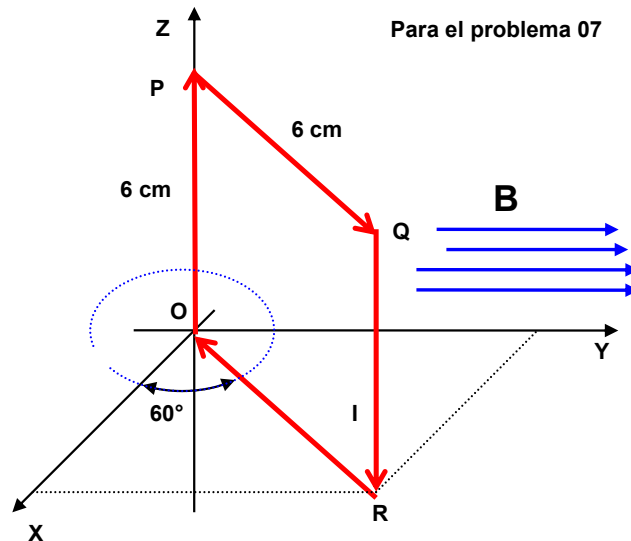
- A) 10 T B) 20 T C) 30 T D) 40 T E) 50 T

6. Se muestra un campo magnético de intensidad $\mathbf{B} = 20 \mathbf{j} \text{ T}$ que atraviesa una espira. Determine el torque sobre la espira rectangular formada por un alambre delgado que lleva corriente eléctrica de intensidad $I = 10 \text{ A}$.



Para el problema 06

7. Se muestra un campo magnético de intensidad $\mathbf{B} = 20 \mathbf{j} \text{ T}$ que atraviesa una espira. Determine el torque sobre la espira rectangular formada por un alambre delgado que lleva corriente eléctrica de intensidad $I = 10 \text{ A}$.

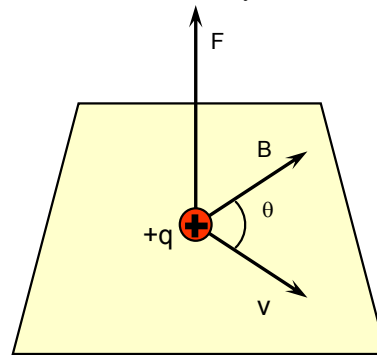


Para el problema 07

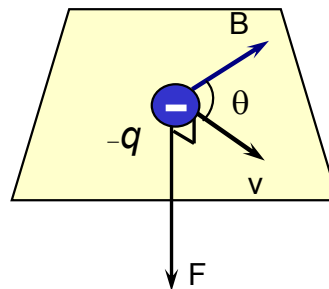
8. *Un alambre rectilíneo de 1 m de longitud y 1 kg de masa descansa sobre un plano horizontal en una región donde existe un campo magnético uniforme de $-1 \text{ T } \mathbf{k}$ vertical y hacia abajo. Si en un determinado instante pasa una corriente I que depende del tiempo, esto es $I = (0,5 + 3,5 \times 10^{-2} t) \text{ A}$ donde "t" se mide en segundo, determine el instante t (en s) en que el alambre está a punto de deslizar. Coeficiente de rozamiento estático 0,4 y $g = 10 \text{ m/s}^2$.

A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

9. *Se sabe que el valor de la magnitud del campo magnético B en la zona ecuatorial es 10^{-4} T. Una partícula de masa 1 mg y carga eléctrica +1 mC se desplaza hacia el Este a lo largo de la línea ecuatorial. ¿Cuál debe ser su velocidad (en m/s) para que la fuerza magnética se equilibre con el peso?
- A) 10^4 B) 10^2 C) 10 D) 10^{-2} E) 10^{-4}
10. *Una partícula electrizada con cantidad de carga $q = +200 \mu\text{C}$ ingresa a una región donde existe un campo magnético uniforme de $0,4 \text{ j T}$, con velocidad $\mathbf{V} = (-100 \mathbf{i} + 200 \mathbf{j}) \text{ m/s}$. La fuerza magnética (en mN) sobre una partícula es:
- A) $-8 \mathbf{k}$ B) $16 \mathbf{k}$ C) $18 \mathbf{k}$ D) $8 \mathbf{k}$ E) $-24 \mathbf{k}$
11. *Una carga q ($q > 0$) que se mueve a lo largo de un eje coordenado, ingresa a una región donde existe un campo magnético $\mathbf{B} = (0,05 \mathbf{i} + 0,05 \mathbf{j}) \text{ T}$ tal que empieza a actuar la fuerza $\mathbf{F} = F \mathbf{k} \text{ N}$ (F es constante). ¿Cuál es el sentido inicial del movimiento de la carga?
- A) $+x$ B) $-x$ C) $+y$ D) $-y$ E) $-z$
12. *Se muestra una partícula electrizada $q = +6 \text{ mC}$ que se mueve con rapidez $V = 300 \text{ m/s}$ dentro de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 10 \text{ T}$. Si el módulo de la fuerza es $F = 9 \text{ N}$, determine la medida del ángulo θ entre la velocidad y la intensidad del campo magnética.

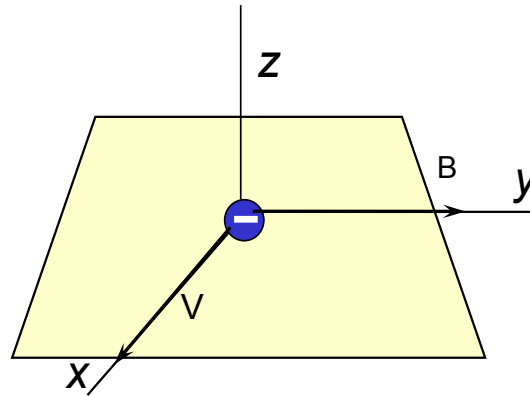


- A) 60° B) 30° C) 37° D) 53° E) 45°
13. *Se muestra una partícula electrizada $q = -5 \text{ mC}$ que se mueve con rapidez $V = 400 \text{ m/s}$ dentro de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 20 \text{ T}$. Si el módulo de la fuerza es $F = 6 \text{ N}$, determine la medida del ángulo θ entre la velocidad y la intensidad del campo magnética.

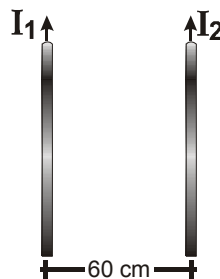


- A) 60° B) 30° C) 37° D) 53° E) 45°

14. *Se muestra una partícula electrizada $q = -5 \text{ mC}$ que se mueve con rapidez $V = 400 \text{ m/s}$ dentro de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 20 \text{ T}$. Si el módulo de la fuerza magnética sobre la partícula electrizada.

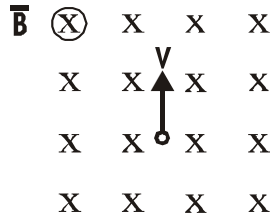


- A) 40 N B) 50 N C) 60 N D) 70 N E) 80 N
15. *Determinar el módulo de la fuerza magnética (en N) que actúa sobre un protón que se mueve con una rapidez de $4 \times 10^6 \text{ m/s}$ en el sentido del eje X positivo en el interior de un campo magnético de intensidad 2 T dirigido en el sentido positivo del eje Z positivo.
Cantidad de carga de un protón = $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- A) $6 \times 10^{-13} \text{ N k}$ B) $-4 \times 10^{-13} \text{ N j}$ C) $-4 \times 10^{-12} \text{ N k}$
D) $-6 \times 10^{-12} \text{ N i}$ E) $4 \times 10^{-15} \text{ N j}$
16. *Un protón se mueve en una órbita circular de radio 40 cm perpendicular a un campo magnético uniforme de intensidad 0,1 T. ¿Cuál es el periodo correspondiente a este movimiento? Masa de un protón = $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- A) 0,66 ms B) 6 s C) 3 ms D) 30 ms E) 660 ms
17. *En la figura, se muestran las secciones rectas de dos conductores rectilíneos que transportan corrientes eléctricas: $I_1 = 30 \text{ A}$, $I_2 = 20 \text{ A}$. Determine el módulo de la fuerza magnética por unidad de longitud entre los conductores.



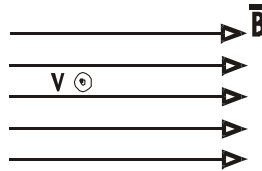
- A) 10 N/m B) 20 N/m C) 30 N/m D) 40 N/m E) N.A

18. *Cual es la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la carga “+q” que se indica en la figura.



- A) B) C) D) E)

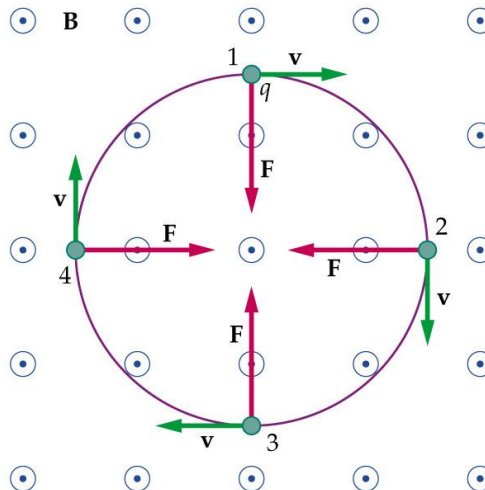
19. *Determinar la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la carga “-q” que se mueve con rapidez V saliendo perpendicularmente del plano.



- A) B) C) D) E)

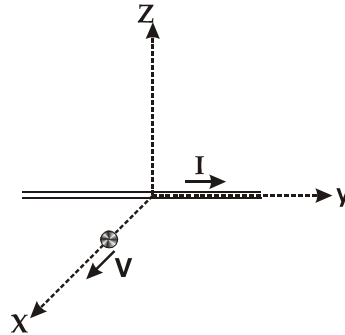
20. Un electrón dentro de un acelerador de partículas adquiere una energía cinética de 239,1 keV. Entra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,4 T. ¿Cuál es el radio (en mm) de la trayectoria circular resultante?

Masa de un electrón = $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$



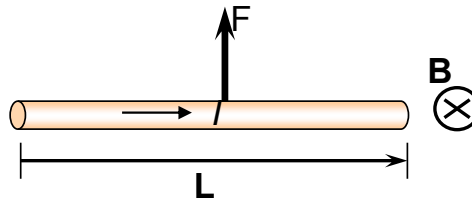
- A) 3,8 B) 4,1 C) 6,9 D) 7,6 E) 10,2

21. *En la figura se muestra un alambre rectilíneo en el eje “y” por donde circula una corriente “I”. Desde el punto “P” una carga es lanzada con una velocidad “V”. ¿Cuál será la dirección y el sentido de la fuerza magnética sobre la carga “q” positiva?



- A) $\downarrow$ B) $\uparrow$ C) $\rightarrow$ D) $\leftarrow$ E) $\swarrow$

22. *En la figura se muestra un alambre rectilíneo de longitud $L = 0,2 \text{ m}$, por donde circula una corriente $I = 5 \text{ amperes}$ en el interior de un campo magnético perpendicular al plano de módulo $B = 20 \text{ T}$. Determine el módulo de la fuerza magnética.



- A) 10 N B) 20 N C) 30 N D) 40 N E) 50 N

23. *Una partícula de carga $q = +5 \text{ mC}$ se lanza con velocidad $\mathbf{V}_1 = 1000 \mathbf{k} \text{ m/s}$ dentro de un campo magnético constante, sobre el cual actúa una fuerza magnética $\mathbf{F}_1 = 30 \mathbf{i} \text{ N}$. Determine la intensidad del campo magnético.

- A) $6 \mathbf{i} \text{ T}$ B) $0,6 \mathbf{i} \text{ T}$ C) $6 \mathbf{j} \text{ T}$ D) $6 \mathbf{k} \text{ T}$ E) $(6 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}) \text{ T}$

24. *Una partícula con cantidad de carga $q = +5 \text{ mC}$ se lanza con velocidad $\mathbf{V}_2 = -1000 \mathbf{i} \text{ m/s}$, dentro de un campo magnético constante, experimentando en ese instante la fuerza magnética $\mathbf{F}_2 = -40 \mathbf{j} + 30 \mathbf{k} \text{ N}$. Determine la intensidad del campo magnético.

- A) $(-6 \mathbf{j} + 8 \mathbf{k}) \text{ T}$ B) $(6 \mathbf{i} - 8 \mathbf{k}) \text{ T}$ C) $(8 \mathbf{i} + 6 \mathbf{k}) \text{ T}$
D) $(6 \mathbf{i} + 3 \mathbf{k}) \text{ T}$ E) $(-6 \mathbf{i} + 3 \mathbf{k}) \text{ T}$

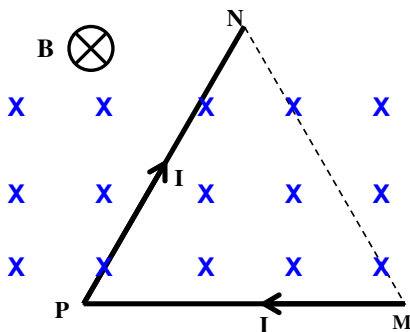
25. *Una partícula con cantidad de carga $q = +1 \text{ mC}$ se lanza con velocidad $\mathbf{V} = 500 \mathbf{j} \text{ m/s}$, dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = -10 \mathbf{i} \text{ T}$. Determine la fuerza magnética que actúa sobre la partícula.

- A) $10 \mathbf{k} \text{ N}$ B) $-10 \mathbf{k} \text{ N}$ C) $10 \mathbf{j} \text{ N}$ D) $10 \mathbf{i} \text{ N}$ E) $20 \mathbf{k} \text{ N}$

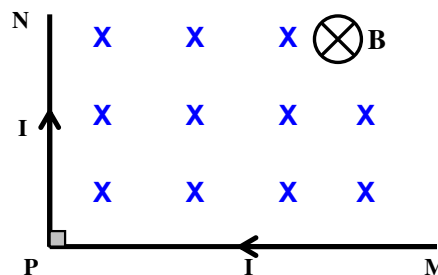
26. Una partícula con cantidad de carga $q = +1 \text{ mC}$ se lanza con velocidad $\mathbf{V} = 500 \mathbf{j} \text{ m/s}$, dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = -1000 \mathbf{i} \text{ T}$. Determine la longitud del radio de curvatura que describe la partícula de 1 gramo dentro del campo magnético.
A) 0,2 m B) 0,3 m C) 0,4 m D) 0,5 m E) 0,6 m
27. *Una partícula electrizada de masa $m = 0,2 \text{ g}$ y cantidad de carga $q = -200 \mu\text{C}$ se mueve dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 1000 \text{ T } \mathbf{k}$. Se sabe que en el punto $(0; 0; 0)$ la partícula tiene una velocidad $\mathbf{V} = (4 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}) \times 10^3 \text{ m/s}$. Calcule el radio de la trayectoria seguida por la partícula.
A) 5 m B) 0,5 m C) 500 m D) 20 m E) 50 m
28. *Una partícula de masa 0,2 gramos y cantidad de carga eléctrica $-20 \mu\text{C}$ se mueve dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 100 \text{ T } \mathbf{k}$. Se sabe que en el punto $(0; 0; 0)$ la partícula tiene una velocidad $\mathbf{v} = (4 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}) \times 10^3 \text{ m/s}$. Calcule la fuerza magnética que actúa sobre la partícula en el punto $(0; 0; 0)$.
A) $(-6 \mathbf{i} + 8 \mathbf{j}) \text{ N}$ B) $(-6 \mathbf{i} - 8 \mathbf{j}) \text{ N}$ C) $(6 \mathbf{i} + 8 \mathbf{j}) \text{ N}$
D) $(6 \mathbf{i} - 8 \mathbf{j}) \text{ N}$ E) $(-3 \mathbf{i} + 4 \mathbf{j}) \text{ N}$
29. *Una partícula electrizada de masa $m = 0,2 \text{ g}$ y cantidad de carga $q = -20 \mu\text{C}$ se mueve dentro de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 100 \text{ T } \mathbf{k}$. Se sabe que en el punto $(0; 0; 0)$ la partícula tiene una velocidad $\mathbf{V} = (4 \mathbf{i} + 3 \mathbf{j}) \times 10^3 \text{ m/s}$. Calcule el módulo de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula luego de 3 segundos de haber pasado por el punto $(0; 0; 0)$.
A) 10 N B) 20 N C) 30 N D) 40 N E) N.A.

Fuerza de Ampere

1. Se muestra un conductor que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2 \text{ A}$ y esta sometida a la acción de un campo magnético de intensidad $B = 50 \text{ T}$. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor. Donde: $NP = PM = NM = 40 \text{ cm}$.
A) 50 N B) 40 N C) 30 N D) 20 N E) ninguna anterior



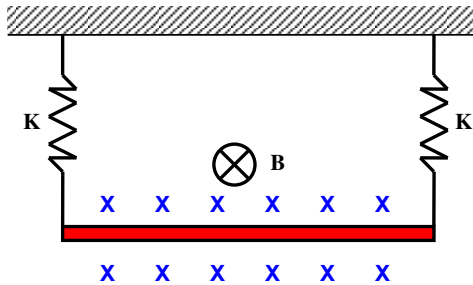
Para el problema 01



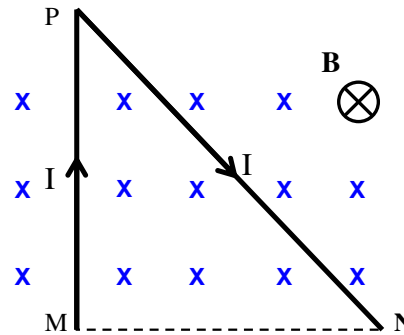
Para el problema 02

2. Se muestra un conductor que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2 \text{ A}$ y esta sometida a la acción de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 50 \text{ T}$. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor. Donde: $NP = 30 \text{ cm}$ y $PM = 40 \text{ cm}$.
A) 50 N B) 40 N C) 30 N D) 20 N E) 10 N

3. Una varilla de 60 cm de largo y masa $2,4 \times 10^{-5}$ kg esta suspendida por un par de resortes de coeficiente de elasticidad K. La varilla se encuentra dentro de un campo magnético uniforme de intensidad $B = 0,4$ T. ¿Cuál es la intensidad de corriente eléctrica y la dirección talque la elongación del resorte se duplica? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- A) 1 mA de izquierda a derecha. B) 2 mA de izquierda a derecha.
 C) 3 mA de izquierda a derecha. D) A) 1 mA de izquierda a derecha.
 E) 2 mA de izquierda a derecha.

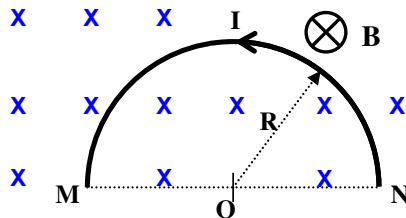


Para el problema 03

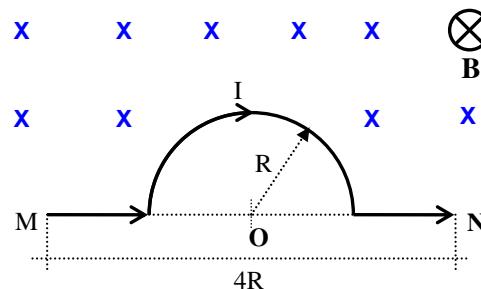


Para el problema 04

4. Se muestra un conductor que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A y esta sometida a la acción de un campo magnético uniforme y homogénea de intensidad $B = 50$ T. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor. Donde: $NP = 50$ cm, $PM = 30$ cm, $NM = 40$ cm.
- A) 50 N B) 40 N C) 30 N D) 20 N E) ninguna anterior
5. Se muestra un conductor delgado curvilíneo de radio $R = 20$ cm que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A y está sometida a la acción de un campo magnético uniforme y homogénea de intensidad $B = 50$ T. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor.
- A) 50 N B) 40 N C) 30 N D) 20 N E) ninguna anterior
6. Se muestra un conductor delgado formado por dos segmentos iguales y una semicircunferencia de radio $R = 20$ cm que lleva una corriente eléctrica de intensidad $I = 2$ A y está sometida a la acción de un campo magnético uniforme y homogénea de intensidad $B = 50$ T. Determine el módulo de la fuerza magnética neta sobre el conductor.
- A) 50 N B) 40 N C) 30 N D) 20 N E) ninguna anterior

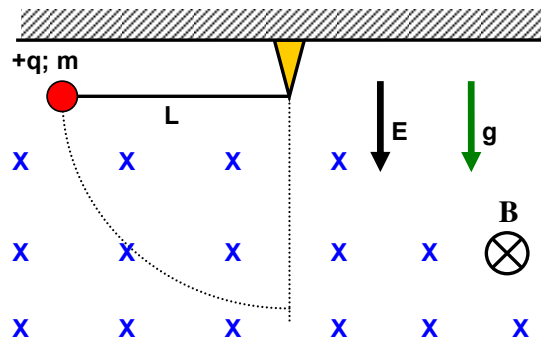


Para el problema 05



Para el problema 06

7. Se muestra un péndulo de longitud L , masa " m " y cantidad de carga $+q$; se abandona en la posición mostrada, dentro de tres campos uniformes: gravitatorio (g), eléctrico (E) y magnético (B). Determinar el modulo de la tensión en la cuerda en la posición mas baja, sabiendo que en ese instante su rapidez es " V ".



Para el problema 07

- A) $mg + qE + qVB$
 D) $3mg + 3qE + 2qVB$

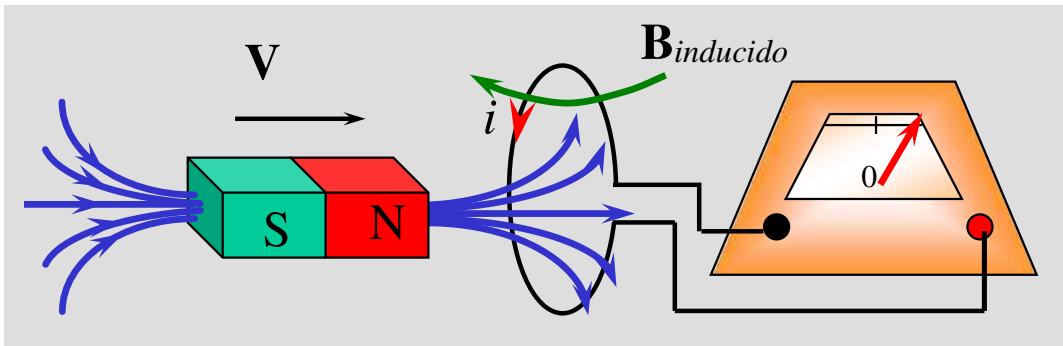
- B) $3mg + 3qE + qVB$
 E) ninguna anterior

- C) $2mg + 2qE + qVB$

8. CONTINUARÁ.

ELECTROMAGNETISMO III

(Cambio del flujo magnético)



1. LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY: Siempre que existe un movimiento relativo entre un imán y una espira, se generará en la espira una corriente denominada *corriente inducida*. En la figura si el imán se hacia la bobina, la aguja del voltímetro indicará un voltaje inducido.

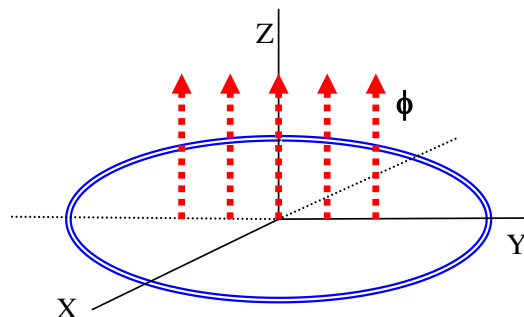
En general, la *f.e.m.* ε inducida en un circuito es directamente proporcional a la rapidez del cambio del flujo magnético Φ a través del circuito. Esta consideración es conocida como la *Ley de Inducción de Faraday*:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Si un circuito consta de N espiras la *fuerza electromotriz inducida* será:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

2. LEY DE LENZ: El significado del signo negativo en la Ley de Faraday se expresa mediante la llamada *Ley de Lenz*, la cual establece: “la polaridad de la *f.e.m.* inducida es tal que ésta tiende a producir una corriente que crea un flujo magnético que *se opone al cambio* en el flujo magnético a través del circuito”.



EJEMPLO 01: Un anillo metálico (espira circular), de 20 cm de radio y $20 \, \Omega$ de resistencia, se encuentra dentro de un campo magnético externo. Si el campo magnético, a través de la superficie limitada por el anillo aumenta linealmente a razón de 20 teslas cada segundo. Determine la intensidad de corriente inducida en el anillo.

- A) 12 mA B) 126 mA C) 400 mA D) 450 mA E) 516 mA

RESOLUCIÓN

El flujo magnético se relaciona con el campo magnético externo: $\Phi = B.A$

La fuerza electromotriz inducida se define como:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta B.A}{\Delta t}$$

Área del círculo: $A = \pi.R^2 = \pi(0,2 \, m)^2 = 4\pi.10^{-2} \, m^2$

$$\varepsilon = -\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)A \Rightarrow \varepsilon = -\left(\frac{20 \, T}{1 \, s}\right)(4\pi.10^{-2} \, m^2)$$

$$\varepsilon = 0,8\pi \, volts$$

De la ley de Ohm: $I = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow I = \frac{0,8\pi \, V}{20 \, \Omega} = 4\pi.10^{-2} \, A$

$$I = 0,126 \, A$$

Respuesta: la intensidad de corriente inducida es 126 miliampere.

EJEMPLO 02: Una bobina plana de alambre de 100 vueltas, cada una con área de $14,0 \, cm^2$, está perpendicular a un campo magnético cuya magnitud cambia con el tiempo de acuerdo con $B = 0,5.Sen(\pi t) \, T$ ¿Cuál es la *f.e.m.* inducida en función del tiempo?

Resolución

El flujo magnético se relaciona con el campo magnético externo:

$$\Phi = B.A$$

La fuerza electromotriz inducida se define como:

$$\varepsilon = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -N\frac{\Delta B.A}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -N.A\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right) = -N.A\left(\frac{d(0,5.Sen\pi t)}{dt}\right)$$

Derivando y reemplazando obtenemos que:

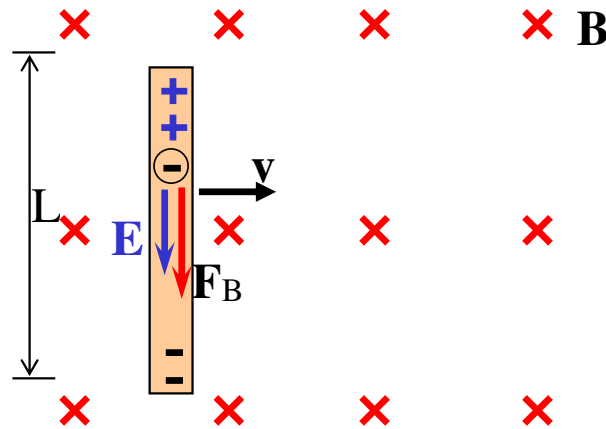
$$\varepsilon = -N.A(0,5.\pi Cos\pi t) = -100.(14 \times 10^{-4} \, m^2)(0,5.\pi Cos\pi t)$$

$$\varepsilon = -0,2199.Cos\pi t$$

Respuesta: la fuerza electromotriz inducida es $\varepsilon = 0,220 \, Cos(\pi t) \, (volts)$

3. FEM INDUCIDA PARA UN CONDUCTOR BARRA EN MOVIMIENTO

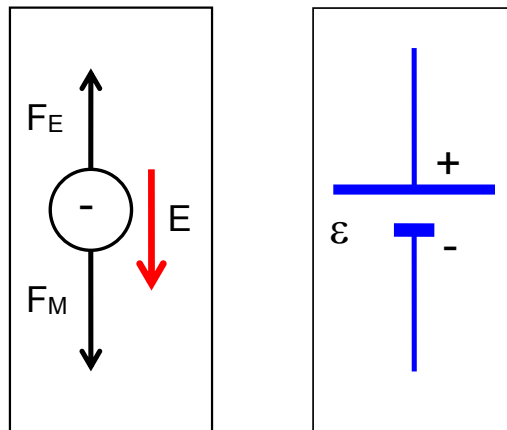
Cuando una barra conductora de largo L , se mueve con rapidez v dentro de un campo magnético externo $\mathbf{B}$, las cargas dentro del conductor se polarizan a consecuencia de la *fuerza de Lorentz*, dando lugar a un campo eléctrico $\mathbf{E}$ dentro del conductor.



La *fuerza magnética* logra desplazar a los electrones libres a un extremo de la barra conductora, logrando polarizar (polo positivo y polo negativo) generándose una diferencia de potencial (*fuerza electromotriz inducida*) entre sus extremos.

Diferencia de potencial entre los extremos: $\Delta V = E.L \dots (1)$

En el interior de la barra se establece un campo eléctrico “E” homogéneo debido a la polarización.



El flujo de electrones cesa cuando se alcanza un estado de saturación, es decir la fuerza magnética tiene el mismo módulo de la fuerza eléctrica. Equilibrio entre las fuerzas eléctrica y magnética:

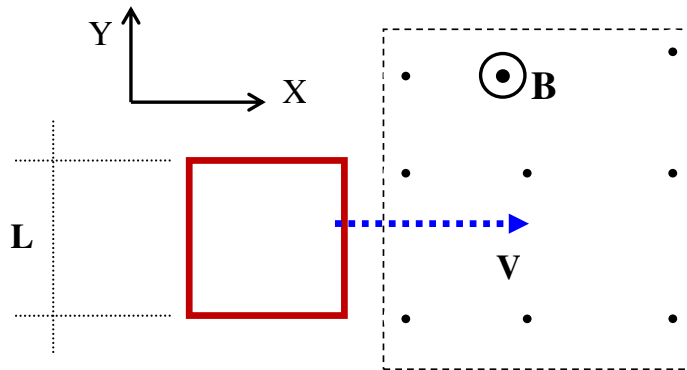
$$F_{\text{eléctrica}} = F_{\text{magnética}} \Rightarrow q.E = q.v.B$$

$$E = v.B \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1): $\Delta V = (v.B).L = \varepsilon_i$

La fuerza electromotriz inducida es: $\varepsilon_i = v.L.B$

4.F.E.M INDUCIDA PARA UNA ESPIRA EN MOVIMIENTO: Se puede notar que, durante el movimiento de la espira, dentro de un campo magnético externo $\mathbf{B}$, el número de líneas de fuerza encerradas en el circuito (área) se va aumentando y luego reduciendo gradualmente, esto es, el flujo magnético Φ que atraviesa el circuito está variando en el tiempo, por consiguiente, la *fuerza electromotriz inducida* se obtiene mediante la relación:



La fuerza electromotriz inducida se define como (ley de inducción de Faraday):

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta(B.A)}{\Delta t}$$

El valor del área de la región dentro del campo eléctrico es variable:

$$\Delta A = L \cdot \Delta x$$

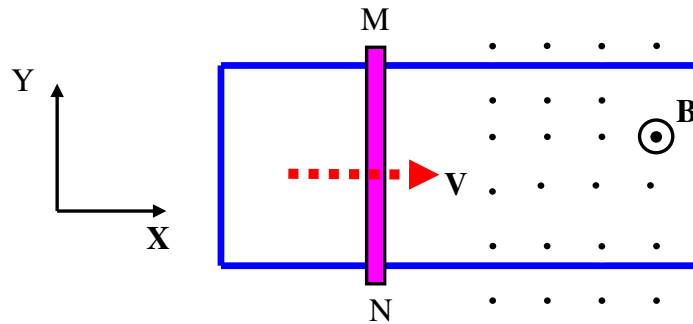
Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -B \cdot \left(\frac{\Delta A}{\Delta t} \right) = -B \cdot \left(\frac{L \cdot \Delta x}{\Delta t} \right) = -B \cdot L \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)$$

$$\varepsilon = -B \cdot L \cdot v$$

La fuerza electromotriz inducida se mide en *volts*, el flujo magnético en *weber*, la rapidez en m/s y el intervalo de tiempo en *segundos*.

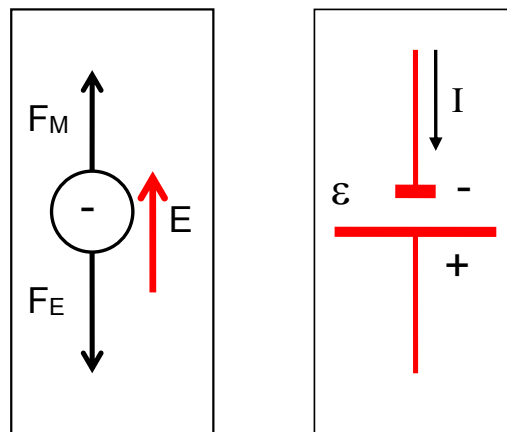
5. CORRIENTE ELÉCTRICA INDUCIDA: Si desplazamos una barra conductora MN de largo L y resistencia R sobre dos carriles metálicos, con rapidez V , dentro de un *campo magnético externo* $\mathbf{B}$ se observará que la *fuerza electromotriz inducida* (f.e.m.i.) en la barra, permite la aparición de una corriente eléctrica inducida I . Cuanto más rápido varía el flujo magnético mayor será el valor de la corriente eléctrica inducida.



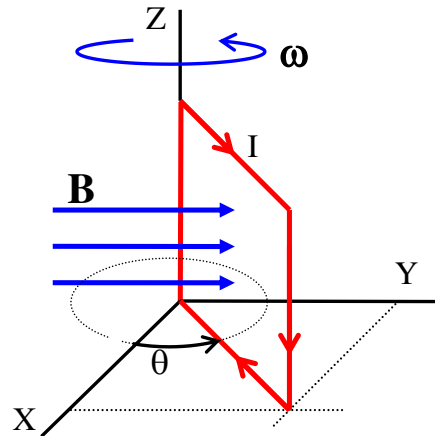
La fuerza electromotriz inducida es: $\mathcal{E}_i = V.L.B$

De la ley de Ohm: $\mathcal{E}_i = I.R \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$

El sentido de la corriente eléctrica inducida I , depende de la polaridad de los puntos extremos M y N de la barra. La barra se comportará como una pequeña fuente de energía eléctrica (pila o batería), estableciendo una diferencia de potencial.



6. CORRIENTE ELÉCTRICA ALTERNA (C.A.): Cuando hacemos girar (mecánicamente una espira conductora dentro de un campo magnético externo B , observamos que el flujo magnético que atraviesa la espira de área A varía a medida que esta va girando con velocidad angular constante. Obteniendo las siguientes relaciones:



El flujo magnético se relaciona con el campo magnético externo:

$$\Phi = B.A.\cos\theta$$

Dónde: $\theta = \omega.t$

La fuerza electromotriz inducida se define como:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta(B.A.\cos\omega t)}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -B.A.\left(\frac{\Delta\cos\omega t}{\Delta t}\right) = -B.A.(-\omega.\sin\omega t)$$

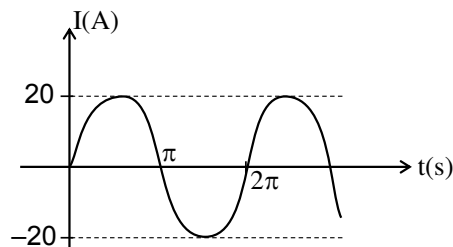
$$\varepsilon = B.A.\omega.\sin\omega t$$

$$\varepsilon = (B.A.\omega).\sin\omega t = \varepsilon_{\max}.\sin\omega t$$

7. TENSION EFICAZ O VOLTAJE EFICAZ: Como se sabe la corriente y el voltaje que llega a nuestros domicilios es alterna. Es decir, cambia continuamente de sentido a razón de 60 veces por segundo. Cuando hablamos de un voltaje alterno, no nos referimos a su valor pico sino a su valor eficaz. Así, la tensión eficaz es aquel voltaje continuo que debe aplicarse a una resistencia para desarrollar el mismo efecto térmico que produce el voltaje alterno. Sus valores:

$$V_{\text{eficaz}} = \frac{V_{\text{pico}}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varepsilon_{\text{eficaz}} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}}$$

8. CORRIENTE ELÉCTRICA ALTERNA: Si alimentamos una resistencia con una tensión alterna obtendremos una corriente también alterna que oscila constantemente. Esto se debe a que la resistencia es solo un elemento de consumo y no de variación de tensión. Su valor está dado por:

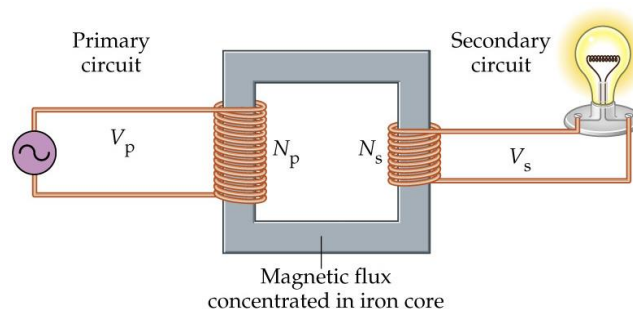


$$I = I_{max} \cdot \text{Sen} \omega t \Rightarrow I_{max} = \frac{\mathcal{E}_{max}}{R}$$

9. CORRIENTE ELÉCTRICA EFICAZ: Se define como aquella intensidad de corriente continua para un mismo intervalo de tiempo transporte la misma cantidad de *energía eléctrica* que una corriente alterna, es decir es un sistema equivalente. Su valor es:

$$I_{eficaz} = \frac{I_{pico}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{eficaz} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

10. TRANSFORMADORES: Siempre que una corriente variable circula por una espira, induce una corriente en otra espira vecina. A la primera espira (o conjunto de espiras) se le denomina primaria y a la segunda espira (o conjunto de espiras) secundaria. A todo el conjunto de las dos espiras se le denomina **transformador**. El transformador funciona solamente con corriente alterna.



El número de vueltas del conjunto de espiras es directamente proporcional a la diferencia de potencial.

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \Rightarrow V_2 = \left(\frac{N_2}{N_1} \right) V_1$$

La potencia de entrada y la potencia de salida son iguales:

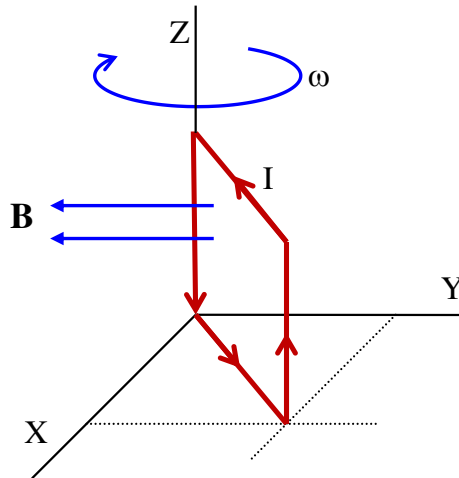
$$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

Luego deducimos que:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow I_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) I_1$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

EJEMPLO 01: La figura muestra una espira conductora cuadrada de 50 cm^2 que rota en sentido horario alrededor del eje Z con una frecuencia angular de 100 rad/s . Si en esta región del espacio existe un campo magnético uniforme de $\mathbf{B} = (-4 \text{ j}) \text{ T}$ en la dirección de $-Y$. Determinar el valor máximo del voltaje.



A) 2 V

B) 3 V

C) 4 V

D) 5 V

E) 6 V

Resolución

La fuerza electromotriz inducida se define como (ley de inducción de Faraday):

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta(B.A.\cos\omega t)}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -B.A.\left(\frac{\Delta\cos\omega t}{\Delta t}\right) = -B.A.(-\omega.\text{Sen}\omega t)$$

$$\varepsilon = B.A.\omega.\text{Sen}\omega t$$

$$\varepsilon = (B.A.\omega).\text{Sen}\omega t = \varepsilon_{\max}.\text{Sen}\omega t$$

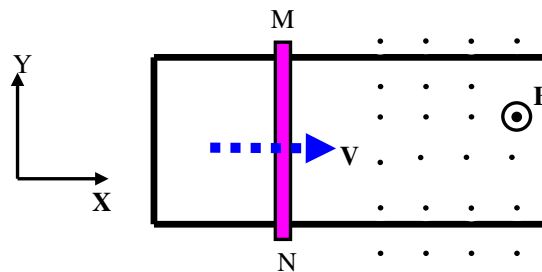
Cálculo del valor del voltaje máximo:

$$\varepsilon_{\max} = B.A.\omega \Rightarrow \varepsilon_{\max} = (4 \text{ T}).(50.10^{-4} \text{ m}^2).(100 \text{ rad.s}^{-1})$$

$$\varepsilon_{\max} = 2,0 \text{ volts}$$

Respuesta: la tensión máxima que se genera es 2 volts.

EJEMPLO 02: Una barra conductora de $0,5 \text{ m}$ de largo y resistencia 4 ohms se desliza sobre rieles paralelos con una rapidez de 10 m/s en el interior un campo magnético uniforme perpendicular al plano de movimiento cuyo módulo es de $0,4 \text{ T}$. Determine la potencia disipada (en W) en la barra.



- A) 2 B) 4 C) 8 D) 1,0 E) 1,2

RESOLUCIÓN

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E}_i = v.L.B$$

$$\mathcal{E}_i = (10 \text{ m.s}^{-1}).(0,5 \text{ m}).(0,4 \text{ T}) = 2 \text{ volts}$$

De la ley de Ohm: $\mathcal{E}_i = I.R \Rightarrow (2 \text{ V}) = I.(4 \Omega)$

La intensidad de corriente es: $I = 0,5 \text{ ampere}$

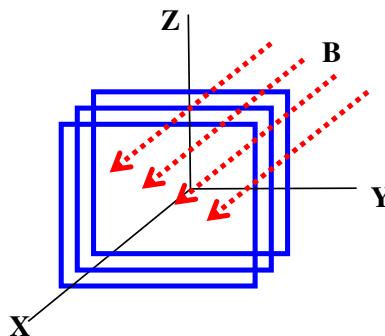
La potencia disipada por el resistor (barra) es:

$$P = I^2.R \Rightarrow P = (0,5 \text{ A})^2.(4 \Omega)$$

$$P = 1,0 \text{ watt}$$

Respuesta: la potencia disipada es 1,0 watt.

EJEMPLO 03: Una bobina plana de alambre de 100 vueltas, cada una con área de $14,0 \text{ cm}^2$, está perpendicular a un campo magnético cuyo módulo cambia con el tiempo de acuerdo con, $B = 5 \cdot \text{Sen}(\pi t) \text{ T}$. ¿Cuál es el valor de la *f.e.m.* inducida máxima?



- A) $0,7\pi \text{ V}$ B) $7\pi \text{ V}$ C) $0,8\pi \text{ V}$ D) $10\pi \text{ V}$ E) $0,07\pi \text{ V}$

Resolución

El flujo magnético se relaciona con el campo magnético externo: $\Phi = B.A$

La fuerza electromotriz inducida se define como:

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{E} = -N \frac{\Delta B.A}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -N.A \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) = -N.A \left(\frac{d(5.\text{Sen}\pi t)}{dt} \right)$$

Derivando y reemplazando obtenemos que:

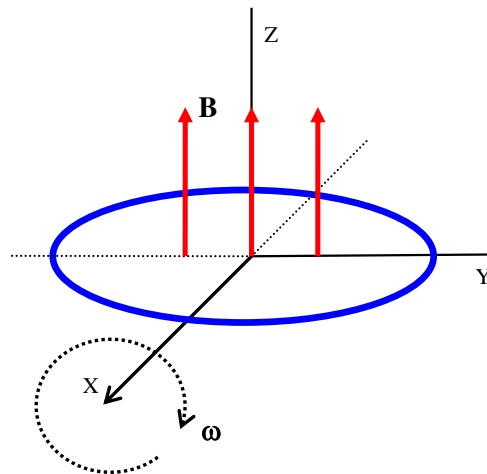
$$\varepsilon = -N.A(5.\pi \text{Cos}\pi t) = -100.(14 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(5.\pi.\text{Cos}\pi t \text{ T.s}^{-1})$$

$$\varepsilon = -0,7.\pi.\text{Cos}\pi t \text{ (volts)}$$

$$\varepsilon_{\max} = 0,7.\pi \text{ volts}$$

Respuesta: la fuerza electromotriz máxima es $0,7.\pi$ volts.

EJEMPLO 04: Una espira circular de radio 0,1 m rota en campo magnético uniforme de intensidad $\mathbf{B} = 0,5 \text{ T}$, con una frecuencia de 100 revoluciones por segundo respecto de un eje paralelo al eje X. Calcule la amplitud de la fuerza electromotriz inducida (en V).



A) 0,39

B) 1,56

C) 3,2

D) 4,9

E) 9,8

Resolución

La fuerza electromotriz inducida se define como (ley de inducción de Faraday):

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta(B.A.\text{Cos}\omega t)}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -B.A \left(\frac{\Delta \text{Cos}\omega t}{\Delta t} \right) = -B.A.(-\omega.\text{Sen}\omega t)$$

$$\varepsilon = B.A.\omega.\text{Sen}\omega t$$

$$\varepsilon = (B.A.\omega).\text{Sen}\omega t = \varepsilon_{\max}.\text{Sen}\omega t$$

Relación entre la frecuencia y la velocidad angular:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$$

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = (2\pi B.A.f).Sen(2\pi f.t) = \varepsilon_{max}.Sen(2\pi f.t)$$

Cálculo del valor del voltaje máximo:

$$\varepsilon_{max} = 2\pi B.A.f \Rightarrow \varepsilon_{max} = 2\pi(0,5 T).(\pi.10^{-2} m^2).(100 s^{-1})$$

$$\varepsilon_{max} = \pi^2 \text{ volts}$$

Respuesta: la fuerza electromotriz inducida máxima es 9,8 volts.

EJEMPLO 05: Una bobina de 200 espiras y 500 cm² de área gira con rapidez constante de 10 revoluciones por segundo con respecto a un eje de su plano, perpendicularmente a un campo uniforme de 0,8 T. Determinar el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida en la bobina.

A) 3 200 V B) 0,2 V C) 50 V D) 502,7 V E) 600 V

Resolución

La fuerza electromotriz inducida se define como (ley de inducción de Faraday):

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta(B.A.Cos\omega t)}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -B.A.\left(\frac{\Delta Cos\omega t}{\Delta t}\right) = -B.A.(-\omega.Sen\omega t)$$

$$\varepsilon = B.A.\omega.Sen\omega t$$

$$\varepsilon = (B.A.\omega).Sen\omega t = \varepsilon_{max}.Sen\omega t$$

Relación entre la frecuencia y la velocidad angular:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi.f$$

La fuerza electromotriz inducida por N espiras es:

$$\varepsilon = (2\pi B.A.f.N).Sen(2\pi f.t) = \varepsilon_{max}.Sen(2\pi f.t)$$

Cálculo del valor del voltaje máximo:

$$\varepsilon_{max} = 2\pi B.A.f.N$$

$$\varepsilon_{max} = 2\pi(0,8 T).(500.10^{-4} m^2).(10 s^{-1}).(200)$$

$$\varepsilon_{max} = 160\pi \text{ volts} = 502,7 V$$

Respuesta: la fuerza electromotriz inducida máxima es 502,7 volts.

EJEMPLO 06: En generador de CA su bobina está conformada por 20 espiras cuadradas de 10 cm de lado y gira con una rapidez angular $\omega = 100 \text{ rad/s}$ en el interior de un campo magnético uniforme de 80 mT, entonces la f.e.m. máxima inducida es:

A) 10 V B) 5 V C) 30 V D) 40 V E) 1,6 V

Resolución

La fuerza electromotriz inducida se define como (ley de inducción de Faraday):

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta(B.A.\cos\omega t)}{\Delta t}$$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\varepsilon = -B.A.\left(\frac{\Delta\cos\omega t}{\Delta t}\right) = -B.A.(-\omega.\sin\omega t)$$

$$\varepsilon = B.A.\omega.\sin\omega t$$

Fuerza electromotriz inducida por N espiras:

$$\varepsilon = (B.A.\omega.N).\sin\omega t = \varepsilon_{\max}.\sin\omega t$$

Cálculo del valor del voltaje máximo:

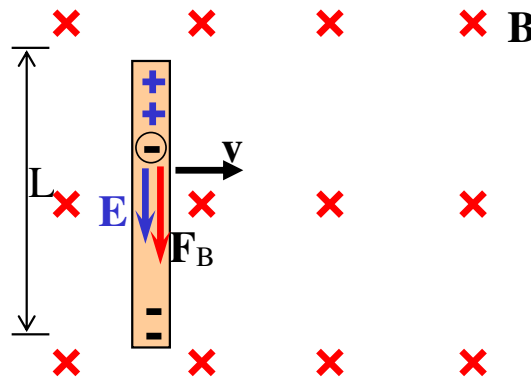
$$\varepsilon_{\max} = B.A.\omega.N$$

$$\varepsilon_{\max} = (80.10^{-3} \text{ T}).(100.10^{-4} \text{ m}^2).(100 \text{ rad.s}^{-1}).(20)$$

$$\varepsilon_{\max} = 1,6 \text{ volts}$$

Respuesta: la tensión máxima que se genera es 1,6 volts.

EJEMPLO 07: Una barra de $L = 10 \text{ cm}$ de longitud se mueve perpendicularmente dentro de un campo magnético uniforme de $B = 20 \text{ teslas}$ con una velocidad de $v = 10 \text{ i (cm/s)}$. El valor del campo eléctrico en el interior de la barra es.



- A) 2,0 V/m B) 0,2 V/m C) 0,3 V/m D) 0,4 V/m E) 0,5 V/m

Resolución

Cálculo de la fuerza electromotriz inducida: $\varepsilon_i = v.L.B$

$$\varepsilon_i = (0,1 \text{ m.s}^{-1}).(0,1 \text{ m}).(20 \text{ T}) = 0,2 \text{ volts}$$

La **fuerza magnética** logra desplazar a los electrones libres a un extremo de la barra conductora, generándose una diferencia de potencial (**fuerza electromotriz inducida**) entre sus extremos.

Diferencia de potencial entre los extremos:

$$\Delta V = E.L$$

Cálculo de la intensidad del campo eléctrico en el interior del conductor:

$$E = \frac{\Delta V}{L} \Rightarrow E = \frac{0,2 \text{ V}}{0,1 \text{ m}} = 2 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Respuesta: la intensidad del campo eléctrico en el interior del conductor es 2 volts/metro.

EJEMPLO 08: Un transformador tiene 50 espiras en el primario y 2 000 en el secundario. Si en el primario la f.e.m. es 100 volts y la intensidad de corriente 20 A, calcular la tensión y la intensidad de la corriente en el secundario.

Resolución

El número de vueltas del conjunto de espiras es directamente proporcional a la diferencia de potencial.

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \Rightarrow \frac{100}{50} = \frac{V_2}{2000}$$

Resolviendo: $V_2 = 4000 \text{ volts}$

Por tratarse de un transformador ideal, no hay pérdidas de ningún tipo. La potencia de entrada y la potencia de salida son iguales:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

$$(100 \text{ V}) \cdot (20 \text{ A}) = (4000 \text{ V}) \cdot I_2$$

Resolviendo: $I_2 = 0,5 \text{ ampere}$

Respuesta: en el secundario 4 kilovolts y 0,5 ampere.

EJEMPLO 09: Un transformador ideal tiene una bobina de 6 000 espiras y una secundaria de 100 espiras. Se conecta al primario una fuente alterna de f.e.m. de 120 volts, mientras que en el secundario circula una corriente eficaz de 3 amperes. Determine la intensidad de corriente eficaz en el primario.

RESOLUCIÓN

El número de vueltas del conjunto de espiras es directamente proporcional a la diferencia de potencial.

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \Rightarrow \frac{120}{6000} = \frac{V_2}{100}$$

Resolviendo: $V_2 = 2 \text{ volts}$

Por tratarse de un transformador ideal, no hay pérdidas de ningún tipo. La potencia de entrada y la potencia de salida son iguales:

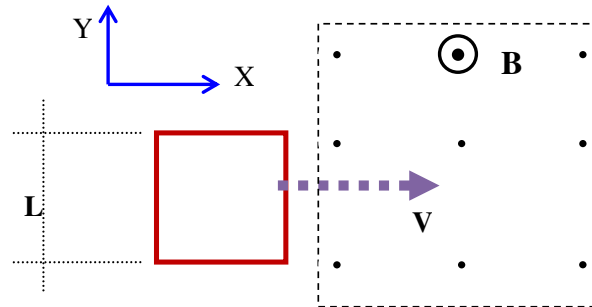
$$P_1 = P_2 \Rightarrow V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

$$(120 \text{ V}) \cdot (I_1) = (2 \text{ V}) \cdot (3 \text{ A})$$

Resolviendo: $I_1 = 0,05 \text{ ampere}$

Respuesta: la intensidad de corriente en el primario es 0,05 ampere.

EJEMPLO 10: Una espira metálica de forma cuadrada de 20 cm de lado y $0,5 \Omega$ de resistencia se encuentra entrando con velocidad constante ($V = 10 \text{ m/s}$), de un campo magnético externo $\mathbf{B} = 2 \text{ kT}$, uniforme y perpendicular al plano de la espira. Determinar la intensidad de corriente inducida en la espira.



- A) 2 A B) 0,2 A C) 4 A D) 0,4 A E) 0,5 A

RESOLUCIÓN

La fuerza electromotriz inducida se define como (ley de inducción de Faraday):

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{\Delta(B.A)}{\Delta t}$$

El valor del área de la región dentro del campo magnético es: $\Delta A = L \cdot \Delta x$

Relacionando convenientemente tenemos que:

$$\mathcal{E} = -B \cdot \left(\frac{\Delta A}{\Delta t} \right) = -B \cdot \left(\frac{L \cdot \Delta x}{\Delta t} \right) = -B \cdot L \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)$$

$$\mathcal{E} = -B \cdot L \cdot v$$

Fuerza electromotriz inducida es:

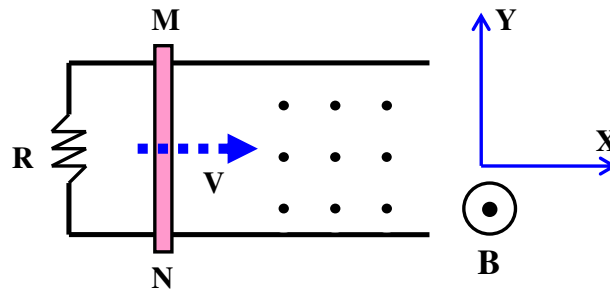
$$\mathcal{E} = -(2 \text{ T}) \cdot (0,2 \text{ m}) \cdot (10 \text{ m.s}^{-1}) = 4 \text{ volts}$$

Aplicamos la ley de Ohm:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow I = \frac{4 \text{ V}}{0,5 \Omega} = 8 \text{ A}$$

Respuesta: la intensidad de corriente eléctrica en la espira es 8 amperes.

EJEMPLO 11: Se muestra una varilla en movimiento que se desplaza con una velocidad $\mathbf{V} = 2 \text{ m/s}$, sobre dos rieles paralelos y lisos que están en el plano X-Y. El sistema está en una región con campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 10 \text{ kT}$. La longitud de la varilla es $MN = 10 \text{ cm}$ y tiene una resistencia eléctrica despreciable. El resistor tiene resistencia $R = 5 \Omega$. Calcule la f.e.m.i ($\mathcal{E}$) y la intensidad de corriente inducida.

**RESOLUCIÓN**

La fuerza electromotriz inducida es: $\mathcal{E}_i = v.L.B$

$$\mathcal{E}_i = (2 \text{ m.s}^{-1}).(0,1 \text{ m}).(10 \text{ T}) = 2 \text{ volts}$$

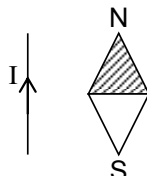
De la ley de Ohm: $\mathcal{E}_i = I.R$

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{2 \text{ volts}}{5 \Omega} = 0,4 \text{ A}$$

Respuesta: la *f.e.m.i.* es 2 volts y la intensidad de corriente eléctrica es 0,4 ampere.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

01. Se tiene una brújula y un hilo conductor que transporta una corriente I.
- El hilo se comporta como una brújula con su polo N en el sentido de la corriente.
 - Si se coloca al hilo al costado de la brújula, como en la figura, ésta girará hasta que su polo N esté próximo al hilo.
 - Si se hace pasar al hilo sobre la brújula, ésta rotará 90° hacia la izquierda (antihorario).



¿Cuáles de estas afirmaciones son correctas?

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Todas E) Ninguna

02. Determine la energía cinética (en unidades de 10^{12} eV) de protones que orbitan en un ciclotrón circular de diámetro 600 m. Si el campo magnético es de 12 teslas. $q_p = 1,6 \times 10^{-19}$ C

$$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg.}$$

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) ninguna

03. Una partícula cargada eléctricamente $q = 4 \times 10^{-9}$ C, se mueve con una velocidad

$$\vec{v} = 10^4 \hat{j} \text{ m/s en una región donde hay un campo magnético uniforme.}$$

$$\vec{B} = 10^{-4} (0,6\hat{j} - 0,8\hat{k}) \text{ T. Determine la magnitud de la fuerza magnética (en unidades } 10^{-9}$$

N) sobre la carga.

- A) 2,6 B) 3,2 C) 3,8 D) 4,4 E) 5,0

04. Un electrón dentro de un acelerador de partículas adquiere una energía cinética de 800 keV. Entra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de $B = 12 \text{ T}$. ¿Cuál es el radio (en mm) de la trayectoria circular resultante?

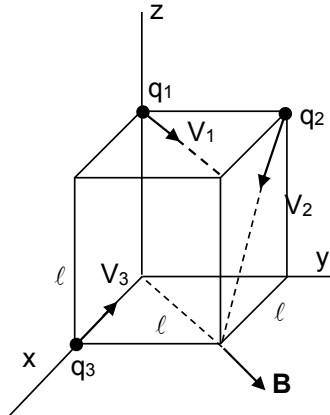
$$m_{e^-} = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

- A) 10,2 B) 4,1 C) 7,6 D) 3,8 E) ninguna

05. Una carga eléctrica $q = +4 \cdot 10^{-4}$ C, ingresa a un campo magnético uniforme $B = 12 \text{ T}$, de modo que su dirección es perpendicular a las líneas de campo B. Si la velocidad de la carga es $V = 8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$. ¿Qué fuerza experimenta y en qué dirección?

08. La figura muestra un cubo de arista ℓ , dentro de un campo magnético constante $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$, ($B_x = B_y$) y las flechas indican las velocidades de las cargas q_1 , q_2 y q_3 , todas positivas. Diga cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son correctas.

- I. La fuerza magnética sobre q_1 tiene el sentido del vector $\mathbf{k}$.
- II. La fuerza magnética sobre q_2 tiene el sentido del vector $-\mathbf{k}$.
- III. La fuerza sobre q_3 tiene el sentido $-\mathbf{k}$.

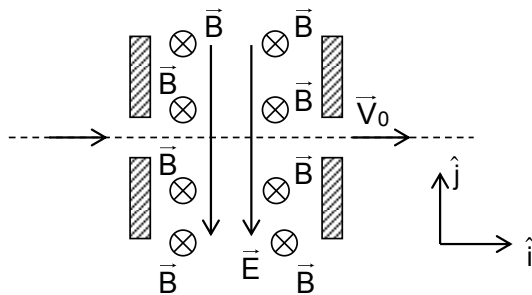


- A) VFF B) FFV C) FVF D) VVV E) FVV

09. Halle la fuerza magnética que actúa sobre una partícula cargada con $1 \mu\text{C}$ si ingresa con una velocidad $\vec{v} = 10^6 (\hat{i} + \hat{j}) \text{ m/s}$ dentro de un campo magnético $\vec{B} = 0,5 (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \text{ T}$.

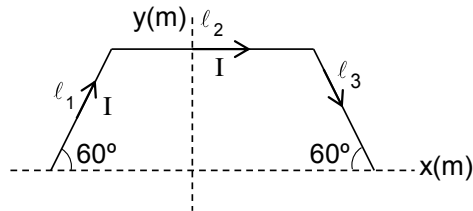
- A) $0,5(\hat{i} - \hat{j})$ B) $0,5(\hat{i} + \hat{j})$
 C) $0,5(\hat{j} + \hat{k})$ D) $0,5(\hat{j} - \hat{k})$ E) $0,5(\hat{i} + \hat{k})$

10. Un selector de velocidades de electrones funciona según el esquema que se muestra. De las partículas que ingresan a distintas velocidades $\vec{V}$ solo salen aquellas que tienen $\vec{V}_0$, determine la velocidad de los electrones (en m/s) a la salida del selector cuando $B = 0,9 \text{ T}$ y $E = 1,6 \text{ kV/m}$.



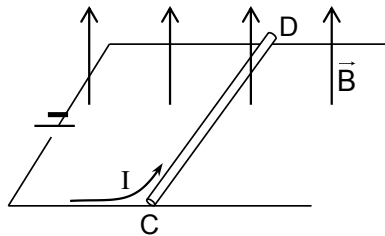
- A) 925,3 B) 1234,5 C) 1543,7 D) 1777,7 E) 1957,6

11. Sobre el filamento conductor mostrado actúa un campo uniforme $\vec{B} = -2\hat{k} \text{ T}$, si la corriente que circula por el filamento es 2 A y $\ell_1 = 5 \text{ m}$, $\ell_2 = 10 \text{ m}$, $\ell_3 = 5 \text{ m}$, determine la fuerza magnética (en N) producida sobre dicho filamento.



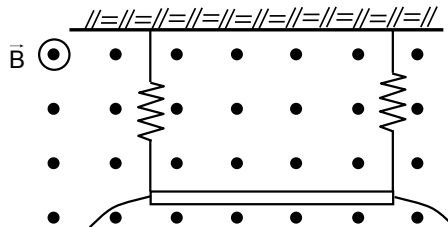
- A) $30\hat{j}$ B) $30\hat{k}$ C) $60\hat{j}$ D) $90\hat{j}$ E) ninguna

12. Una barra CD, de masa 200 g se encuentra apoyada sobre 2 alambres horizontales separados 30 cm, siendo el campo magnético uniforme $B = 12 \text{ T}$. El coeficiente de rozamiento estático entre los alambres y la barra es 0,3. ¿para qué valores de la intensidad de corriente “I” (en A) la barra comenzará a deslizar? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



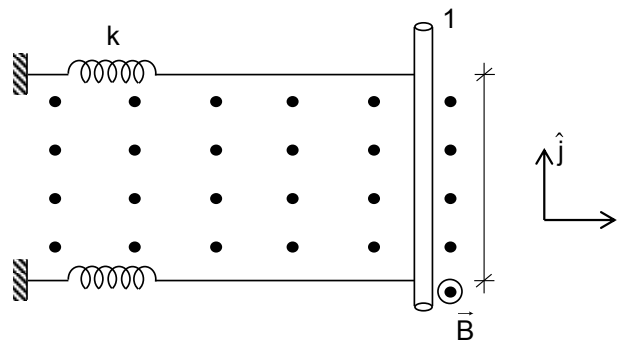
- A) $I = 2$ B) $I = 10$ C) $I = 5$ D) $I = 15$ E) ninguna

13. Un conductor de 50 cm de longitud y $2 \times 10^{-4} \text{ N}$ de peso, está suspendido en dos resortes, como se muestra, donde $B = 5 \text{ T}$. ¿Cuál debe ser la intensidad de corriente (en mA) para que la deformación original de los resortes idénticos, se triplique?



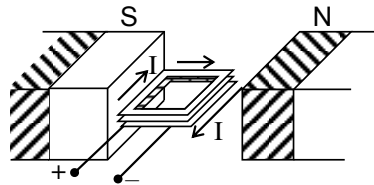
- A) 0,4 B) 0,2 C) 0,6 D) 0,8 E) ninguna

14. En el sistema ilustrado en la figura encontrar la deformación (en cm) de los resortes en el equilibrio, si $K = 10 \text{ N/m}$; $i = 1 \text{ A}$; $\vec{B} = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \hat{k}$ y $\ell = 0,5 \text{ m}$ es el largo del conductor. (Desprecie el campo gravitacional).



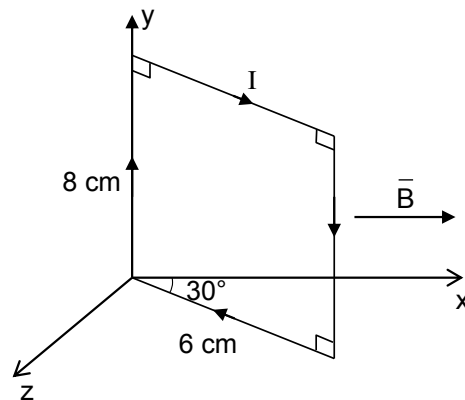
- A) 2,5 B) 0,5 C) 3,5 D) 2,0 E) 1,5

15. La figura muestra 100 espiras cuadradas de 1 m de lado por las cuales circula una corriente de 4 A en el sentido indicado; si el campo magnético es de una intensidad de 12 mT. Determine el módulo del torque magnético en esa posición (en N.m)



- A) 6,6 B) 4,8 C) 2,4 D) 1,2 E) ninguna

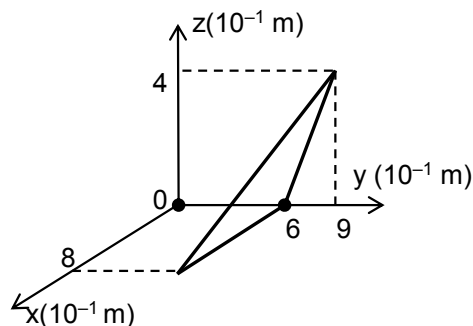
16. El circuito de la figura, lleva una corriente $i = 10\text{ A}$; orientada en el eje “y”. Si está en un campo magnético de $0,2\text{ Wb/m}^2$ paralelo al eje x. Calcule la magnitud del torque en N.m



requerido para mantener el circuito en la posición mostrada.

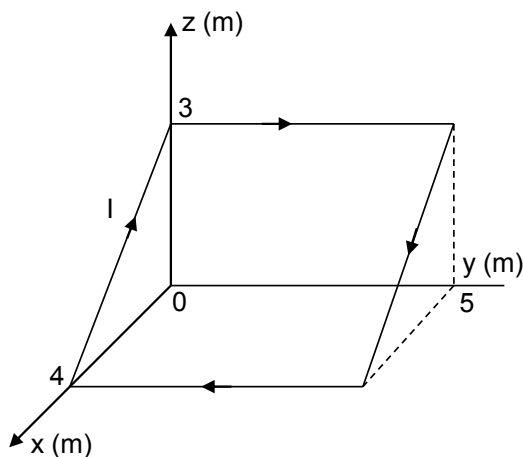
- A) $8,3 \times 10^{-3}$ B) $7,8 \times 10^{-3}$ C) $5,0 \times 10^{-3}$
 D) 11×10^{-3} E) $6,5 \times 10^{-3}$

17. Determine la magnitud y sentido de la corriente (en A) en la espira, en el instante mostrado, para un observador colocado en el origen de coordenadas. El campo es $-0,125 \text{ kT}$ y el torque sobre la espira $-0,8 \hat{i} \text{ N} \cdot \text{m}$.



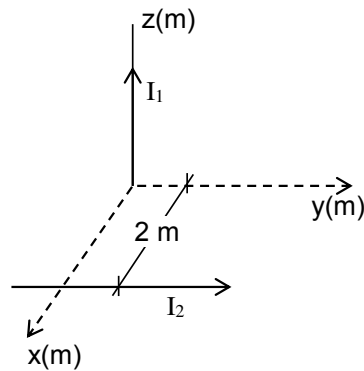
- A) 15 A antihorario B) 20 A horario C) 40 A antihorario
D) 40 A horario E) 20 A antihorario

18. Calcule el torque (en $\text{N} \cdot \text{m}$) que actúa sobre una espira cuadrada, por el cual circula una corriente $I = 2 \text{ A}$ el cual está dentro de un campo magnético $B = 0,5 \hat{i} \text{ T}$, tal como se muestra.



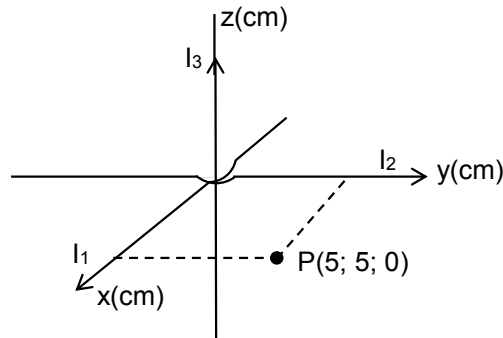
- A) $-20 \hat{j}$ B) $-15 \hat{j}$ C) $40 \hat{j}$ D) $35 \hat{j}$ E) $20 \hat{k}$

19. Se muestran dos conductores infinitos uno sobre el eje Z y el otro paralelo al eje Y. Si $I_1 = 1,2 \text{ A}$, $I_2 = \sqrt{2} \text{ A}$, determine el módulo del campo magnético (en 10^{-9} T) en el punto $(4; 0; 0) \text{ m}$.



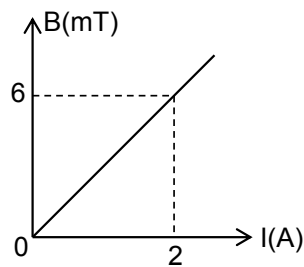
- A) VFV B) VFF C) VVF D) VVV E) FVV

20. Si las corrientes $I_1 = I_2 = I_3 = I = 500\sqrt{2}$ A, van a lo largo de los ejes X, Y, y Z, respectivamente; determine la magnitud del campo magnético (en mT) en la posición P (5; 5; 0) cm.



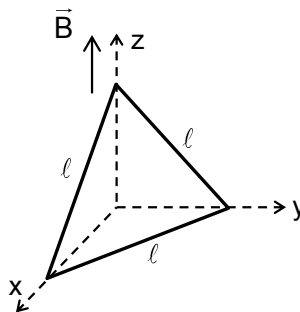
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

21. El campo magnético en el interior de un solenoide de 0,8 m de largo es de 24 mT. El diámetro del alambre es de 2,4 mm. Determine (en m) la longitud del alambre que forma el solenoide, que transporta una corriente de 12 A.
A) 96 B) 86 C) 62 D) 78 E) ninguna
22. En una bobina muy larga en comparación con su diámetro, se mide el valor del campo magnético en su interior, obteniéndose $B = 5\pi \text{ mT}$. Se sabe que la corriente que circula es $I = 1,2$ A. Determine el número de espiras por metro, necesario en una bobina de longitud el doble a la anterior, para obtener el mismo valor de B en su interior.
A) $1,25 \times 10^4$ B) 3×10^4 C) $1,5 \times 10^3$
D) $4,5 \times 10^3$ E) $4,5 \times 10^4$
23. La figura muestra la variación del campo magnético de un solenoide versus la corriente que circula por él. Halle aproximadamente el número de vueltas del alambre $\left(\text{en } \frac{\text{vueltas}}{\text{cm}}\right)$.



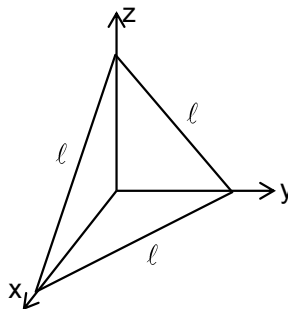
- A) 20 B) 2 C) 24 D) 26 E) 28

24. La figura muestra una espira triangular de lados ℓ , si en dicha región existe un campo $B_0 \mathbf{k}$. Calcule el flujo magnético a través de dicha espira.



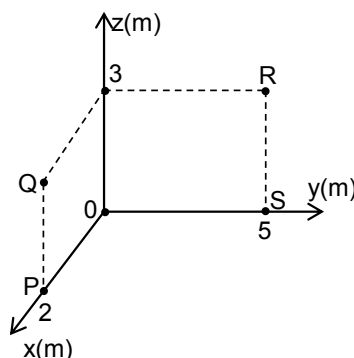
- A) $\frac{\sqrt{3}}{4} B_0 \ell^2$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} B_0 \ell^2$ C) $\frac{B_0 \ell^2}{4}$ D) $\frac{B_0 \ell^2}{3}$ E) $\frac{B_0 \ell^2}{2}$

25. En la figura el campo $\vec{B}$ es de $1,2 \hat{j} \text{ T}$. Calcule el flujo magnético en $\text{T} \cdot \text{m}^2$ a través del área del triángulo de 1 m^2 mostrado.



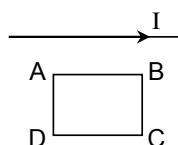
- A) $2\sqrt{3}/3$ B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ E) ninguna

26. Determine el flujo magnético (en Wb) en el área PQRS, si se tiene un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 0,05 \hat{j} \text{ T}$.



- A) 0,68 B) 0,50 C) 0,30 D) 0,25 E) 0,22

27. Consideremos una espira cuadrada frente a un alambre por donde circula una corriente I constante tal como muestra la figura.

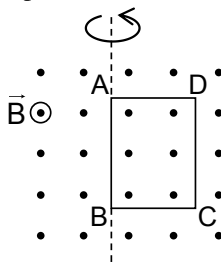


¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F)?

- I. Sobre la espira se genera una corriente debido a que el flujo magnético en el interior de la espira no es constante.
- II. Si acercamos la espira hacia el alambre se genera una corriente cuyo sentido es de A hacia B.
- III. Si movemos la espira paralelamente a la corriente entonces se genera una corriente cuyo sentido es de C a B.

- A) FFF B) VVF C) VVV D) VFV E) FVF

28. La espira de cobre inicialmente en el plano del papel gira $\phi = 180^\circ$ alrededor del eje AB hacia adentro del papel. Señale la proposición falsa.



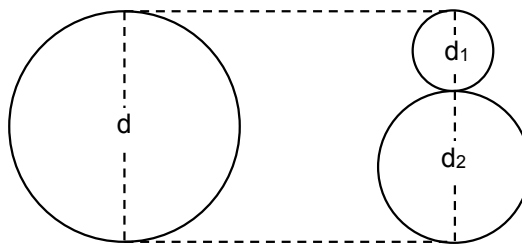
- A) El flujo magnético inicial es máximo.
- B) La dirección de la corriente inducida inicialmente es ABCDA.
- C) La corriente inducida cambia de sentido cuando $\phi = 90^\circ$.
- D) Si la espira fuera de plástico, no hay f.e.m inducida.
- E) Si la espira fuera de plástico, no hay corriente inducida.

29. Se tiene una espira, de área 1 cm^2 y resistencia 60Ω , cuyo plano es paralelo a un campo magnético uniforme de $0,1 \text{ T}$. Si giramos la espira de manera que su plano sea perpendicular a las líneas de inducción, halle la carga eléctrica que circula a través de la espira durante el proceso. (en μC)

A) 10 B) 1 C) 20 D) 100 E) ninguna

30. El anillo de alambre mostrado, con diámetro $d = 40 \text{ cm}$, se encuentra ubicado perpendicularmente a un campo magnético uniforme $B = 2 \text{ T}$. ¿Qué fuerza electromotriz inducida media (en V) surgirá en el circuito si en $\Delta t = \frac{\pi}{10} \text{ s}$, este adquiere la forma de un

ocho?, $\left(d_1 = \frac{d}{4}\right)$



A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

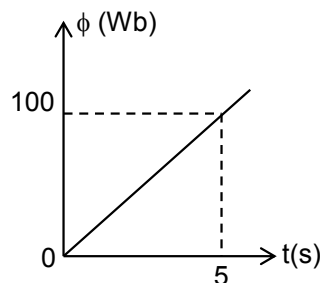
31. El flujo magnético a través de una espira, varía con el tiempo de acuerdo a la expresión $\phi = (2t + (t^2/2)) \text{ Wb}$ en donde t está en segundos. Determine la f.e.m inducida (en V) en promedio entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = 10 \text{ s}$.

A) 12 B) 5 C) 7 D) 18 E) 24

32. Una espira rectangular cuya área variable se expresa mediante $A = 4 - 2t$ se dispone normalmente a un campo magnético uniforme de $B = 1,2 \text{ T}$. Calcule la magnitud de la f.e.m inducida en dicha espira (en V).

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) ninguna

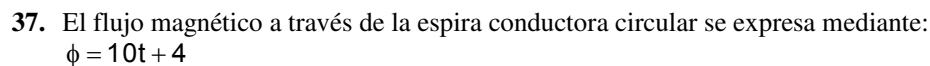
33. El flujo magnético a través de un anillo, varía con el tiempo como se muestra en la gráfica. ¿Cuál es la f.e.m (en V) que se induce en el circuito?



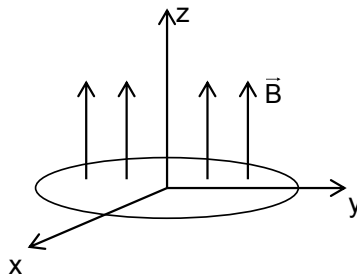
A) 5 B) 20 C) 200 D) 500 E) 100

-

-
- A 5x5 grid of points. A 2x2 square region is highlighted in the center, covering the points at (2,2), (3,2), (2,3), and (3,3) using 0-indexing from the top-left.

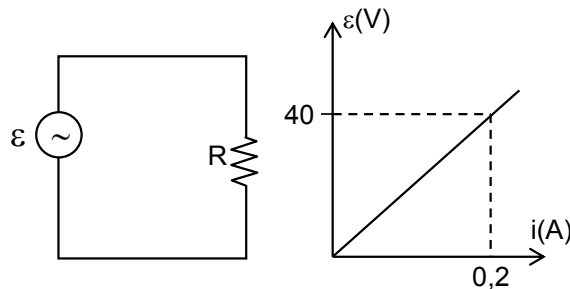


en unidades del S.I. si la resistencia de la espira es $60\ \Omega$. Determine la intensidad y el sentido de la corriente inducida (vista desde arriba)



- A) 1 A, antihorario B) 1 A, horario C) 2 A, horario
D) 2 A, antihorario E) ninguna

38. La tensión y la corriente del circuito mostrado en la figura (1) varían como se ilustra en la figura (2). Si la tensión máxima en el circuito es 80 V, halle la potencia media disipada en R. (en W)



(Fig. 1)

(Fig. 2)

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) ninguna

39. Diga cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

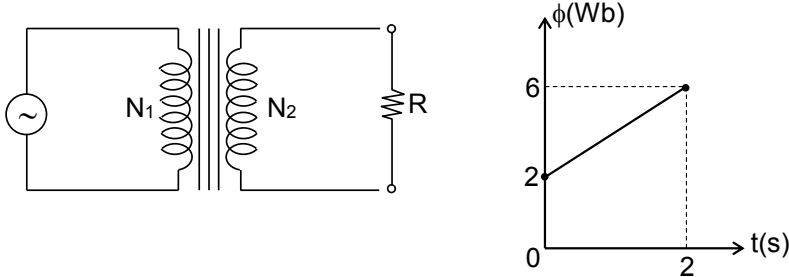
- I. Es imposible reducir un voltaje AC, haciendo uso de un transformador elevador.
II. En un transformador ideal, la potencia entregada al primario es igual a la potencia que suministra el secundario.
III. En un transformador elevador ideal, la corriente que se obtiene del secundario es mayor que la corriente en el primario.

- A) VVV B) VVF C) VFF D) FVF E) FVV

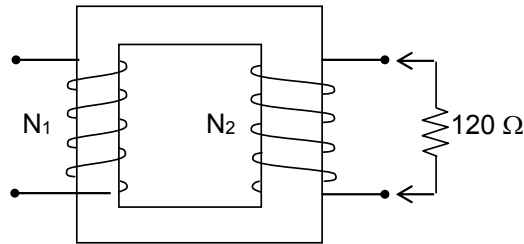
40. En un transformador ideal la bobina secundaria consta de 200 vueltas y su resistencia es de $100\ \Omega$. Si la corriente que circula por dicha bobina está dada por $i(t) = 2\text{sen}(120\pi t)\text{ A}$, ¿cuál es el cambio de flujo magnético por unidad de tiempo en cada espira del circuito primario? (en Wb/s)

- A) $0,22\ \text{Sen}(2\pi t)$ B) $0,33\ \text{Sen}(20\pi t)$ C) $0,55\ \text{Sen}(80\pi t)$
D) $0,66\ \text{Sen}(120\pi t)$ E) $0,88\ \text{Sen}(120\pi t)$

41. Se muestra la dependencia entre el flujo ϕ y el tiempo t en un transformador con una carga resistiva $R = 100 \Omega$. Si $N_1 = N_2 / 2 = 110$ hallar la potencia media (en W) disipada por la resistencia.

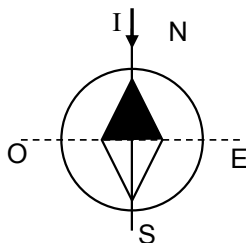


- A) 110 B) 220 C) 440 D) 880 E) ninguna
42. El primario de un transformador tiene 100 espiras y el secundario 200. Si entre los bornes del secundario se conecta una resistencia de 100Ω y al primario se conecta una batería de 25 V , ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
- La potencia disipada por la resistencia es de 250 mW .
 - La corriente en el secundario es 5 veces la corriente en el primario.
 - A través de la resistencia hay una diferencia de potencial de 5 V .
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Todas E) Ninguna
43. En el transformador mostrado $v_1 = 311,11 \sin \omega t \text{ V}$. Si $\nu = 60 \text{ Hz}$ y $N_2 = 4$, $N_1 = 400$ espiras, halle la potencia (en mW) disipada por la resistencia de 120Ω .

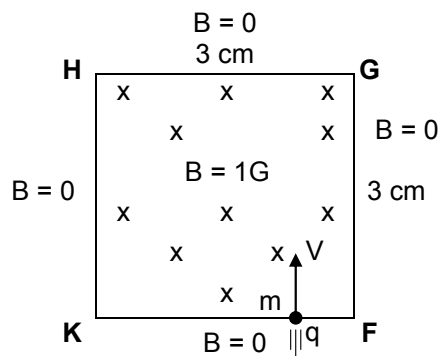


- A) 77 B) 58 C) 47 D) 40 E) 30
44. Un transformador ideal conectado a la línea de 220 V suministra 1760 V a un dispositivo. Para proteger al sistema se coloca un fusible en el primario que se funde cuando la corriente en éste alcanza el valor de 1 A . A) ¿Cuál es la razón N_1/N_2 , entre el número de espiras? B) ¿Qué potencia (en W) se suministra al transformador cuando en el secundario la corriente sea de 6 mA ?
- A) $0,125$; $17,6$ B) $0,250$; $1,76$ C) $0,340$; $2,43$
D) $0,450$; 176 E) ninguna

45. En la figura se muestra una brújula orientada en la dirección norte-sur geográfico sobre la brújula, un cable que conduce corriente. Si la corriente I muy intensa circula de norte a sur. En qué dirección se desviará la brújula.



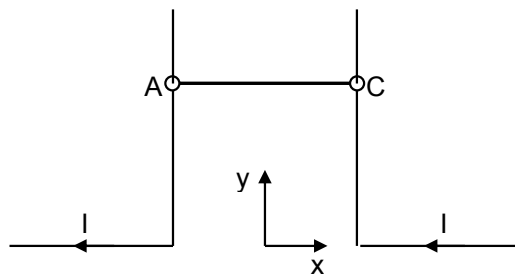
- A) No se desvía. B) Se desvía hacia el sur. C) Hacia el oeste.
D) Nor-Este E) Hacia el este.
46. Una partícula de masa m y carga q ingresa a una región cuadrada, donde existe un campo magnético perpendicular a la región, con una velocidad de 18×10^4 m/s. Si $q/m = 0,18 \times 10^{12}$ C/kg. ¿Por cuál lado de la región escapa la partícula?



- A) $\overline{FG}$ B) $\overline{GH}$ C) $\overline{HK}$ D) $\overline{KF}$ E) No escapa
47. Un electrón dentro de un acelerador de partículas adquiere una energía cinética de 12 keV. Entra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,4 T. ¿Cuál es el radio (en mm) de la trayectoria circular resultante?

$$m_{e^-} = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

- A) 3,8 B) 4,1 C) 6,9 D) 7,6 E) ninguna
48. La barra AC, forma parte del circuito y puede deslizar sin fricción sobre 2 alambres verticales, su densidad lineal es 2 g/cm. ¿Cuál debe ser el campo magnético uniforme (en mT), para que la fuerza magnética pueda sostener la barra en reposo cuando por ella circulan 2 A?

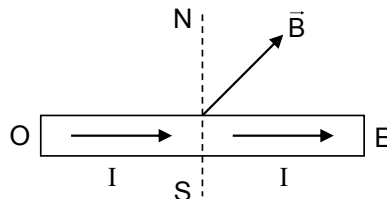


- A) 200 k B) +20 k C) -20 k D) -2 k E) ninguna

49. Un alambre rectilíneo de 1 m de longitud y 1 kg de masa descansa sobre un plano horizontal en una región donde existe un campo magnético uniforme de 1 T vertical y hacia abajo. Si en un determinado instante pasa una corriente I que depende del tiempo, esto es $I = (0,5 + 3,5 \times 10^{-2}t)(A)$, en donde t en segundos, determine el instante t (en s) en que el alambre está a punto de deslizar. Considere el coeficiente de fricción estática de 0,4 y $g = 10 \text{ m/s}^2$.

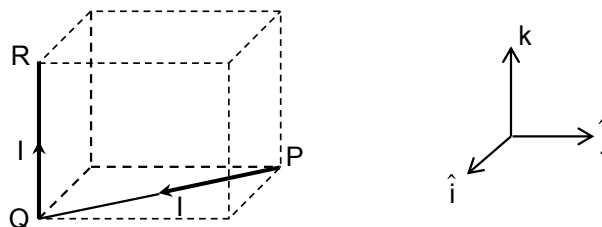
- A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

50. Por una varilla de cobre recta horizontal de largo 80 cm, circula corriente de 40 A de Oeste a Este en una región comprendida entre los polos de un gran electroimán. En esta región existe un campo magnético uniforme horizontal dirigido hacia el noreste (a 37° al norte del este) con magnitud de 0,5 T como se muestra en la figura desde la vista de arriba, si la varilla se encuentra en equilibrio determine la magnitud de la fuerza magnética (en N) y la masa de la varilla (en kg).



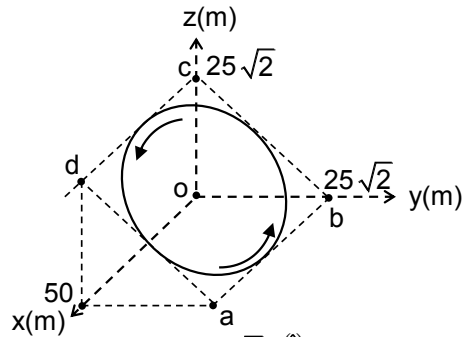
- A) 24 ; 2,4 B) 32 ; 3,2 C) 24 ; 3,2 D) 16 ; 1,6 E) ninguna

51. En la figura se muestra un conductor doblado PQR, por el cual circula una corriente de 2 A ; si el lado del cubo es 10 cm y éste se encuentra en un campo $B = 0,1\sqrt{2}\hat{j} \text{ T}$; determine la fuerza total sobre el conductor PQR (en 10^{-2} N).

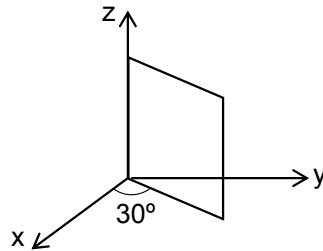


- A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 16

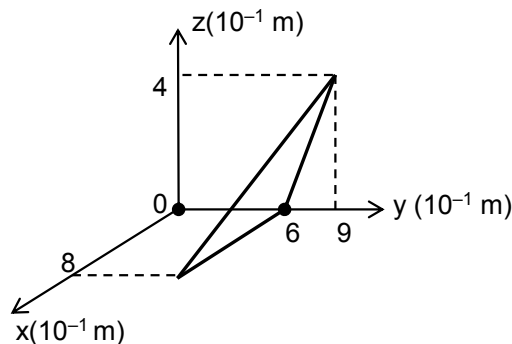
52. La espira mostrada en la figura se encuentra inscrita en el cuadrado abcd si la corriente que circula por ella es 2 A en el sentido mostrado. Determine el torque magnético (en 10^3 Nm) al aparecer un campo $\vec{B} = 2\hat{j} \text{ T}$.



- A) $6,25\sqrt{2}\pi(\hat{j})$ B) $-6,25\sqrt{2}\pi(\hat{i})$ C) $6,25\sqrt{2}\pi(\hat{k})$
 D) $6,25\sqrt{2}\pi(-\hat{j})$ E) ninguna
53. En la figura se muestra una bobina cuadrada de lado $\ell = 10 \text{ cm}$, la cual consta de 13 espiras y conduce una corriente de 2 A; dicha bobina se encuentra en un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,1\hat{j} \text{ mT}$. Calcule la magnitud del torque que actúa sobre la espira en (10^{-6} Nm) en el instante mostrado.



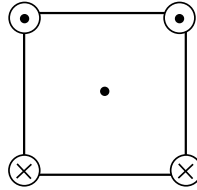
- A) 5 B) 7,5 C) 13 D) 15 E) 26
54. Determine la magnitud y sentido de la corriente (en A) en la espira, en el instante mostrado, para un observador colocado en el origen de coordenadas. El campo es $-0,125\hat{k} \text{ mT}$ y el torque sobre la espira $-0,8\hat{i} \text{ N}\cdot\text{m}$.



- A) 15 A antihorario
C) 40 A antihorario
E) 20 A antihorario

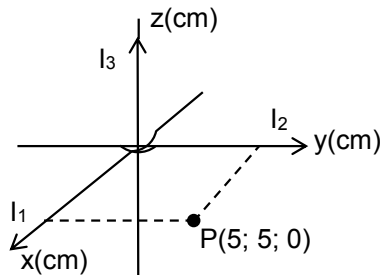
- B) 20 A horario
D) 40 A horario

55. Por los vértices de un cuadrado de lado 1 metro pasan conductores rectilíneos que transportan una corriente de 1 A en las direcciones que se muestran. Halle (en mT) el campo magnético en el centro del cuadrado.



- A) 0
B) 2
C) 4
D) 6
E) ninguna

56. Si las corrientes $I_1 = I_2 = I_3 = I = 500\sqrt{2} \text{ A}$, van a lo largo de los ejes x, y y z, respectivamente; determine la magnitud del campo magnético (en mT) en la posición P (5; 5; 0) cm.



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

57. El campo magnético en el interior de un solenoide de 0,8 m de largo es de 24 mT. El diámetro del solenoide es 24 mm. Determine (en m) la longitud del alambre que forma el solenoide, que transporta una corriente de 12 A.

- A) 96 B) 86 C) 62 D) 78 E) 76

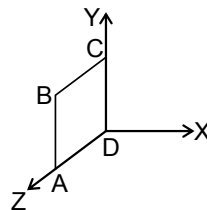
58. Se tiene 1 metro de alambre de cobre esmaltado de 1 mm de diámetro y una batería que proporciona una corriente de 0,1 A. Diseñe un solenoide que produzca un campo magnético casi uniforme en un volumen cilíndrico de 2 cm de radio y 10 cm de largo. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético (en mT) a lo largo del eje del cilindro?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) ninguna

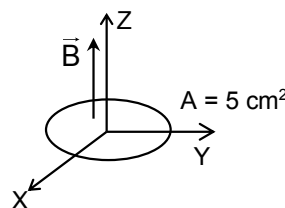
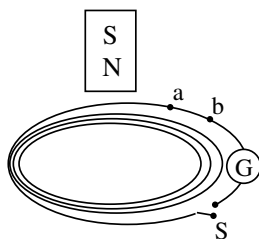
59. Al enrollar un alambre de longitud L sobre un cilindro de longitud h y radio r se genera en el interior del cilindro un campo magnético B_1 , cuando circula una corriente i. Si luego el mismo alambre se enrolla en otro cilindro de igual longitud, pero de área transversal 4 veces mayor, se genera un campo B_2 en el interior cuando circula la misma corriente i. Halle B_1/B_2 .

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

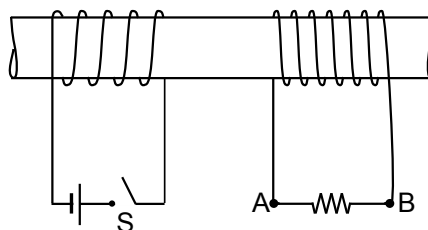
60. La figura muestra un cuadrado de lado 1 m. Si se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = (5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k})\text{T}$, determine el flujo (en mWb) a través de esta superficie.



- A) 2,125 B) 2,625 C) 3,125 D) 3,675 E) 4,215
61. Una espira circular de radio 0,5 m tiene su eje en la dirección $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$, y se encuentra en una región donde el campo magnético $\vec{B} = (t\hat{i} + 2t\hat{j})\text{T}$. Calcule el flujo magnético (T.m^2) a través de la espira cuando $t = \sqrt{3}\text{ s}$.
- A) π B) $\sqrt{2}\pi$ C) $\sqrt{3}\pi$ D) 3π E) ninguna
62. La espira muestra un imán y una bobina conductora de 10 espiras, respecto a la ley de Faraday, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones al cerrar el interruptor.
- La corriente inducida circula de (a hacia b).
 - La corriente en las 10 espiras es la décima parte de la corriente inducida si solo se tuviera una espira.
 - No se induce corriente eléctrica.



- A) VFV B) VVF C) FFV D) FFF E) FVV
63. Instantes después de cerrar el interruptor S, se cumple que:
- El potencial de A es mayor que el de B.
 - El potencial de A es igual que el de B.
 - El potencial de A es menor que el de B.



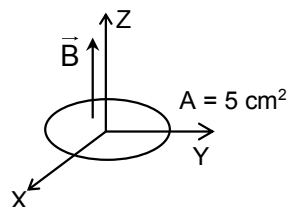
Señale verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- A) VVV B) VFF C) FFF D) FVF E) FVV

64. Una espira cuadrada de lado 1 metro se encuentra en el plano “x-y”, en una región donde el campo magnético es constante $\vec{B} = (2\hat{i} + 2\hat{j})\text{ T}$. Calcule la f.e.m. inducida promedio (en V) si la espira gira 90° alrededor del eje “x” en 2 s.

- A) 0,25 B) 0,5 C) 0,75 D) 1 E) ninguna

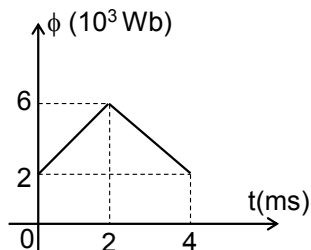
65. La figura muestra una espira circular en un campo $\vec{B} = B_0 \sin 200\pi t \text{ k tesla}$, donde $B_0 = 5 \text{ T}$ y t se expresa en segundos. ¿Cuál es la magnitud en volt de la f.e.m inducida en $t = 0$?



- A) 0 B) $0,2 \pi$ C) 0,6 D) $1,2 \pi$ E) ninguna

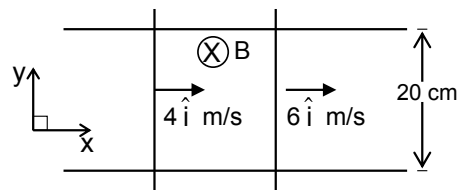
66. El flujo magnético sobre una espira varía con el tiempo de acuerdo al gráfico.

- I. Halle la f.e.m media (en V) entre los instantes $t = 0 \text{ s}$ y $t = 4 \text{ s}$.
II. Halle la f.e.m instantánea (en V) en $t = 1 \text{ s}$.

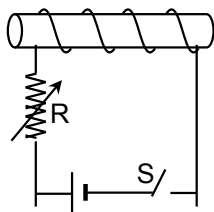


- A) 0 y 1 B) 1 y 2 C) 0 y 2 D) 0 y 3 E) 1 y 3

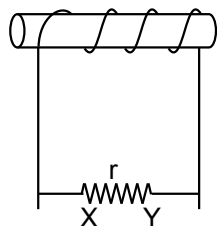
67. Sobre dos rieles metálicos deslizan dos alambres con velocidades constantes de $4 \hat{i}$ m/s y $6 \hat{i}$ m/s (véase la fig.) Si el circuito se encuentra inmerso en un campo magnético de 1 T, halle la f.e.m inducida (en V) y el sentido de la corriente inducida.



- A) 0,2 ; horario. B) 0,4 ; antihorario. C) 0,5 ; horario
D) 0,4 ; horario E) 0,2 ; antihorario.
68. Determine el sentido de la corriente en la resistencia r mostrada en la figura cuando:
- Se abre el interruptor S después de haber estado cerrado varios minutos.
 - La resistencia R se incrementa mientras el interruptor permanece cerrado.

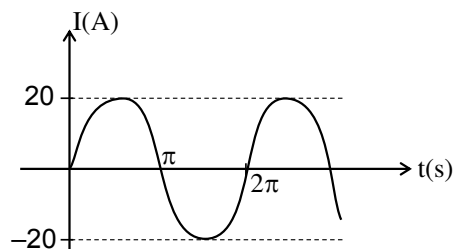


(i)



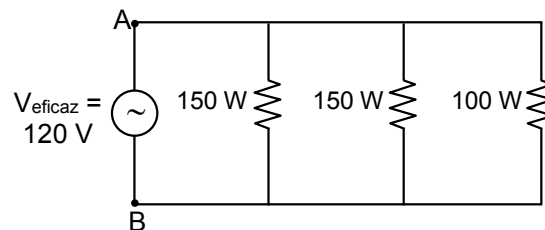
(ii)

- A) De X a Y ; de Y a X B) De Y a X ; de Y a X
C) De X a Y ; de X a Y D) De Y a X ; de X a Y
E) De X a Y ; no se induce corriente.
69. La gráfica que se muestra, representa la intensidad de corriente que circula por un conductor alimentado por un generador de corriente alterna. Halle su ecuación (en el S.I.)

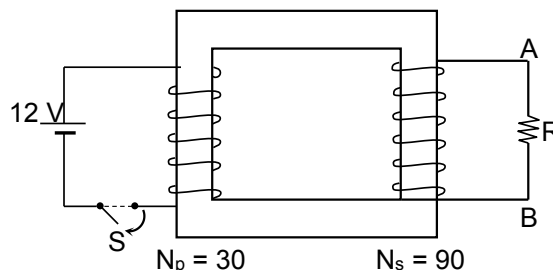


- A) $I = 20 \sin(\pi t)$ B) $I = 20 \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right)$
C) $I = 20 \cos(\pi t)$ D) $I = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$ E) $I = 20 \sin(t)$

70. Calcule la corriente eficaz (en A) que circula por un foco de 50 ohms conectado a la red doméstica de 220 V.
 A) 0,25 B) 0,5 C) 1 D) 1,5 E) ninguna
71. En un circuito simple – fuente y resistor – la señal de alimentación es $E = 12\text{Sen}(120\pi t)$ volt donde t está en segundos. Si $R = 100\Omega$, calcule la potencia media disipada (en W) en el resistor.
 A) $6\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) 3,2 D) 1,7 E) 0,72
72. La potencia media que disipa un calentador eléctrico es de 1 kW, si la resistencia del calentador es de 100 ohms, ¿cuál es la corriente (en A) que circula a través de la resistencia?
 A) 0,7 B) 1,4 C) 2,1 D) 2,8 E) 3,5
73. Se ha probado una estufa de 100Ω con una fuente de corriente continua y se ha observado que cuando se exceden los 50 W de potencia, la estufa se quema. Determine el máximo voltaje eficaz (en V) de la fuente de corriente alterna a la cual puede conectarse la estufa sin que se queme.
 A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90
74. En el circuito de resistencias mostrado, la fuente es de corriente alterna, determine la resistencia equivalente entre A y B (en Ω).



- A) 18 B) 24 C) 36 D) 48 E) 64
75. La figura muestra un transformador, se conecta al primario una batería. Indique cuáles de las siguientes proposiciones son correctas:
 I. Con el interruptor S cerrado, no se produce corriente inducida en el secundario.
 II. Cuando S se abre aparece por unos instantes un pulso de corriente de B hacia A.
 III. La fem inducida en el secundario es 36 V.



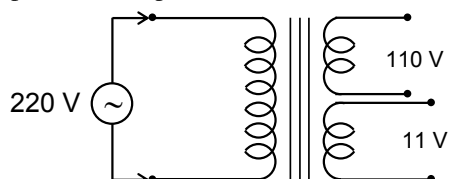
- A) Solo III B) Solo I C) Solo II D) I y II E) II y III

76. Con relación a las siguientes proposiciones sobre los transformadores, indique verdadero (V) o falso (F):

I. Los transformadores pueden elevar o bajar el voltaje.
 II. Están formados por un núcleo, hecho de láminas de hierro.
 III. Funcionan con corriente alterna.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFF

77. El transformador de la figura tiene dos devanados secundarios, con un número total de espiras de 550. ¿Cuántas espiras tiene el primario?



A) 800 B) 900 C) 1 000 D) 1 100 E) 1 200

78. Al conectar 220 V al primario de un transformador, se obtiene 5 V en el secundario. Si se agregaran otras 900 espiras al secundario, se obtendrían 20 V. ¿Cuál es el número de espiras del primario?

A) 4 400 B) 8 800 C) 13 200 D) 17 600 E) 22 000

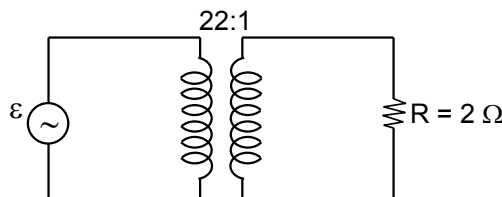
79. El secundario de un transformador tiene 300 espiras y proporciona una potencia media de 3600 W a una resistencia de 100 ohms. ¿Cuál es el voltaje pico (en V) de la fuente conectada al primario, que tiene 100 espiras?

A) 282 B) 382 C) 482 D) 582 E) 682

80. En el primario de un transformador que tiene 1000 espiras, se tiene conectado una fuente de 220 V (60 Hz), y en el secundario una resistencia de 22Ω que desarrolla una potencia de 88 W. Determine (en A) la corriente en la resistencia.

A) $2 \sin 10 \pi t$ B) $4 \sin 60 \pi t$ C) $2\sqrt{2} \sin 120 \pi t$
 D) $4\sqrt{2} \sin 120 \pi t$ E) $22 \sin 120 \pi t$

81. El transformador ideal de la figura suministra 200 W a la carga de 2 ohms. Determine el voltaje eficaz suministrado por la fuente ε (en V).



A) 220 B) 440 C) 880 D) 1100 E) 2200

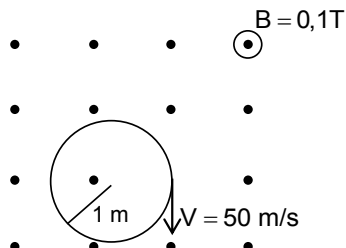
82. Respecto del experimento de Oersted, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?:

I. Al pasar una corriente por un hilo conductor se observa que una brújula se orienta en el sentido de la corriente.
 II. Se deduce que las corrientes eléctricas producen campos eléctricos.

III. Se deduce que la fuerza magnética es del tipo acción-reacción.

- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Todas E) Ninguna

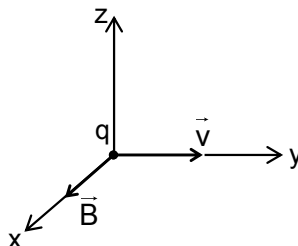
83. La figura muestra la trayectoria circular de una partícula cargada que se mueve en presencia de un campo magnético uniforme. Señale verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:



- I. La partícula tiene carga positiva.
 II. El periodo del movimiento es de $\pi/50$ s.
 III. La relación (carga) ÷ (masa) de la partícula es igual a 500.

- A) VFV B) VVV C) FVF D) FFF E) FFV

84. La figura representa una carga positiva que, desde el origen se dispara con velocidad $\vec{V} = v\hat{j}$ a través de una región donde existe un campo magnético uniforme de inducción $\vec{B} = B\hat{i}$ para que la fuerza magnética tenga dirección $+\hat{i}$ es necesario que:

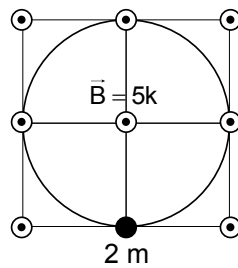


- A) Se duplique la carga. B) Que la carga se dispare hacia $+\hat{k}$.
 C) Que la carga se mantenga en la dirección de movimiento original.
 D) Que el campo se oriente hacia $+\hat{k}$. E) Que el campo se oriente hacia $-\hat{k}$.

85. Una partícula de masa 100 gramos que se mueve con una rapidez de 10^6 m/s experimenta una fuerza de 1 mN cuando sobre ella actúa un campo de $1 \mu\text{T}$ perpendicular a su velocidad. ¿Cuál es la carga (en mC) de la partícula?

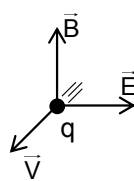
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) ninguna

86. En el instante $t = 0$ la partícula en reposo eléctricamente neutra de masa “2m” que se muestra se separa en dos partículas de masa “m” cada una, siendo q la carga de una de ellas. Halle el instante t en que chocan.

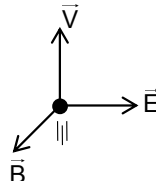


- A) 0 B) $\frac{\pi m}{2q}$ C) $\frac{\pi m}{3q}$ D) $\frac{\pi m}{4q}$ E) $\frac{\pi m}{5q}$

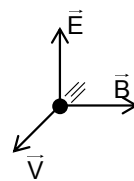
87. En la figura $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son campos eléctricos y magnéticos uniformes y $\vec{V}$ es la velocidad con que un electrón ingresa a dichos campos. ¿Cuál o cuáles de las siguientes disposiciones gráficas permite que el electrón mantenga su velocidad constante y considerando que el módulo de los $\vec{F}_m$ y $\vec{F}_E$ sean iguales?



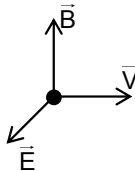
A)



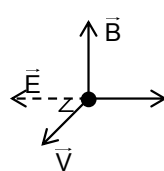
B)



C)

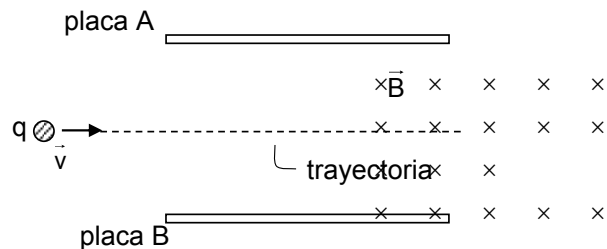


D)



E)

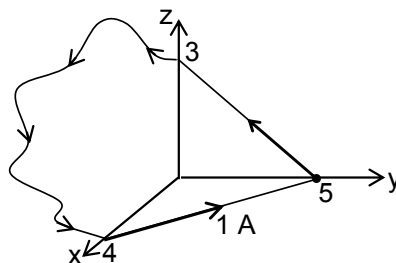
88. Una carga eléctrica pasa a través de un campo magnético constante y en medio de dos placas metálicas cargadas llamadas placa A y placa B, tal como se muestra en la figura. Luego:



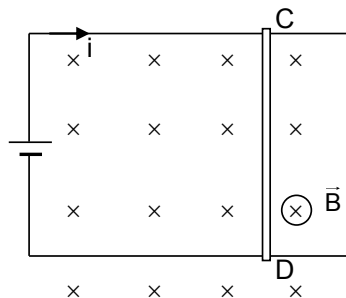
I. Si q es (-) la placa A es - y la B es (+).

- II. La trayectoria indicada es válida para cualquier valor de $\vec{V}$ (dados los valores de B y de E entre las placas).
- III. Si una carga $(-)$ pasa según la trayectoria mostrada, entonces una carga $(+)$ de la misma magnitud también pasa por la misma trayectoria necesariamente.
- A) VVV B) VVF C) VFV D) FFV E) FFF

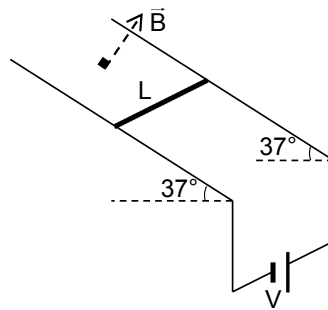
89. En el espacio existe un campo magnético uniforme $\vec{B} = 2\hat{i} \text{ T}$. Si por la espira de alambre circula una corriente 2 A, halle la fuerza (en N) sobre el tramo curvo de la espira.



- A) $5\hat{i}$ B) $-6\hat{j}$ C) $5\hat{k}$ D) $-5\hat{i}$ E) ninguna
90. Una barra CD de 100 gramos se encuentra apoyada sobre dos barras horizontales separadas 30 cm. El campo magnético es de 0,2 T, el coeficiente de fricción estática entre la barra y los rieles horizontales es 0,30. Calcule la corriente (en A) que pasa por la barra CD cuando está a punto de deslizar.
($g = 9,80 \text{ m/s}^2$)

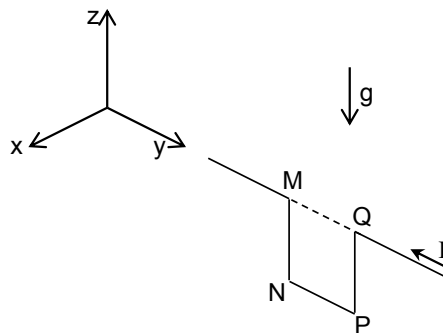


- A) 7,8 B) 8,8 C) 9,8 D) 10,8 E) ninguna
91. Una barra conductora de masa $m = 0,5 \text{ kg}$, de 0,3 m de longitud y 120Ω de resistencia se encuentra en reposo sobre rieles conductores lisos de resistencia insignificante como se muestra, si el campo magnético perpendicular a los rieles tiene un valor de 2 teslas y es uniforme, determine el voltaje de la fuente (en V).



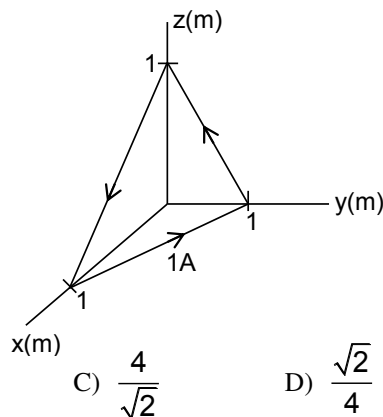
- A) 16 B) 30 C) 90 D) 120 E) ninguna

92. Un alambre conductor MNPQ de 60 g es doblado en forma de cuadrado de 10 cm de lado y por él circula una corriente de 1 A, se encuentra en posición vertical si en dicha región se establece un campo magnético cuyas líneas de inducción se dirigen hacia $-\mathbf{k}$ y cuyo módulo aumenta lentamente. Determine la desviación del cuadro con respecto a la vertical cuando $\vec{B} = -2\mathbf{k} \text{ T}$ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



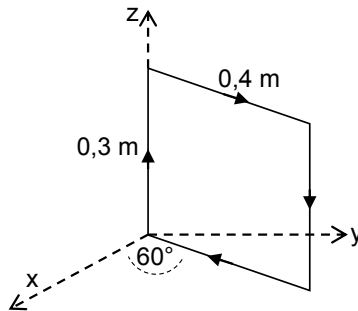
- A) 16° B) $18,5^\circ$ C) $26,5^\circ$ D) 30° E) 37°

93. Sobre la espira triangular de la figura se hace actuar un campo magnético $\vec{B} = 0,5 \text{ k T}$. ¿Cuál es la magnitud (en Nm) del torque que experimenta la espira?

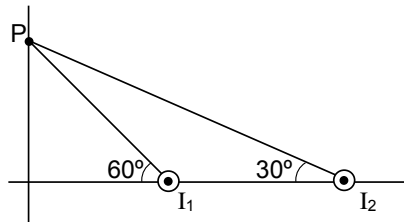


- A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

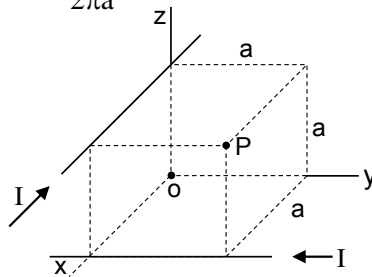
94. Por la espira rectangular mostrada en la figura circula una corriente $I = 1,2 \text{ A}$ en el sentido indicado. ¿Cuál es el torque, (en Nm) sobre la espira si esta se encuentra en una región donde exista un campo magnético uniforme $\vec{B} = 20\hat{i} \text{ mT}$?



- A) $-3 \times 10^{-3} \text{ k}$ B) $6 \times 10^{-3} \text{ k}$ C) $3 \times 10^{-3} \text{ k}$
 D) $-6 \times 10^{-3} \text{ k}$ E) ninguna
95. Se muestra dos corrientes rectilíneas iguales. Sean B_1 y B_2 las magnitudes de los campos magnéticos creados por I_1 e I_2 respectivamente en el punto P. Halle $\frac{B_1}{B_2}$:



- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$
96. Determine el campo magnético resultante en el punto "P" debido a los cables muy largo que llevan corriente I donde $B = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$



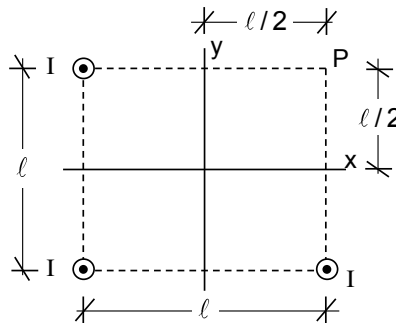
- A) $\vec{B} = B\hat{i}$ B) $\vec{B} = B(\hat{i} + \hat{j})$ C) $\vec{B} = B(\hat{i} + \hat{k})$
 D) $\vec{B} = B(\hat{j} + \hat{k})$ E) $\vec{B} = B(\hat{i} - \hat{k})$

97. Se tienen 2 hilos conductores muy largos, paralelos al eje Z que pasan por los puntos $(2, 2, 0)\text{m}$ y $(2, -2, 0)\text{m}$ a través de los cuales circulan corrientes de $2,0\text{ A}$ en las direcciones $-\mathbf{k}$ y $\mathbf{k}$ respectivamente. Determine la magnitud (en μT) del campo magnético en el origen de coordenadas.

A) 0,05 B) 0,10 C) 0,14 D) 0,20 E) ninguna

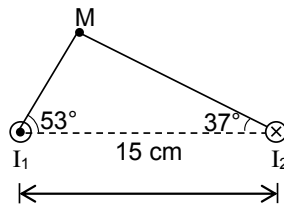
98. Se muestra tres hilos conductores muy largos, perpendiculares al plano XY, que transportan corrientes iguales I en la dirección indicada. Calcule el campo magnético (en T) en el punto P.

$$\left(\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi\ell} \right)$$



A) $\alpha(-\hat{i} + \hat{j})$ B) $3\alpha(-\hat{i} + \hat{j})$ C) 0
D) $\alpha(\hat{i} - \hat{j})$ E) $3\alpha(\hat{i} - \hat{j})$

99. En la figura se muestran las secciones de dos conductores muy largos si por ellos circulan corrientes $I_1 = 13,5\text{ A}$, $I_2 = 10\text{ A}$, halle la magnitud del campo magnético en el punto M. (en μT).

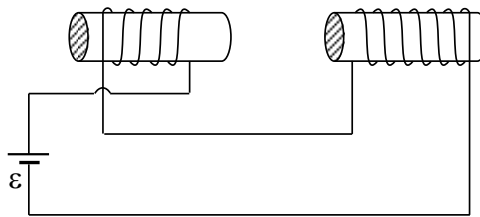


A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) ninguna

100. Se desea establecer un campo magnético de $B = 1,2\text{ T}$ en el interior de un solenoide muy largo, haciendo circular una corriente de 1 A . ¿Cuál debe ser el diámetro (en mm) del alambre que se use en la construcción del solenoide?

A) 3,14 B) 4,32 C) 5,34 D) 6,28 E) ninguna

101. Si las bobinas están conectadas como se muestran, ¿cómo interactúan entre sí?

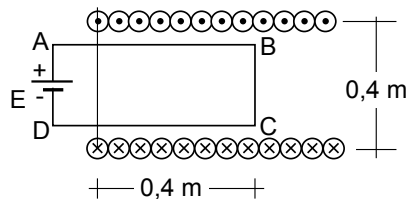


- A) Se atrae.
- B) Se repelen.
- C) No interactúan en la situación mostrada.
- D) No se puede predecir con los datos disponibles.
- E) La situación mostrada es imposible.

102. ¿Cuántas espiras debe tener una bobina para producir en su centro una intensidad de campo magnético de $6,10^{-4} \text{ T}$, si la corriente que circula por las espiras es de 2 A. Cada espira es de 15 cm de radio y pequeño espesor. Dar como respuesta aproximada.

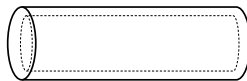
- A) 16
- B) 24
- C) 32
- D) 48
- E) ninguna

103. El circuito compuesto por una pila E y un conductor resistivo ABCD por el cual circula una corriente de 2 A, se introduce a un solenoide que tiene un campo magnético uniforme de 0,1 T; calcule la fuerza neta en Newton que ejerce el campo magnético del solenoide sobre el conductor resistivo ABCD. Considere $AB = 0,6 \text{ m}$ y $BC = 0,2 \text{ m}$.



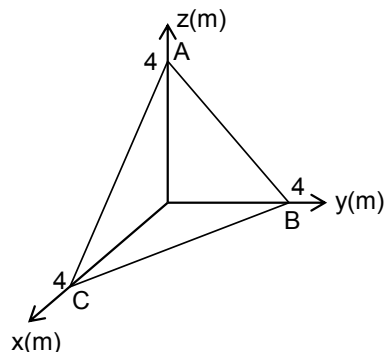
- A) 0,05
- B) 0,10
- C) 0,15
- D) 0,20
- E) 0,25

104. Un solenoide de 10 cm de longitud y 5 cm de radio se ha construido con alambre de 0,5 mm de diámetro, otro solenoide de 50 cm de longitud y 4 cm de radio se ha construido con alambre de 0,4 mm de diámetro, si por el primer solenoide circula 0,5 A y por la segunda 0,4 A pero en sentido contrario considerando espiras apretadas, determine el módulo del campo magnético en el centro del conjunto de solenoides concéntricos (en 10^{-4} T).

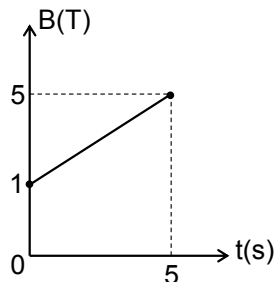


- A) 0
- B) 5π
- C) 10π
- D) 15π
- E) ninguna

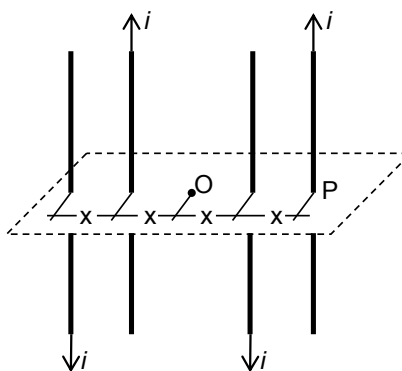
105. En la figura se muestra una espira triangular ABC en una región donde existe un campo $\vec{B} = 2\hat{i}\text{ T}$. Calcule el flujo magnético (en Wb) de dicho campo a través de la espira.



- A) 8 B) 16 C) 32 D) 40 E) 64
106. En una bobina cuadrada de 50 cm de lado se genera un potencial de 12 V cuando el campo magnético que la atraviesa varía de 12 mT a 20 mT. Calcule en μS el tiempo en que transcurre la variación.
- A) 2 B) 5 C) 10 D) 20 E) ninguna
107. Se tiene una espira rectangular de dimensiones $10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ por la cual pasa un campo magnético que varía según la gráfica considerando que el campo magnético B es perpendicular al área de la espira rectangular. Determine la magnitud de la f.e.m, (en mV) que se genera en 5 segundos.

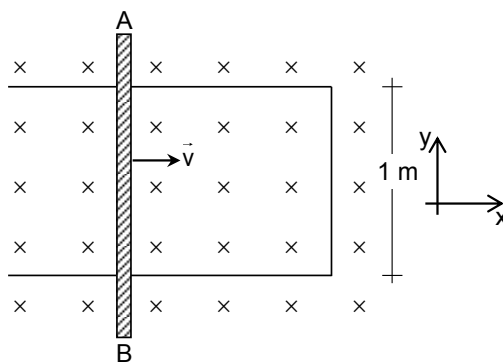


- A) 18 B) 16 C) 20 D) 24 E) 25
108. Se disponen cuatro alambres paralelos muy largos, perpendiculares a un plano P, como se muestra en la figura. Por los alambres circulan corrientes, todas de magnitud i cuyos sentidos también se indican en la figura. Calcule la magnitud del campo de inducción magnética resultante en el punto O.



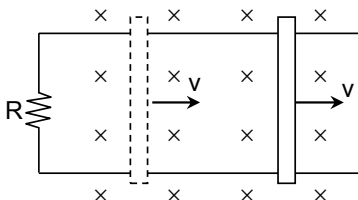
- A) $\frac{2\mu_0 i}{\pi x}$ B) $\frac{\mu_0 i}{2\pi x}$ C) $\frac{4\mu_0 i}{\pi x}$ D) $\frac{\mu_0 i}{4\pi x}$ E) $\frac{\mu_0 i}{\pi x}$

109. El alambre conductor AB se puede deslizar a lo largo de dos rieles, dentro de un campo magnético uniforme $B = 0,5 \text{ T}$, tal como se muestra en la figura. Halle la magnitud de la f.e.m inducida, si el alambre se mueve con velocidad constante $\vec{v} = 2\hat{i} \text{ m/s}$.



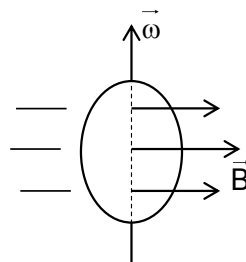
- A) 0,5 B) 1 C) 1,5 D) 2 E) 2,5

110. Una varilla conductora de 0,5 m de longitud se desliza sobre rieles paralelos con una rapidez de 5 m/s en el interior de un campo magnético uniforme perpendicular al plano de movimiento cuyo módulo es 0,4 T. Determine la potencia disipada (en W) en la resistencia $R = 2\Omega$



- A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) ninguna

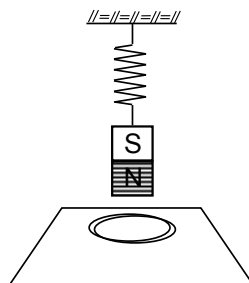
111. Una espira circular de 5 cm^2 de área total, gira uniformemente con una velocidad angular de 5 rad/s alrededor de un eje perpendicular a un campo magnético $B = 0,1 \text{ T}$, como se muestra en la figura. Halle la máxima f.e.m inducida (en mV) en la espira.



- A) 0,3 B) 0,4 C) 0,5 D) 0,6 E) ninguna

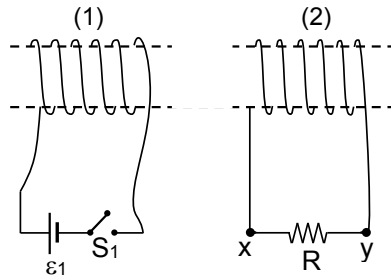
112. La figura muestra un imán atado a un resorte oscilando verticalmente, sobre una mesa en la cual hay una espira de cobre. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. Cuando el imán desciende, la corriente inducida en la espira es horaria.
- II. Cuando el imán asciende, la corriente inducida en la espira es antihorario.
- III. Cuando el imán alcanza los puntos de máxima deformación del resorte, en ese instante no hay corriente inducida en la espira.



- A) VFV B) FVF C) VVV D) FFF E) FFV

113. En la figura se muestran dos solenoides. Si se levanta el interruptor S_1 , determine el sentido de la corriente inducida en la resistencia R en el solenoide (2).

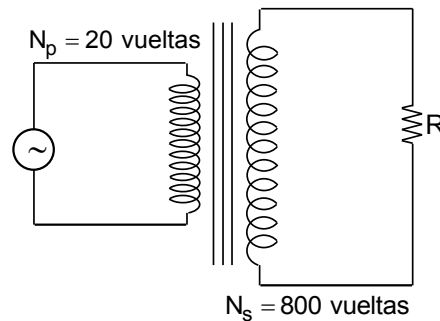


- A) De x a y B) De y a x
 C) No circula corriente D) Primero de x a y, luego de y a x
 E) Primero de y a x, luego de x a y

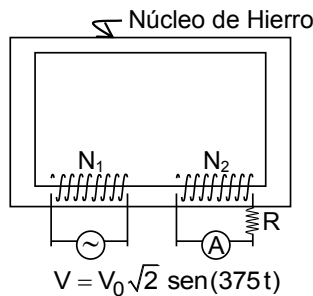
-

A) 0,13 B) 0,27 C) 0,73 D) 3,66 E) ninguna

119. Determine la potencia disipada (en W) por la resistencia de $20\ \Omega$ conectada al secundario de un transformador, tal como se muestra en la figura, si la corriente en el primario varía con el tiempo según $i(t) = 8\sqrt{2}\sin(5\pi t)\text{ A}$



- A) 0,6 B) 0,8 C) 1,2 D) 0,4 E) 1,6
120. Para el transformador ideal de la figura, determine la lectura del amperímetro ideal (A). $N_2/N_1 = a$.

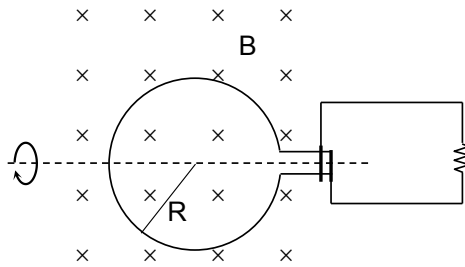


- A) $V_0 a \sqrt{2}/R$ B) $V_0 a/R$ C) $V_0/(aR)$
 D) $V_0 a^2/R\sqrt{2}$ E) $V_0 aR$
121. Un generador de CA consiste de una bobina de 8 vueltas de alambre con $A = 0,09\text{ m}^2$ y una resistencia total de $12\ \Omega$; la bobina gira en un campo magnético $B = 2\text{ T}$, a una frecuencia constante de 60 Hz. Determine: (a) la f.e.m inducida máxima; (b) la corriente inducida máxima, (c) la variación en el tiempo de la f.e.m inducida y la corriente inducida. La respuesta para (a) es:
- A) 100 V B) 120 V C) 136 V D) 152 V E) ninguna
122. Una espira de forma elíptica de área $A = 0,6\text{ m}^2$ paralela al plano x-y, se encuentra en una región donde el campo magnético tiene la dirección del vector $\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ y una magnitud uniforme de $B = 1,2\text{ T}$. Halle el flujo magnético (en Wb) a través de la espira.
- A) 0,01 B) 0,1 C) 0,5 D) 1 E) ninguna

123. Con un alambre de 1 mm de diámetro se construye un solenoide cilíndrico muy largo y de sección recta pequeña. Halle, aproximadamente, el campo magnético (en G) en el interior del solenoide, si se hace circular una corriente de 1 A.

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

124. Se desea construir un generador de CA con una espira circular que produciría una f.e.m máxima $\epsilon_0 = 150 \text{ V}$ al girar a razón de 60 R.P.S dentro de un campo magnético de 0,5 T. ¿Cuál sería el radio (en m) de la espira?



A) 0,4 B) 0,05 C) 0,5 D) 0,6 E) 0,7

ÓPTICA

(Yo soy la luz)



- 1. INTRODUCCIÓN:** Es parte de la física, que estudia los fenómenos producidos por la luz. Recordemos ahora los diferentes conceptos en el tiempo:

LEUCIPO (450 a.C.) sostenía que la visión se producía porque los cuerpos emiten 'imágenes'.

EUCLIDES (300 a.C.) introduce el concepto de rayo (que emite el ojo) y postula la base geométrica de la propagación.

LA ESCUELA ÁRABE (1000 d.C.) apunta la idea de que la luz procede de los objetos (o del Sol) y va a los ojos.

GALILEO Y KEPLER (1600 d.C.) generalizan la utilización de instrumentos ópticos.

SNELL (1638) descubre las leyes de la refracción.

DESCARTES (1640 d.C.) publica "Óptica" en la que se sistematizan las leyes físicas de la luz, pero sin preguntarse sobre su naturaleza.

NEWTON (1642-1726) plantea que la luz está compuesta por **PARTÍCULAS MATERIALES** que, lanzadas a gran velocidad por los cuerpos emisores, constituyen los rayos de luz. Estas partículas tendrían masas diferentes para justificar la existencia de los distintos colores.

Mediante su teoría, Newton explicó correctamente la *reflexión* de la luz. Para explicar la *refracción* tuvo que admitir que la luz viajaba más rápido en los medios más densos, cosa que

posteriormente se comprobó que no era cierta. La teoría corpuscular es la base de la ÓPTICA GEOMÉTRICA, que tuvo su desarrollo completo con FERMAT.

HUYGENS (1629-1695) propuso el modelo ondulatorio. Según él la luz es un fenómeno ondulatorio de tipo mecánico, como el sonido o las ondas en la superficie del agua. La luz, por tanto, tendría asociadas una longitud de onda y una frecuencia, como cualquier oscilación y presentaría fenómenos de interferencia y difracción, como las ondas.

Mediante la teoría ondulatoria HUYGENS explicó correctamente la reflexión y la refracción de la luz (sin contradicciones) pero la gran autoridad científica de NEWTON impidió que se estableciera hasta más de un siglo después.....

A principios del siglo XIX **YOUNG** y **FRESNEL** explican la interferencia y la difracción de la luz mediante el modelo ondulatorio. El modelo corpuscular era incapaz de explicar estos resultados....

En 1864 **MAXWELL** plantea las ecuaciones del electromagnetismo y se ve que la luz es una onda electromagnética (no una onda mecánica). Este punto fue confirmado experimentalmente por **HERTZ** en 1888.

Pero aquí no acaba la historia.

En 1900 **PLANCK** resuelve la ley de emisión de un cuerpo suponiendo que la energía está cuantizada. **EINSTEIN**, en 1905, aplica el mismo principio y explica el efecto fotoeléctrico. **BOHR**, en 1912, explica el espectro de emisión del átomo de hidrógeno. **COMPTON**, en 1922, explica el efecto que lleva su nombre.

¡¡¡TODO ELLO RECUPERANDO LOS PRINCIPIOS DE LA TEORÍA CORPUSCULAR DE LA LUZ!!!

A principios de siglo se estaba por tanto en una situación incómoda, parecía que la luz se comportaba en ocasiones como una onda y en otras ocasiones como partícula.

La cuestión fue resuelta en 1925 por **DE BROGLIE**, quien propuso que el movimiento de todo corpúsculo viene regido por una onda asociada. La confirmación experimental de esta idea constituye la base de la MECÁNICA CUÁNTICA.

Hoy en día estamos ya acostumbrados a utilizar las propiedades ondulatorias de la materia: difracción de neutrones, microscopios electrónicos....

Y también las propiedades corpusculares de la luz: contado-res de fotones, leyes de interacción luz materia...

Dar una respuesta única no es fácil (probablemente no haya ni tan siquiera respuesta).

La VISIÓN ONDULATORIA es la más adecuada para describir (intuitivamente) las leyes de propagación de la luz.

Tendremos que adaptar conceptos como: RAYO DE LUZ, FRENTE DE ONDA..., pero esta va a ser la interpretación de la luz que utilizaremos más a menudo en esta parte del curso.

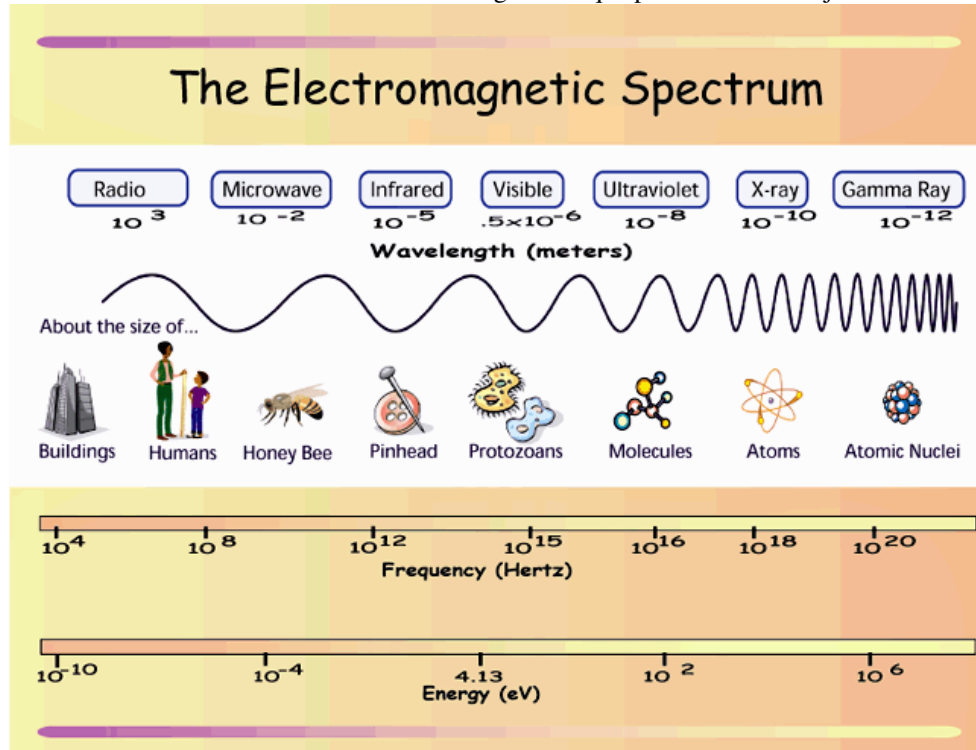
Por otro lado, la VISIÓN CORPUSCULAR es fundamental para describir los mecanismos de absorción de la luz y, en general, es la más adecuada para describir (intuitivamente) las leyes de la interacción luz-materia.

La **ENERGÍA del fotón de luz** viene relacionada con su FRECUENCIA, la INTENSIDAD de la luz tiene que ver



con el NÚMERO DE FOTONES que viajan por unidad de tiempo. A diferencia de las partículas clásicas, los fotones pueden ser creados y destruidos con cierta facilidad.

Luz: Es toda radiación de ondas electromagnéticas que puede afectar el ojo humano.



2. Naturaleza de la Luz

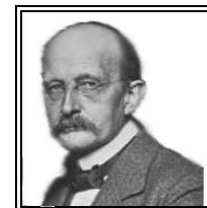
1.- Teoría Corpuscular. - Los primeros esquemas con base científica aparecen en la segunda mitad del siglo XVII con Newton y Huygens. Para Newton la luz estaba constituida por pequeñísimas partículas que emitían los cuerpos luminosos y que, al llegar al ojo humano, propagándose en línea recta, producían la sensación luminosa.



Christiaan Huygens
(1629 - 1695)

2.- Teoría Ondulatoria. - Huygens, por el contrario, opinaba que la luz constituía un movimiento ondulatorio longitudinal (como el sonido, aunque de frecuencia mucho mayor) que se propaga en el seno de un hipotético medio elástico extendido por todas partes: el éter. Esta teoría, además de la reflexión, explicaba de modo más fácil la refracción luminosa. No obstante, se objetó que si la luz tenía carácter de onda, como éstas podían doblar los obstáculos, se debería poder ver detrás de una esquina, no habría sombras, etc.

Con el comienzo del siglo XIX el pensamiento científico se inclina a favor de la teoría ondulatoria gracias a los trabajos de Young sobre los fenómenos de interferencia, ya conocidos e inexplicados por Newton que demostraron “luz más luz podía dar oscuridad”. Un poco más tarde



Max Planck
(1858 - 1947)

es consolidada con los estudios de Fresnel sobre la difracción, explicando la propagación

rectilínea de la luz en base a su longitud de onda muy corta. El mismo Fresnel demostró que los fenómenos de polarización evidenciaban que las ondas luminosas eran transversales.

Los fenómenos anteriores de interferencia, difracción y polarización son típicamente ondulatorios e imposibles de explicar con la teoría corpuscular.

Fue Maxwell, en 1873, el autor de la principal aportación a la teoría ondulatoria. Una consecuencia de su teoría electromagnética era la posibilidad de existencia de ondas electromagnéticas (o.e.m) cuya velocidad de propagación, deducida de magnitudes eléctricas y magnéticas, comprobó que coincidían con la calculada experimentalmente para la luz.

Esto le llevó a la hipótesis de que la luz tenía una naturaleza ondulatoria de tipo electromagnético y no mecánico, como hasta entonces se había admitido.

Quince años más tarde, Hertz confirmó las previsiones de Maxwell al lograr producir o.e.m. mediante un circuito oscilante y demostrar que poseían todas las propiedades de la luz, salvo las diferencias derivadas de su longitud de onda mucho mayor.

La teoría electromagnética de Maxwell ha sido una de las más brillantes de la Física y permitió englobar en su seno a la electricidad y la óptica, hasta entonces independientes entre sí. Tras ella se pensó que los conocimientos acerca de la naturaleza de la luz se habían completado totalmente.

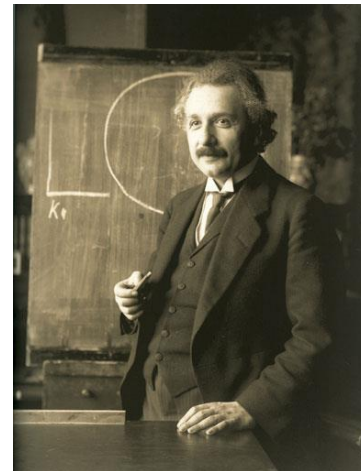


3.- Teoría Cuántica. - Ahora bien, a fines del siglo XIX la teoría electromagnética comienza a tambalearse al ser incapaz de explicar los datos experimentales de la luz emitida por un cuerpo sólido caliente. Entonces, en 1900, Max Planck (Premio Nobel 1918) estableció la sorprendente hipótesis de que los cuerpos (concretamente, sus átomos en oscilación) no pueden absorber ni emitir energía radiante (luz) de forma continua, sino en unidades discretas llamadas CUANTOS.

Esta afirmación equivalía a romper con la física clásica, para quien “la naturaleza no da saltos”. La teoría cuántica, con la que surge una nueva física, viene a ser como una Teoría Atómica de la Energía, aunque la magnitud del cuanto no es fija, sino que depende de la frecuencia (f).

Aunque el efecto fotoeléctrico estaba previsto por la teoría electromagnética (la energía de las o.e.m.) podía extraer electrones), el hecho experimental de que existiera una frecuencia umbral de la luz incidente por debajo de la cual no se produjera la emisión de electrones, y que la

velocidad de estos no dependiese de la intensidad de la luz, sino de su frecuencia, era inexplicable, puesto que, de acuerdo con la teoría electromagnética, la intensidad de una radiación de tal tipo dependía de su energía que a su vez era proporcional al cuadrado de la amplitud máxima de sus campos eléctricos y magnéticos.



$$I_{LUZ} = K \left[E_{\max}^2 + B_{\max}^2 \right]$$

En 1905, Albert Einstein explica el efecto fotoeléctrico extendiendo las ideas cuánticas de Planck a la luz misma y estableciendo que el cuanto de energía conserva su individualidad tras haber sido emitido (cuanto de luz o fotón) y se mueve con la velocidad de ésta. El que la luz esté conformada por fotones supone en cierto modo volver a la teoría corpuscular, aunque la energía del fotón y, por lo tanto, de la luz viene en función de una magnitud típicamente ondulatoria como es (f) la frecuencia.

La teoría fotónica fue confirmada en 1922 por Compton (Premio Nobel 1927), al estudiar cierto choque entre fotones (de rayos X o gamma) y electrones en los que el fotón cede sólo parte de su energía al electrón (a diferencia del efecto fotoeléctrico), transformándose en otro de menor energía o frecuencia que sale dispersado en distintas direcciones, de acuerdo con las leyes del choque elástico entre cuerpos materiales.

¿Esta entonces compuesta la luz por ondas o por partículas? Como hay apoyo para ambas representaciones, la física actual no considera como contradicción admitir que la luz tiene a la vez carácter de onda y corpúsculo. De esta forma, unas veces manifiesta su naturaleza ondulatoria (en los fenómenos de propagación) y otras su naturaleza corpuscular (en los de interacción con la materia).

Ahora bien, esta dualidad se ha comprobado que es una ley general de la naturaleza y que también la materia participa en ella.

Esta proposición fue hecha en 1923 por De Broglie (Premio Nobel 1929) quien sugirió que los electrones, aparte de su carácter corpuscular, en determinadas circunstancias podían comportarse como ondas, lo que fue comprobado unos años más tarde (1927) al lograrse la difracción de haces de electrones, puede hablarse, por lo tanto, de ONDAS DE MATERIA.

3. Velocidad y Propagación de la Luz

¿Con qué rapidez se mueve la luz?

En 1630 **Galileo** utilizando métodos rústicos, intento su medición sin conseguir su propósito dado la elevada rapidez. Sin embargo, en 1670 el astrónomo danés OLAF ROMER logró por primera vez medir la velocidad de la luz con gran precisión $C \approx 3000\,000\text{ km/s}$, al estudiar los eclipses de uno de los satélites de Júpiter, cuyo periodo lo había hallado tiempo atrás.

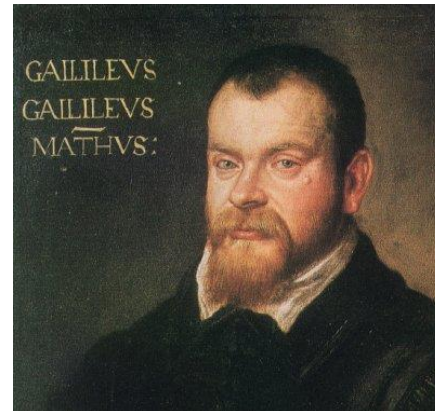
Luego en 1649 el físico francés FIZEAU con una rueda dentada logró establecer mediciones cercanas a $300\,000\text{ km/s}$ para la luz. Luego posteriormente en 1850, León Foucault logró medir la velocidad de la luz con un espejo giratorio y con una lámina semitransparente y semireflectora, obtuvo casi el mismo resultado.

Posteriormente en 1878 Michelson realiza la primera medición con gran precisión y la última de sus series de medidas en 1931, año en que fenece

Michelson (Premio Nobel de Física 1913) empleó el método del espejo rotatorio, altamente refinado y perfeccionado por él, dedicando su vida a medir la velocidad de la luz: **$C \approx 300\,000\text{ km/s}$** .

Maxwell también demostró que la luz es uno de los componentes del “espectro electromagnético”.

Todas estas ondas son de carácter electromagnético y tienen la misma velocidad “C” en el espacio libre (vacío).



Difieren solo en su longitud de onda (λ) y por consiguiente en frecuencia (f). El producto de la longitud de onda por su frecuencia es una constante e igual a la velocidad de la luz.

$$\lambda_1.f_1 = \lambda_2.f_2 = \lambda_3.f_3 = \lambda_4.f_4 = C$$

El espectro electromagnético no tiene límites definidos ni superior ni inferior. Definimos aquí a la luz como toda radiación de ondas electromagnéticas que puede detectar el ojo humano.

color	longitud de onda (nm)
ROJO	618 – 780
ANARANJADO	581 - 618
AMARILLO	570 - 581
VERDE	497 - 570
CIAN	476 - 497
AZUL	427 - 476
VIOLETA	380 - 427

Los colores componentes de la luz blanca son: **Violeta, Azul, Cian, Verde, Amarillo, Naranja y Rojo**. Los colores verde y amarillo se encuentran al centro del espectro electromagnético y el color rojo representa el 40 % de la luz visible respecto de rango de la longitud de onda. Por esta razón los colores verde, amarillo y rojo son más sensibles al ojo humano. Es por eso que los colores del semáforo: **verde marrillo y rojo**.

4. LA MEDIDA DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ POR GALILEO.

Probablemente fue **Galileo** la primera persona que ha intentado medir la velocidad de la luz. Veamos en primer lugar como determinó la velocidad del sonido, para entender el método experimental que siguió en sus experimentos.

Galileo Galilei (1563-1642) encarna lo que podríamos denominar el prototipo de hombre renacentista; amante de la cultura y siempre deseoso de entender todo lo que veía: movimientos, luz, sonido, etc.

Galileo midió la velocidad del sonido en el aire de una manera sencilla y exacta para su época.

Galileo y su ayudante con la colaboración de un amigo común, capitán de artillería, dispararon un cañón (cargado sólo con pólvora) a las doce de la noche.

Ambos investigadores se situaron en un monte próximo, a una distancia de unos 3.500 metros del lugar donde estaba el cañón; iban provistos de un "pulsilogium", aparato inventado por Galileo para medir el tiempo contando las oscilaciones de un pequeño péndulo. El experimento se realizó de la siguiente manera:

Cuando el capitán disparó el cañón, Galileo y su ayudante vieron el resplandor de la pólvora y empezaron a contar las oscilaciones del "pulsilogium": uno, dos, tres... (esperando el momento en el que el *sonido* producido por el cañonazo llegase hasta ellos), siete, ocho, nueve, diez. Galileo calculó en voz alta: 350 metros por segundo. Esa es la velocidad del sonido en el aire.

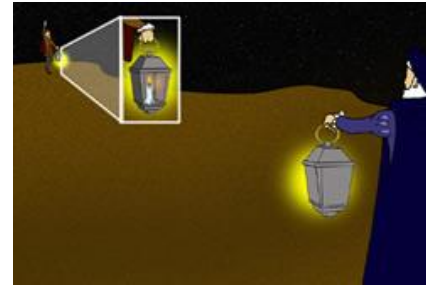
De manera semejante, Galileo se planteó la forma de medir la velocidad de la luz. Él mismo lo refiere en sus diálogos concernientes a dos nuevas ciencias:

Simplicio: La experiencia de cada día nos enseña que la propagación de la luz es instantánea; porque, cuando vemos disparar de muy lejos una pieza de artillería, el chispazo nos llega a



los ojos, sin que transcurra tiempo; y, en cambio, el sonido no llega a nuestros oídos sino tras un intervalo perceptible.

Sagredo: Bueno, Simplicio, lo único que puedo inferir de esa experiencia tan conocida es que el sonido, para llegar a nuestros oídos, tarda más que la luz; pero no me dice si la venida de la luz es instantánea o si, aunque rapidísima, ocupa tiempo. Esta suerte de observaciones no nos enseña más que aquello de que "en llegado el sol al horizonte, nos llega su luz a los ojos"; pues, ¿quién me asegura que los tales rayos no han llegado al sobredicho límite antes de llegar a nuestra vista?



Salviati: Lo escaso de la fuerza probatoria así de estas observaciones como de otras por el estilo me indujo en cierta ocasión a elucubrar un método mediante el cual pueda uno averiguar con certidumbre si es en verdad instantánea la iluminación, o sea, la propagación de la luz. El que la velocidad del sonido sea tan grande como lo es, nos da la certeza de que el movimiento de la luz no puede menos de ser velocísimo. He aquí el experimento que se me ocurrió.

Cada una de dos personas cogerá una luz metida dentro de una linterna u otro receptáculo, tal que una de dichas personas, poniéndole delante la mano o quitándosela, impida que pase la luz o la deje pasar hasta los ojos de la otra. Luego se pondrán una frente a la otra, a unos cuantos codos de distancia, y se ejercitarán, hasta adquirir tanta habilidad en descubrir y ocultar sus luces, que en el instante en que viere uno la luz de su compañero descubra la suya.

Tras de algunos ensayos la respuesta será tan pronta, que el descubrirse de una luz seguirá al punto el descubrirse de la otra; de suerte que, en descubriendo uno su luz, verá al instante la luz del otro.

Habiendo adquirido su pericia a corta distancia, los dos experimentadores, aparejados como antes, ocuparán posiciones separadas entre sí por una distancia de dos o tres millas, y efectuarán el mismo experimento de noche, fijándose con todo cuidado en si las apariciones y eclipses acaecen del mismo modo que a distancias breves; si tal sucede, podremos afirmar con toda seguridad que la propagación de la luz es instantánea; pero si, a una distancia de tres millas, que en realidad, teniendo en cuenta la ida de una luz y la venida de la otra, es de seis, exige tiempo, en tal caso la demora ha de poderse observar con facilidad.

De hacerse este experimento a distancias aún mayores, de ocho a diez millas, pongo por caso, pueden emplearse telescopios colocando el suyo cada observador en el lugar donde haya de hacer su experimento de noche. Entonces, aun cuando las luces fueren pequeñas y, por ende, imperceptibles a simple vista, podrán descubrirse y cubrirse con expedición, ya que, puestos y asestados los telescopios merced a ellos fácilmente se verán las luces.

Sagredo: Parece el tal experimento invención ingeniosa y expedita. Más decidnos a que conclusión os llevan los resultados.

Salviati: En realidad, no he ensayado el experimento sino a distancia breve, de menos una milla; por lo cual no he podido averiguar a punto fijo si la aparición de la otra luz era o no instantánea. Pero de no ser instantánea, es extraordinariamente rápida, momentánea, por

decirlo así. Y por lo pronto compararía yo su movimiento con el que vemos en el relámpago que estalla entre nubes, a ocho o diez millas de nosotros. Vemos el comienzo de dicha luz, su fuente y cabeza, por decirlo así, en algún sitio particular entre las nubes; pero enseguida se propaga a los que lo rodean; lo cual parece probar que para la propagación se requiere cuando menos algún tiempo. Porque, si la iluminación no fuese paulatina sino instantánea, no se podría distinguir su origen, su centro, por decirlo así, de sus partes exteriores. ¡En que mar nos vamos deslizand sin percatarnos de ello!. Con vacíos e infinidades de movimientos individuales e instantáneos, ¿podemos alguna vez, aun después de disputas infinitas, llegar a tierra firme?

Sagredo: En verdad estas materias muy lejos quedan de nuestro alcance. Pensemos tan sólo que buscando sobre los números lo infinito, damos con la unidad; que los siempre divisibles se derivan de los indivisibles; el vacío se halla inseparablemente unido a lo lleno. En efecto, las opiniones que de ordinario se tienen acerca de la naturaleza de estas materias son tan enrevesadas que hasta la circunferencia del círculo viene a parar en una recta infinita. . .

5. REFLEXIÓN DE LA LUZ



Concepto: Es aquel fenómeno por el cual la luz cambia su dirección de propagación, cuando incide sobre un material opaco que no permite su propagación.

La reflexión es el cambio en dirección que experimenta la luz cuando incide sobre una superficie. En la reflexión tanto el rayo incidente como el reflejado se propagan en el mismo medio.

Tipos de Reflexión.

Reflexión Regular: Este tipo de reflexión se presenta cuando la luz incide sobre una superficie pulimentada (perfectamente plana). Y cumple que el rayo incidente y el rayo reflejado forman los mismos ángulos con a la superficie, como muestra la figura.

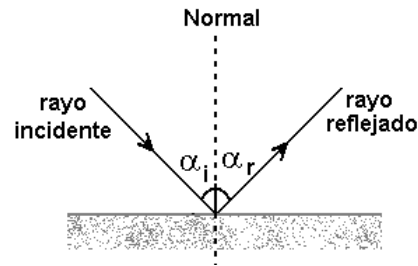
Reflexión irregular o difusa: Este tipo de reflexión ocurre cuando el rayo o rayos de luz incide sobre una superficie que presenta irregularidades más exactamente una superficie rugosa. Aquí el rayo incidente y el rayo reflejado forman ángulos diferentes con a la superficie.

Elementos y Leyes de la Reflexión

En el fenómeno de la reflexión de la luz se pueden considerar los siguientes elementos:

- El rayo incidente (I), o rayo luminoso antes de producirse la reflexión.
- El rayo reflejado (R), o rayo luminoso producido tras la reflexión.

- La Normal (N), que es la línea recta imaginaria perpendicular a la superficie reflectora en el punto donde se produce la reflexión.
- El ángulo de incidencia (α_i), que es el ángulo formado por la normal y el rayo incidente.
- El ángulo de reflexión (α_r), que es el ángulo formado por la normal y el rayo reflejado.



La luz, al reflejarse en una superficie pulimentada, tiene un comportamiento regular cuyas características se concretan en las llamadas leyes de la reflexión.

Primera Ley: El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado se encuentran en el mismo plano.

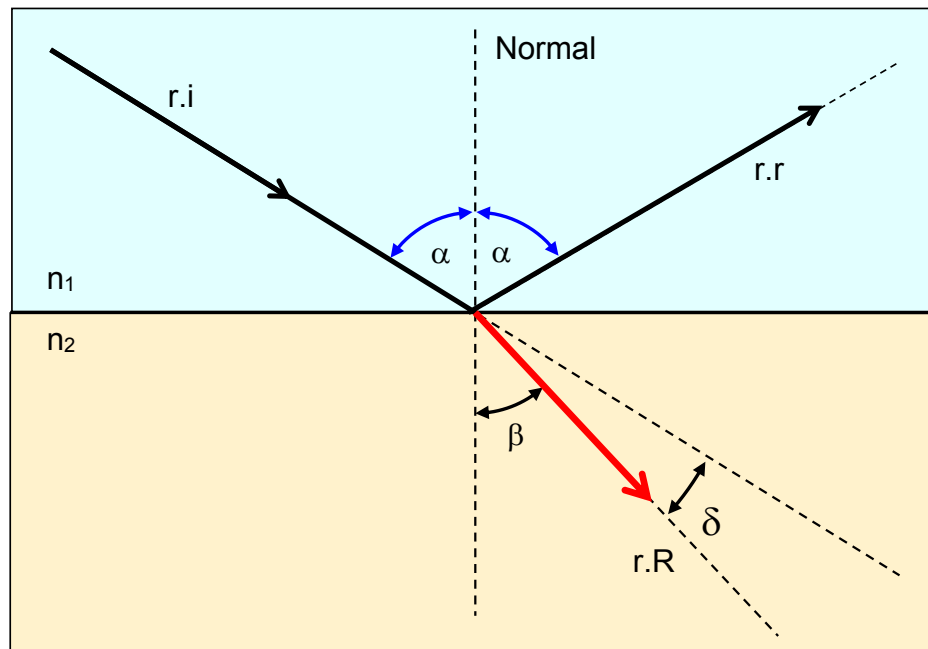
Segunda Ley: La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión.

6. LEYES DE LA REFRACCIÓN.

Primera Ley: El rayo incidente la normal y el rayo refractado siempre se encuentra en un mismo plano, el cual es perpendicular al plano de separación de sustancias.

Segunda Ley (LEY DE SNELL): La relación entre los ángulos de incidencia y refracción están ligados a los índices de refracción de los medios donde se propaga la luz.

$$n_1 \cdot \text{Sen} \alpha = n_2 \cdot \text{Sen} \beta$$



Cálculo del ángulo de desviación de haz luminoso:

$$\delta = \alpha - \beta$$

- Donde:
- r.i: rayo incidente

- r.r: rayo reflejado
- r.R: rayo refractado
- n_1 : índice de refracción del medio incidente
- n_2 : índice de refracción del medio donde se refracta la luz.
-
- Cuando la onda pasa de un medio a otro la **frecuencia** se mantiene constante.
- **“Toda onda electromagnética y en particular la LUZ busca el camino más rápido y no el más corto”.**

7. ÍNDICE DE REFRACCIÓN (n).

La velocidad “V” que lleva la luz al atravesar un medio material (vidrio, agua, aire, etc.) es propia del mismo y siempre inferior a la del vacío C.

Se define como índice de refracción “n” de un medio al cociente:

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{(\epsilon_R \epsilon_0) \cdot (\mu_R \mu_0)}}} = \sqrt{(\epsilon_R) \cdot (\mu_R)}$$

$$n = \sqrt{(\epsilon_R) \cdot (\mu_R)}$$

(μ_R) : Permeabilidad magnética relativa del medio refractado.

(ϵ_R) : Constante dieléctrica del medio refractado.

Es evidente que siempre $n \geq 1$, excepto para el vacío en que $n = 1$ (también para el aire es muy aproximadamente 1) y tanto mayor cuanto menor sea V.

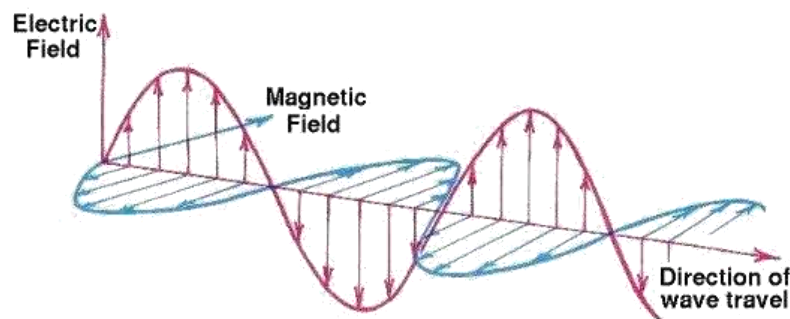
8. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.

Las electromagnéticas fueron estudiadas y descubiertas por diferentes científicos, como Maxwell y Hertz siendo los más representativos.

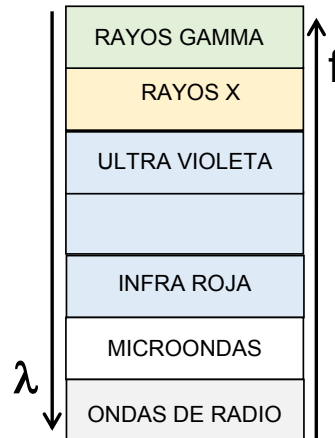
Está compuesta por dos campos, eléctrico y magnético, que tiene direcciones perpendiculares siempre, oscilan y rotan simultáneamente.

La dirección de propagación está dada por el vector $\vec{E} \times \vec{B}$

Son ondas transversales, en cada punto del espacio los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ oscilan perpendicularmente a la dirección de propagación.



9. RAPIDEZ DE PROPAGACIÓN DE UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA.



En el vacío todas las ondas electromagnéticas se propagan con la misma rapidez C .

$$C = \lambda \cdot f = \lambda_{\text{RADIO}} \cdot f_{\text{RADIO}} = \lambda_{\text{VISIBLE}} \cdot f_{\text{VISIBLE}}$$

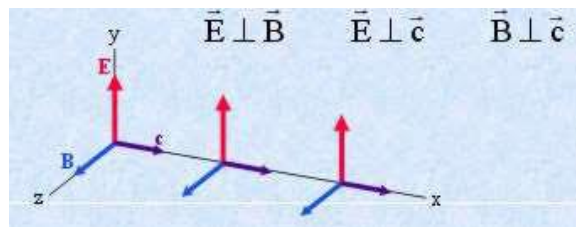
El producto de la frecuencia por la longitud de onda, es constante.

Para una misma onda electromagnética, la frecuencia y la longitud de onda son magnitudes inversamente proporcionales. Es decir, si la frecuencia es muy pequeña la longitud de onda es muy grande, como ocurre con las OEM de radio y televisión. Si la frecuencia es muy grande, la longitud de onda es muy pequeña, como ocurre con las OEM de los rayos X y los rayos gamma.

La rapidez de la luz en el vacío es, $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$

La rapidez de propagación de la OEM en el vacío es $C = 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

La rapidez de la luz en el vacío depende de la permitividad eléctrica ϵ_0 y una permeabilidad magnética μ_0 .



10. TRANSPORTE DE ENERGÍA.

Las OEM transportan energía, pero no transportan masa, en su propagación en el espacio.

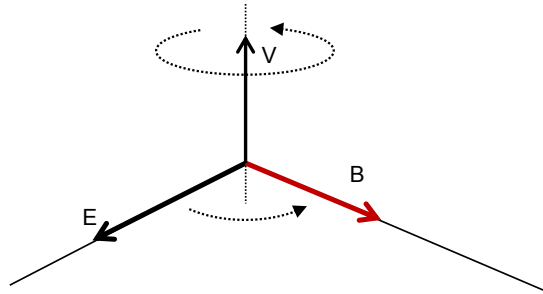
Escribimos la ecuación del campo electromagnético:

$$E = E_0 \cdot \text{Sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \mp \frac{2\pi t}{T} \right) \frac{V}{m}$$

La energía que transporta el campo eléctrico, es igual, a la que transporta el campo magnético.

$$\delta = \frac{\epsilon_0 \cdot (E_0)^2}{2} \quad \text{y} \quad \delta = \frac{(B_0)^2}{2 \cdot \mu_0}$$

11. RELACIÓN ENTRE LAS AMPLITUDES DEL CAMPO ELÉCTRICO Y EL CAMPO MAGNÉTICO.



La amplitud del campo eléctrico y la amplitud del campo magnético se relacionan de la siguiente manera:

$$\frac{E_0}{B_0} = C \Rightarrow E_0 = C.B_0 \Leftrightarrow B_0 = \frac{E_0}{C}$$

Región	Frecuencia (10 ¹² Hz)	Longitud de onda en 10 ⁻⁹ m
Rojo	384-482	780-622
Naranja	482-503	622-597
Amarillo	503-520	597-577
Verde	520-610	577-492
Azul	610-659	492-455
Violeta	659-769	455-390

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. A través de un medio transparente se propaga una OEM, que tiene una permitividad eléctrica $\epsilon = 2.\epsilon_0$ y una permeabilidad magnética $\mu = 3.\mu_0$. ¿Cuál es el índice de refracción de la sustancia?

RESOLUCIÓN

Se define como índice de refracción “n” de un medio al cociente:

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow n = \frac{1}{\frac{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}{1}} = \sqrt{(\epsilon_R) \cdot (\mu_R)}$$

(μ_R) : Permeabilidad magnética relativa del medio refractado.

(ϵ_R) : Constante dieléctrica del medio refractado.

$$n = \sqrt{(\epsilon_R) \cdot (\mu_R)} = \sqrt{(2) \cdot (3)} = \sqrt{6}$$

$$n = 2,45$$

Respuesta: el índice de refracción es una cantidad adimensional.

2. Con respecto a las ondas electromagnéticas de radio y luz visible en el vacío, se puede afirmar que:

- A) Tiene la misma frecuencia.
- B) Tienen diferentes velocidades.
- C) El producto de la frecuencia por la longitud de onda, es constante.
- D) Tienen la misma longitud de onda.
- E) Viajan en el vacío con una rapidez mayor a 300 000 km/s.

RESOLUCIÓN.

CLAVE C. En el vacío todas las ondas electromagnéticas se propagan con la misma rapidez C .

$$C = \lambda \cdot f = \lambda_{\text{RADIO}} \cdot f_{\text{RADIO}} = \lambda_{\text{VISIBLE}} \cdot f_{\text{VISIBLE}}$$

3. Con respecto a las ondas electromagnéticas, marcas falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

- I. Su propagación es posible solamente en el vacío.
- II. La energía que transporta el campo eléctrico, es igual, a la que transporta el campo magnético.
- III. Las ondas electromagnéticas, es una onda de tipo transversal.

RESOLUCIÓN

- I. FALSO. Se propaga en cualquier medio transparente.
- II. VERDADERO. La energía que transporta el campo eléctrico es igual a la que transporta el campo magnético.

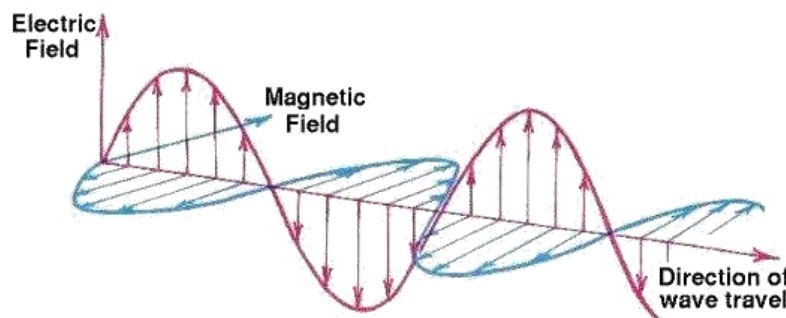
$$\delta = \frac{\epsilon_0 \cdot (E_0)^2}{2} \quad \text{y} \quad \delta = \frac{(B_0)^2}{2 \cdot \mu_0}$$

III. VERDADERO. Las OEM son de naturaleza transversal, porque la dirección de oscilación es perpendicular a la dirección de propagación.

4. Con respecto a las ondas electromagnéticas, marcas falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

- I. La dirección de propagación está dada por el vector $\vec{E} \times \vec{B}$
- II. Son ondas transversales, en cada punto del espacio los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ oscilan perpendicularmente a la dirección de propagación.
- III. Se propagan en el vacío con una velocidad $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$

RESOLUCIÓN



- I. VERDADERO. La dirección de propagación es perpendicular a los campos eléctricos y magnéticos.

- II. VERDADERO. Los campos, eléctrico y magnético oscilan perpendicularmente entre sí, además tienen movimiento de rotación sobre el eje de traslación.
 III. VERDADERO. La rapidez de la luz depende de las constantes eléctrica y magnética.

5. Un medio transparente tiene una permitividad eléctrica $\varepsilon = 9.\varepsilon_0$ y una permeabilidad magnética $\mu = 4.\mu_0$. ¿Cuál será la rapidez de la luz en dicho medio

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La rapidez de la luz en el vacío es, $C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$

SEGUNDO PASO. La rapidez de la luz en otro medio transparente es,

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{(9\varepsilon_0) \cdot (4\mu_0)}} = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_0) \cdot (\mu_0)}}$$

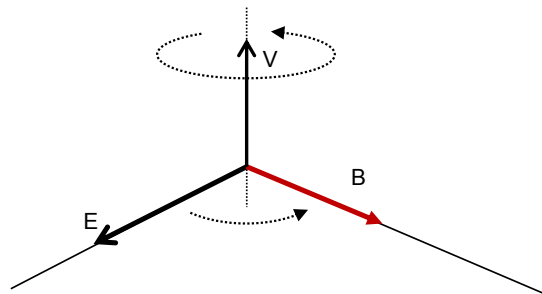
$$V = \frac{C}{6} \Rightarrow V = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}}{6} = 50 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta. La rapidez de la luz en este medio es 50 millones de m/s.

6. Con respecto a las ondas electromagnéticas, marcas falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

- I. Están formados por campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ que vibran perpendicularmente entre sí.
 II. La dirección de propagación es perpendicular al plano formado por los campos eléctrico y magnético.
 III. La rapidez de la luz en el vacío depende de la permitividad eléctrica ε_0 y una permeabilidad magnética μ_0 .

RESOLUCIÓN



- I. VERDADERO. Los campos eléctrico y magnético vibran perpendicularmente.

- II. VERDADERO. La dirección de propagación está dada por el vector $\vec{E} \times \vec{B}$

- III. VERDADERO. La rapidez de la luz en el vacío es, $C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$

7. Calcule la densidad de energía promedio total ($J.m^{-3}$) que se propaga en un medio homogéneo cuya permeabilidad magnética es la del vacío. El campo electromagnético que se propaga en el medio es: $E = 200.Sen\left(\frac{2\pi x}{5 \cdot 10^{-7}} + \frac{2\pi t}{2 \cdot 10^{-15}}\right) \frac{V}{m}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Escribimos la ecuación del campo electromagnético:

$$E = E_0 \cdot \text{Sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t}{T} \right) \frac{V}{m}$$

Identificamos: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ y $T = 2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$

$$\text{Valor maximo: } E_0 = 200 \frac{V}{m}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la velocidad de la onda electromagnética:

$$V = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow V = \frac{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{2 \cdot 10^{-15} \text{ s}} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-1}$$

TERCER PASO. Definición de la densidad de energía total.

$$\delta = \frac{\epsilon_0 \cdot (E_0)^2}{2} \Rightarrow \delta = \frac{(8,85 \cdot 10^{-12}) \cdot (200)^2}{2}$$

Respuesta. La densidad de energía es $\delta = 17,7 \cdot 10^{-8} \text{ J.m}^{-3}$

8. Con respecto a las ondas electromagnéticas, marcas falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

I. En un mismo medio, la onda electromagnética que tiene mayor frecuencia, también tiene mayor velocidad.

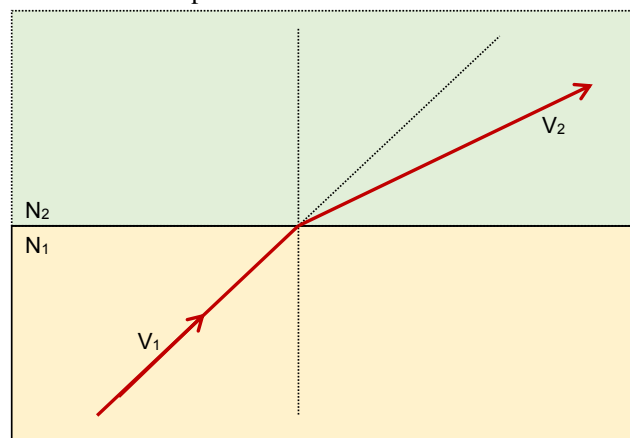
II. Al refractarse a un medio de menor índice de refracción, su longitud de onda se refracta.

III. La energía que transporta la onda es directamente proporcional a la raíz cuadrada de su amplitud del campo eléctrico.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Todas las ondas electromagnéticas se propagan con la misma rapidez en un mismo medio. $V = \lambda \cdot f$

II. VERDADERO. Cuando la onda pasa de un medio a otro la frecuencia se mantiene constante.



Índice de refracción: $N_1 = \frac{C}{V_1}$ y $N_2 = \frac{C}{V_2} \Rightarrow N_2 < N_1 \Rightarrow V_2 > V_1$

La frecuencia es constante: $f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{V_1}{\lambda_1} = \frac{V_2}{\lambda_2} \Rightarrow V_2 > V_1$ y $\lambda_2 > \lambda_1$

La longitud de onda se incrementa.

III. FALSO. La energía que transporta el campo eléctrico es igual a la que transporta el campo magnético.

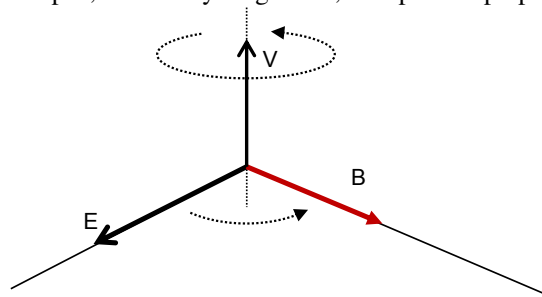
$$\delta = \frac{\epsilon_0 \cdot (E_0)^2}{2} \quad y \quad \delta = \frac{(B_0)^2}{2 \cdot \mu_0}$$

9. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones, con respecto a la onda electromagnética.

- I. Los campos, eléctricos $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ oscilan perpendicularmente entre sí.
- II. La velocidad de propagación depende solamente de la frecuencia de oscilación.
- III. El campo magnético transporta mayor energía que el campo eléctrico.
- IV. La longitud de onda depende la fuente que la genera y no del medio donde se propaga.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Los campos, eléctrico y magnético, siempre son perpendiculares.



II. FALSO. La velocidad de propagación de la onda en cierto medio depende de la frecuencia y la longitud de onda., $V = \lambda \cdot f$. La longitud de onda depende del medio en el cual se propaga.

III. FALSO. La energía que transporta el campo eléctrico es igual a la que transporta el campo magnético.

$$\delta = \frac{\epsilon_0 \cdot (E_0)^2}{2} \quad y \quad \delta = \frac{(B_0)^2}{2 \cdot \mu_0}$$

IV. FALSO. La frecuencia de la OEM depende de la fuente que la origina, pero la longitud de onda depende del medio en el cual se propaga.

10. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones, con respecto a la onda electromagnética descrita por la ecuación:

$$E = 10 \cdot \text{Sen} \left(200\pi x - 45\pi \cdot 10^9 t \right) \frac{V}{m}$$

- I. La velocidad de propagación de la OEM es $225 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$
- II. La onda se propaga en un medio de índice de refracción $4/3$.
- III. La longitud de onda cuando se propaga en el vacío es 13 nm .

RESOLUCIÓN

Escribimos la ecuación del campo electromagnético:

$$E = E_0 \cdot \text{Sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t}{T} \right) \frac{V}{m}$$

Identificamos: $200\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 10^{-2} \text{ m}$

Identificamos: $\frac{2\pi}{T} = 45\pi \bullet 10^9 \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 225 \bullet 10^8 \text{ s}^{-1}$

I. VERDADERO. La velocidad de propagación de la onda en este medio es:

$$V = \lambda \cdot f = (10^{-2}) \cdot (225 \bullet 10^8) = 225 \bullet 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

II. VERDADERO. El índice de refracción es igual a la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en otro medio.

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow n = \frac{300 \bullet 10^6 \text{ m.s}^{-1}}{225 \bullet 10^6 \text{ m.s}^{-1}} = \frac{4}{3}$$

III. FALSO. La OEM en el vacío alcanza la máxima rapidez.

$$C = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{C}{f} = \frac{3 \bullet 10^8}{225 \bullet 10^8} = 13 \bullet 10^{-3} \text{ m} = 13 \text{ mm}$$

11. A través de un medio transparente se propaga una OEM, que tiene una permitividad eléctrica $\varepsilon = 2 \cdot \varepsilon_0$ y una permeabilidad magnética $\mu = 2 \cdot \mu_0$. ¿Cuál es el índice de refracción de la sustancia?

RESOLUCIÓN

Se define como índice de refracción “n” de un medio al cociente:

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_R \varepsilon_0) \cdot (\mu_R \mu_0)}}} = \sqrt{(\varepsilon_R) \cdot (\mu_R)}$$

(μ_R) : Permeabilidad magnética relativa del medio refractado.

(ε_R) : Constante dieléctrica del medio refractado.

$$n = \sqrt{(\varepsilon_R) \cdot (\mu_R)} = \sqrt{(2) \cdot (2)} = 2$$

Respuesta: el índice de refracción es una cantidad adimensional.

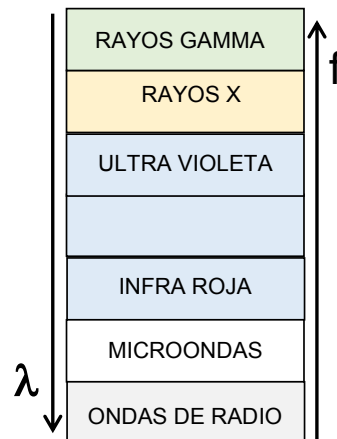
12. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones, con respecto a la onda electromagnética.

I. La longitud de onda de a señal emitida por una señal emitida por una estación de radio que transmite con una frecuencia de 100 MHz es mayor que la de los rayos X.

II. Las ondas electromagnéticas siempre necesitan un medio material para propagarse.

III. Las ondas electromagnéticas son portadores de energía y se propagan sin transportar materia consigo.

RESOLUCIÓN



I. VERDADERO. La longitud de onda de la OEM es:

$$\lambda = \frac{C}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^8} = 3m$$

La longitud de onda de los rayos X es en promedio:

$$\lambda_x = 10^{-10} m = 10 \text{ } \eta m$$

II. FALSA. También pueden propagarse en el vacío.

III. VERDADERO. Transportan energía, pero no materia.

13. Un medio transparente tiene una permitividad eléctrica $\varepsilon = 2 \cdot \varepsilon_0$ y una permeabilidad magnética $\mu = 2 \cdot \mu_0$. ¿Cuál será la rapidez de la luz en dicho medio?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La rapidez de la luz en el vacío es, $C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$

SEGUNDO PASO. La rapidez de la luz en otro medio transparente es,

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{1}{\sqrt{(2\varepsilon_0) \cdot (2\mu_0)}} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_0) \cdot (\mu_0)}}$$

$$V = \frac{C}{2} \Rightarrow V = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}}{2} = 150 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta. La rapidez de la luz en este medio es 150 millones de m/s.

14. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones, con respecto a la onda electromagnética.

I. La longitud de onda de microonda es del orden $10^{10} m$.

II. Uno de los colores del arco iris corresponde a una frecuencia $5 \cdot 10^{12} Hz$.

III. La longitud de onda de rayos X es del orden $10^{-10} m$.

IV. Una onda de infrarroja tiene menor longitud de onda que la luz ultravioleta.

RESOLUCIÓN

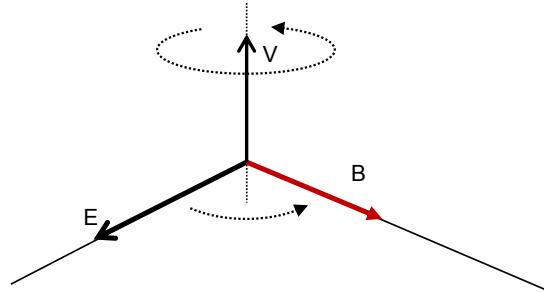
I. FALSO. La frecuencia de las microondas es $10^{10} Hz$ La longitud de onda,

$$\lambda = \frac{C}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^{10}} = 3 \cdot 10^{-2} m$$

- II. FALSO. La luz visible tiene una frecuencia media de 10^{14} Hz
 III. VERDADERO. La longitud de onda media de los rayos X es 10 nm
 IV. FALSO. Una onda de infrarroja tiene mayor longitud de onda que la luz ultravioleta.

15. En campo eléctrico de una OEM tiene una amplitud de $E_0 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ V.m}^{-1}$. Determine la amplitud del campo magnético.

RESOLUCIÓN



La amplitud del campo eléctrico y la amplitud del campo magnético se relacionan de la siguiente manera:

$$\frac{E_0}{B_0} = C \Rightarrow E_0 = C \cdot B_0 \Leftrightarrow B_0 = \frac{E_0}{C}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{C} = \frac{3 \cdot 10^{-2} \text{ V.m}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}} = 10^{-10} \frac{\text{V}}{\text{m}^2}$$

$$B_0 = 10^{-10} \text{ T} = 100 \text{ pT}$$

Respuesta. La intensidad del campo magnético se mide en tesla (T).

16. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones, con respecto a la onda electromagnética:

$$E = 100 \cdot \text{Sen}\left(120\pi x - 2\pi \cdot 10^{10} t\right) \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ donde "x" se mide en metros y "t" en segundos.}$$

- I. La longitud de onda es 1,66 cm.
 II. El periodo es $0,1 \text{ ns}$.
 III. El valor de la velocidad es $2 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
 IV. Se propaga en el vacío.

RESOLUCIÓN

Escribimos la fórmula general del campo eléctrico y comparamos.

$$E = E_0 \cdot \text{Sen}\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi t}{T}\right) \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

I. VERDADERO. Longitud de onda: $120\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{60} = 1,66 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

II. VERDADERO. Periodo: $2\pi \cdot 10^{10} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 10^{-10} \text{ s} = 0,1 \text{ ns}$

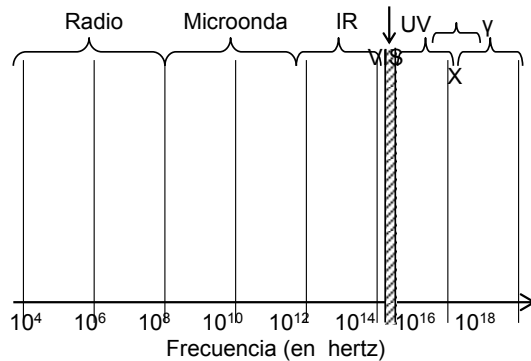
III. FALSO. La velocidad: $V = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow V = \frac{1,66 \cdot 10^{-2}}{10^{-10}} = 1,66 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

IV. FALSO. La rapidez de propagación en el vacío es $C = 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

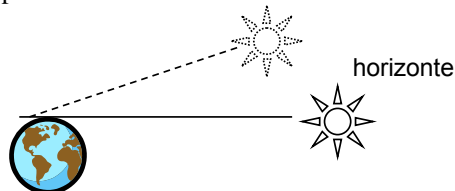
01. Respecto a las OEM (ondas electromagnéticas), ¿cuántas de las proposiciones son correctas?
- Solo viajan a través del vacío.
 - Pueden atravesar cualquier tipo de medio material.
 - Está compuesta por una onda eléctrica y otra onda magnética.
 - La producción de una OEM se explica con la inducción EM.
 - La parte oscilante en una OEM se parece más a la oscilación en el sonido que en la cuerda vibrante.
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
02. Con relación a las siguientes proposiciones sobre las ondas electromagnéticas, indique verdadero (V) o falso (F):
- Están formadas por campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ que vibran perpendicularmente entre sí.
 - La dirección de propagación es perpendicular al plano formado por $\vec{E}$ y $\vec{B}$.
 - La velocidad de propagación de una onda electromagnética en el vacío se puede determinar usando $C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.
- A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFF
03. Con respecto a las ondas electromagnéticas, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
- En un mismo medio, la que tiene mayor frecuencia se propaga con mayor velocidad.
 - Al refractarse hacia un medio de menor índice de refracción, su longitud de onda se incrementa.
 - La energía que transporta la onda es proporcional a su (amplitud)^{1/2}.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I, II y III E) Ninguna
04. De las afirmaciones siguientes:
- La longitud de onda de la señal emitida por una estación de radio, que transmite con una frecuencia de 100 MHz, es mayor que la de los rayos X.
 - Las ondas electromagnéticas siempre necesitan un medio material para propagarse.
 - Las ondas electromagnéticas son portadoras de energía y se propagan sin transportar materia consigo.
- A) Solo I es correcta. B) I y III son correctas.
C) II y III son correctas. D) Todas son falsas.
E) Solo III es correcta.
05. Con respecto a las ondas electromagnéticas, escoja la proposición incorrecta:
- Viajan en el vacío con la velocidad de $C = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ aproximadamente.
 - Transportan energía.
 - Necesitan de un medio material para propagarse.
 - Son ondas transversales.
 - Están compuestas por campos eléctricos y magnéticos.

06. Respecto de las OEM, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- El campo eléctrico E y el campo magnético B , siempre se encuentran en fase.
 - Su velocidad de propagación depende de su frecuencia.
 - El campo magnético transporta mayor energía que el campo eléctrico.
 - Su longitud de onda depende de la fuente que la genera y no del medio en el que se propaga.
- A) VVVV B) VFFV C) FVVF D) VFFF E) VVVF
07. Respecto a las OEM, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- Su propagación es solo posible en el vacío.
 - La energía que transporta el campo eléctrico es igual a la que transporta el campo magnético.
 - La OEM, es una onda del tipo transversal.
- A) VVV B) FFF C) FVV D) VFF E) FVF
08. ¿Cuántas de las proposiciones son correctas?
- λ de una microonda es del orden 10^{10} m.
 - Uno de los colores del arco iris corresponde a una frecuencia 5 billones de Hz.
 - Si $\lambda = 3\text{m}$, corresponde a un rayo X.
 - Una onda de IR tiene menor longitud de onda que una onda del UV.



- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) todas
09. Respecto al espectro de ondas electromagnéticas, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- Las ondas con $\lambda = 2,2\text{ m}$ son generadas por dispositivos electrónicos.
 - La desaceleración de electrones de alta energía en blancos metálicos producen OEM de frecuencias del orden de 10^{15} Hz.
 - Las OEM emitidas por núcleos radiactivos o ciertas reacciones nucleares tienen longitudes de onda que van de 10^{-8} a 10^{-14} metros.
- A) FVV B) VFV C) VVF D) VFF E) FFF
10. Con relación a las siguientes proposiciones sobre el espectro electromagnético indique verdadero (V) o falso (F):
- Los rayos X son de mayor frecuencia que las microondas.
 - La radiación γ tiene menor longitud de ondas que los rayos infrarrojos.
 - Las ondas de radio tienen mayor longitud de onda que el espectro visible.
- A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E)

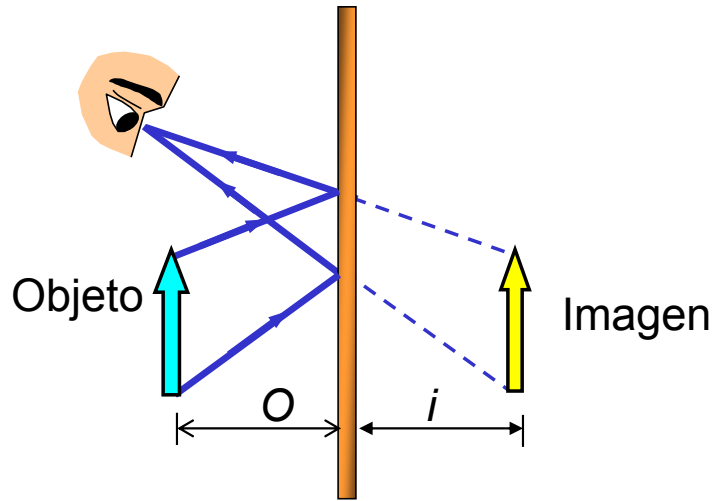
11. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
- Los rayos X tienen la menor longitud de onda del espectro electromagnético.
 - La luz visible tiene la misma velocidad de propagación en el aire y en el agua.
 - Las microondas tienen mayor frecuencia que las ondas electromagnéticas de la región visible.
- A) Solo I B) I y II C) Solo II D) Todas E) Ninguna
12. Respecto a las OEM visible, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- El ojo humano es más sensible al color rojo que al verde.
 - La velocidad de propagación depende de su frecuencia y longitud de onda.
 - La radiación visible al refractarse, cambia su frecuencia.
- A) VVV B) FFF C) VFV D) FFV E) VVF
13. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones:
- Una luz roja tiene una longitud de onda de $6800 \text{ \AA}$.
 - Si una luz azul viaja por un medio con una velocidad igual a $2,5 \times 10^8 \text{ m/s}$ entonces el índice de refracción del medio es 1,2.
 - La frecuencia de la luz azul varía en 1,2 veces cuando viaja por un medio con respecto al vacío.
- A) VFV B) FVF C) VVF D) FFV E) VFF
14. Si la velocidad de la luz permaneciera siendo la misma cualquiera sea el medio en el cual se propagare, no podría ocurrir el fenómeno de:
- A) Interferencia B) Difracción C) Polarización
D) Refracción E) Superposición
15. Al atardecer vemos al sol durante algunos minutos después de que en realidad ya se encuentra debajo del horizonte. Esto se debe principalmente a que, en el camino hacia nuestros ojos, los rayos solares experimentan:



- A) Difracción B) Reflexión C) Interferencia
D) Polarización E) Refracción
16. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
- La superposición de ondas, que se encuentran en un recinto, produce el fenómeno de interferencia.
 - Una luz polarizada linealmente es altamente direccionable.
 - La difracción es un fenómeno exclusivo de las ondas electromagnéticas.
- A) FFF B) FVV C) FVF D) VVF E) VVV

17. Indique verdadero (V) o falso (F) respecto de ondas luminosas.
- I. Son ondas transversales.
 - II. Experimenta difracción cuando pasan a través de agujeros comparables con su longitud de onda.
 - III. Pueden experimentar polarización por reflexión cuando las ondas inciden de un medio a otro de diferente densidad.
- A) VVV B)FVV C) FFF D) FFV E) VFV
18. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones, con relación a un espejo plano.
- I. Produce una imagen virtual, siempre del mismo tamaño que el objeto.
 - II. La distancia – imagen y la distancia – objeto son de la misma magnitud.
 - III. Un rayo de luz que incide normalmente a un espejo tiene un ángulo de incidencia de 90° .
- A) VVV B)VVF C) VFF D) FVF E) FFF
19. Respecto a las propiedades de las OEM, indique verdadero (V) o falso (F):
- I. La densidad de energía (u) es constante.
 - II. Los campos eléctricos ($\vec{E}$), magnético ($\vec{B}$), necesariamente están en fase.
 - III. La intensidad (I) de la OEM, es directamente proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico (E) o al cuadrado de la magnitud del campo magnético (B).
- A) VVV B) FFF C) VVF D) VFF E) FVV

ESPEJO PLANO

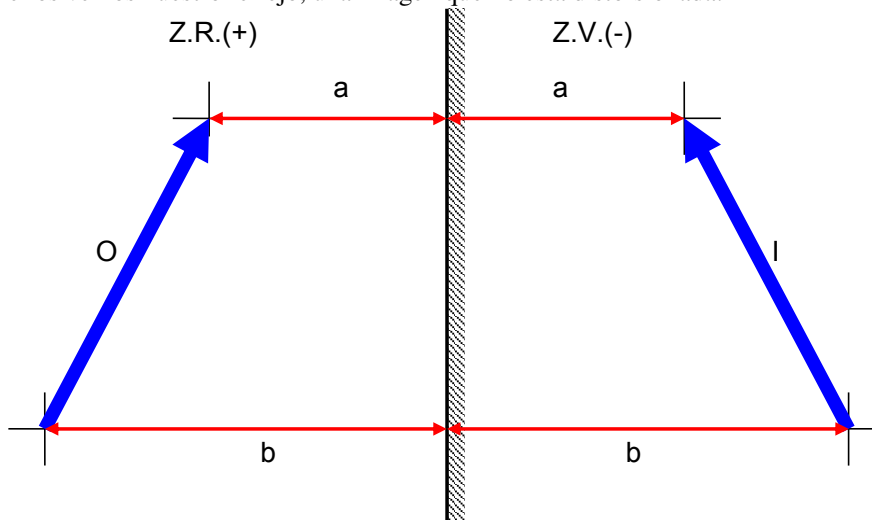


1. CONCEPTO: Un espejo plano es una superficie plana donde se produce reflexiones especulares. Estas reflexiones dan origen a la formación de imágenes de los objetos.

La imagen en un espejo plano es derecha, de igual tamaño que el objeto y virtual.

Un espejo plano es una superficie plana muy pulimentada que puede reflejar la luz que le llega con una capacidad reflectora de la intensidad de la luz incidente del 95% .

Los espejos planos se utilizan con mucha frecuencia. Son los que usamos cada mañana para mirarnos. En ellos vemos nuestro reflejo, una imagen que no está distorsionada.



2. ¿Cómo se hacen los espejos planos?

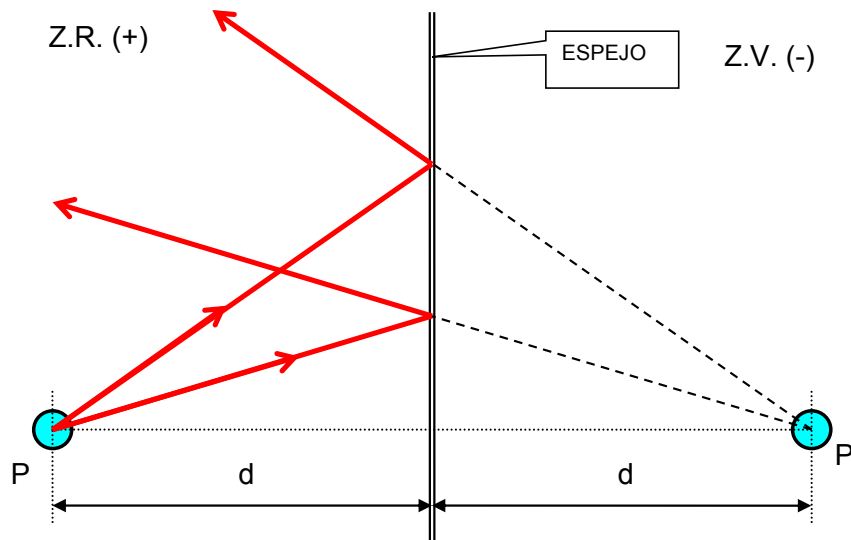
Cuando los pueblos antiguos lograron dominar la metalurgia, hicieron espejos puliendo superficies metálicas (plata).

Los espejos corrientes son placas de vidrio plateadas. Para construir un espejo se limpia muy bien un vidrio y sobre él se deposita plata metálica por reducción del ión plata contenido en una disolución amoniacal de nitrato de plata. Después se cubre esta capa de plata con una capa de pintura protectora.

El espejo puede estar plateado por la cara anterior o por la posterior, aunque lo normal es que esté plateada la posterior y la anterior protegida por pintura. La parte superior es de vidrio, material muy inalterable frente a todo menos al impacto.

3. ¿Qué imágenes dan?

Una imagen en un espejo se ve como si el **objeto** estuviera detrás y no frente a éste ni en la superficie. La imagen obtenida en un espejo plano no se puede proyectar sobre una pantalla, colocando una pantalla donde parece estar la imagen no recogería nada. Es, por lo tanto, **virtual**, una copia del objeto "que parece estar" detrás del espejo. El espejo sí puede reflejar la luz de un objeto y recogerse sobre una pantalla, pero esto no es lo que queremos decir cuando decimos que la imagen virtual no se recoge sobre una pantalla.



La imagen formada es:

Simétrica, porque aparentemente está a la misma distancia del espejo y del mismo tamaño que el objeto.

Virtual, porque se ve como si estuviera dentro del espejo, no se puede formar sobre una pantalla, pero puede ser vista cuando la enfocamos con los ojos, del mismo tamaño que el objeto.

Derecha, porque conserva la misma orientación que el objeto.

4. Formación de imágenes en un espejo plano.

La formación de imágenes en los espejos es una consecuencia de la reflexión de los rayos luminosos en la superficie del espejo.

La óptica geométrica explica este familiar fenómeno suponiendo que los rayos luminosos cambian de dirección al llegar al espejo siguiendo las leyes de la reflexión.

Suponiendo un punto P, que emite o refleja la luz, y que está situado frente a un espejo, el punto simétrico respecto al espejo es el punto P'.

Desde este punto salen infinitos rayos que se reflejan en el espejo (cumplen las leyes de la reflexión) y divergen.

El ojo capta los rayos, y con la ayuda de la córnea y del cristalino (lentes), los hace converger en la retina. Al cerebro, al interpretarlos, parece que le llegan todos desde un punto P' situado detrás del espejo.

Los rayos siguen, desde el objeto hasta el ojo el camino más corto, por lo que emplean un tiempo mínimo (Fermat). De la misma manera construimos imágenes de los demás puntos de un objeto material.

El resultado es que el ojo ve ese conjunto de puntos detrás del espejo y simétricos con el objeto: esa es su imagen.

Cuando estamos frente a un espejo plano, nuestra imagen, y todas las imágenes que vemos son:

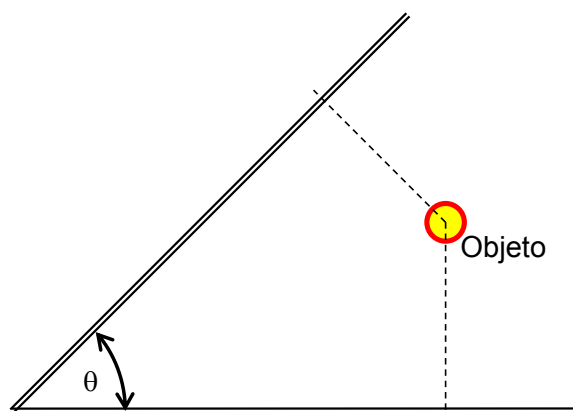
Simétricas porque aparentemente están a la misma distancia del espejo que el objeto. **Virtuales** porque se ven como si estuvieran dentro del espejo, no pueden recogerse sobre una pantalla, pero si pueden ser vistas por nuestro ojo cuando miramos al espejo. Las lentes de nuestro ojo, cristalino y córnea, se encargan de enfocar y de concentrar los rayos que divergen sobre nuestra retina.

Del mismo tamaño que el objeto.

Derechas porque conservan la misma posición que el objeto.

GOTA. El objeto y la imagen son simétricos respecto del espejo.

5. ESPEJOS ANGULARES. Son dos espejos planos que forman entre si un ángulo θ que tiene la siguiente relación:



$$\theta = \frac{360^\circ}{n} \quad \text{donde } n = \{3; 4; 5; 6; \dots\}$$

El número de imágenes que se obtiene es: $N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$

EJEMPLO 01: Una rana se encuentra entre dos espejos angulares que forman entre si un ángulo de 90° . ¿Cuántas imágenes observa la rana?

Resolución

Aplicamos la fórmula práctica para determinar el número de imágenes

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1 \Rightarrow N = \frac{360^\circ}{90^\circ} - 1 = 3$$

Respuesta: se observa 3 imágenes.

EJEMPLO 02: Determine el número de imágenes cuando un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos.

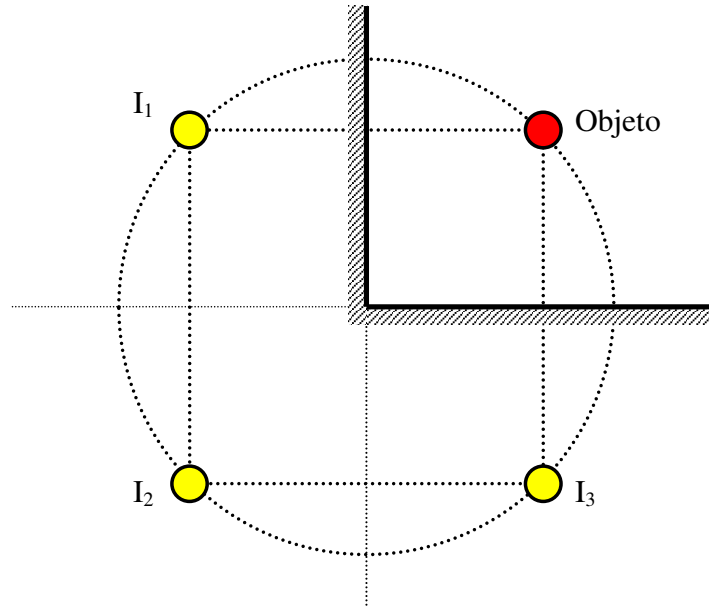
Resolución

Aplicamos la fórmula práctica para determinar el número de image

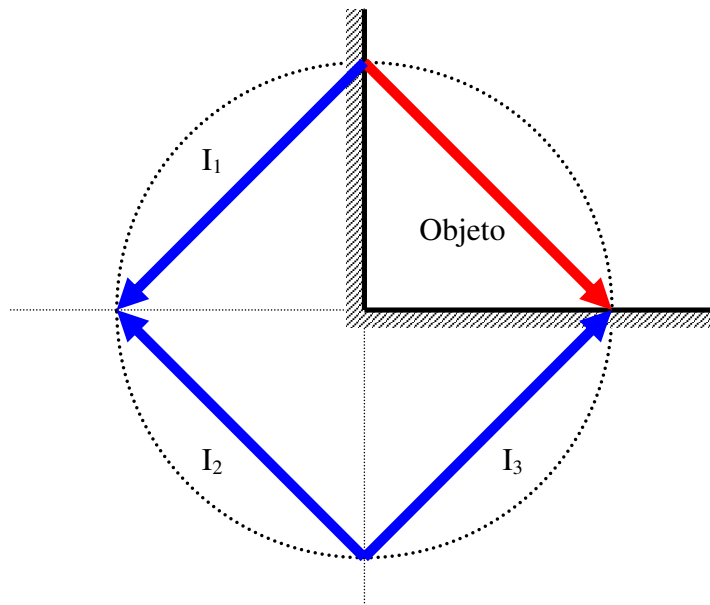
$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1 \Rightarrow N = \frac{360^\circ}{0^\circ} - 1 = \infty$$

Respuesta: se observa infinitas imágenes.

EJEMPLO 03: Se muestra una esfera frente a dos espejos planos que forman entre si un ángulo recto. Se observa que se forma tres imágenes y estas se encuentran contenidas en una circunferencia.



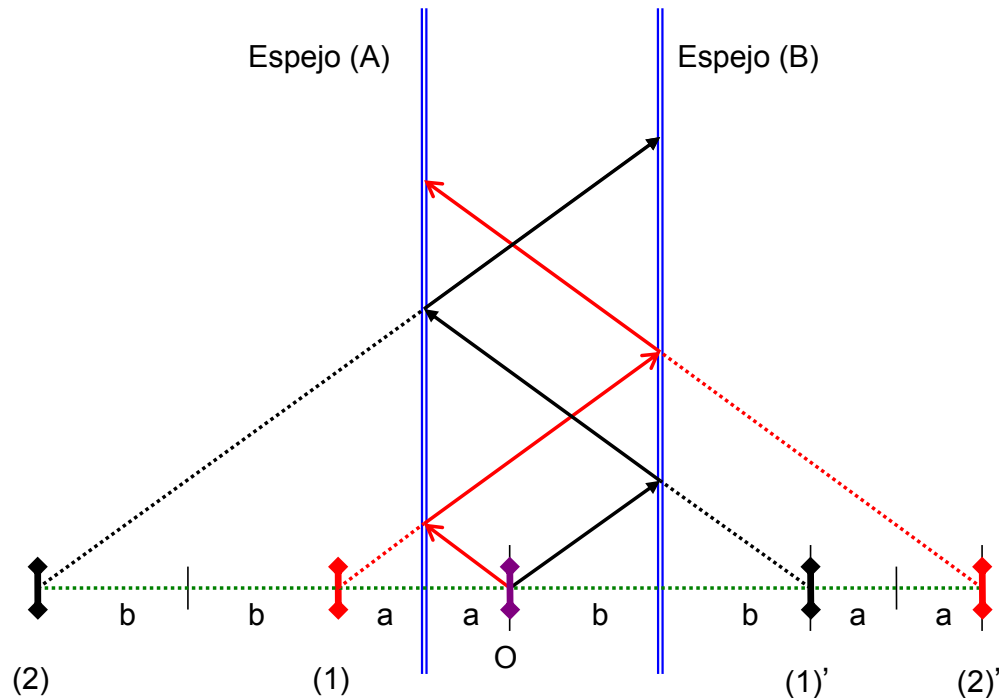
EJEMPLO 04: Se muestra una flecha frente a dos espejos planos que forman entre si un ángulo recto.



Se observa que se forma tres imágenes. Si el objeto se encuentra ubicado en forma simétrica en los dos espejos, entonces se forma un polígono regular cerrado.

6. DOS ESPEJOS PARALELOS

Cuando un objeto se encuentra entre dos espejos paralelos se determinan **infinitas** imágenes. Sin embargo se puede determinar la distancia entre las imágenes por primera, segunda, tercera y enésima reflexión.



$$d_n = 2n(a + b)$$

$$n = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

La distancia entre las imágenes debido a la primera reflexión en los espejos: **D₁ = 2(a+b)**

La distancia entre las imágenes debido a la segunda reflexión en los espejos: **D₂ = 4(a+b)**

La distancia entre las imágenes debido a la tercera reflexión en los espejos: **D₃ = 6(a+b)**

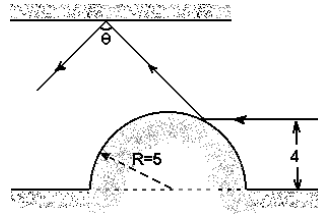
La distancia entre las imágenes debido a la cuarta reflexión en los espejos: **D₄ = 8(a+b)**

Generalizando por inducción matemática tenemos que:

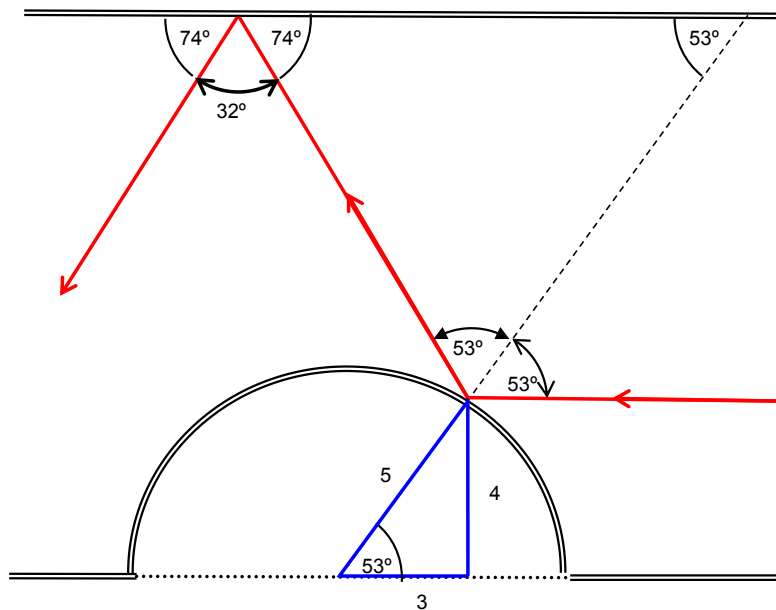
La distancia entre las imágenes debido a la enésima reflexión en los espejos: **D_n = 2n(a+b)**

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Considere sólo reflexiones regulares. Determinar la medida del ángulo “ θ ”.

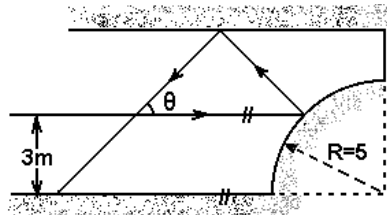
**Resolución**

En la figura, la línea normal a la superficie esférica tiene dirección radial. La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión.

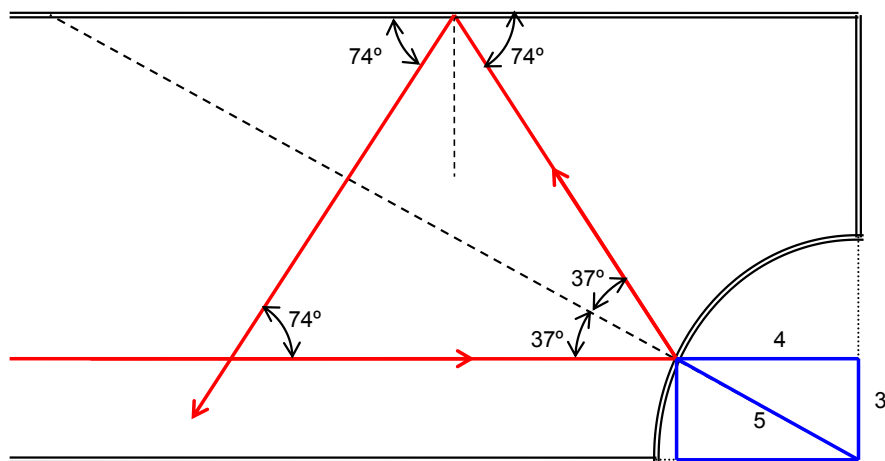


Respuesta: la medida del ángulo θ es 32° .

EJEMPLO 02: Considere sólo reflexiones regulares. Determinar la medida del ángulo “ θ ”.

**Resolución**

En la figura la línea normal a la superficie esférica tiene dirección radial. La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión.

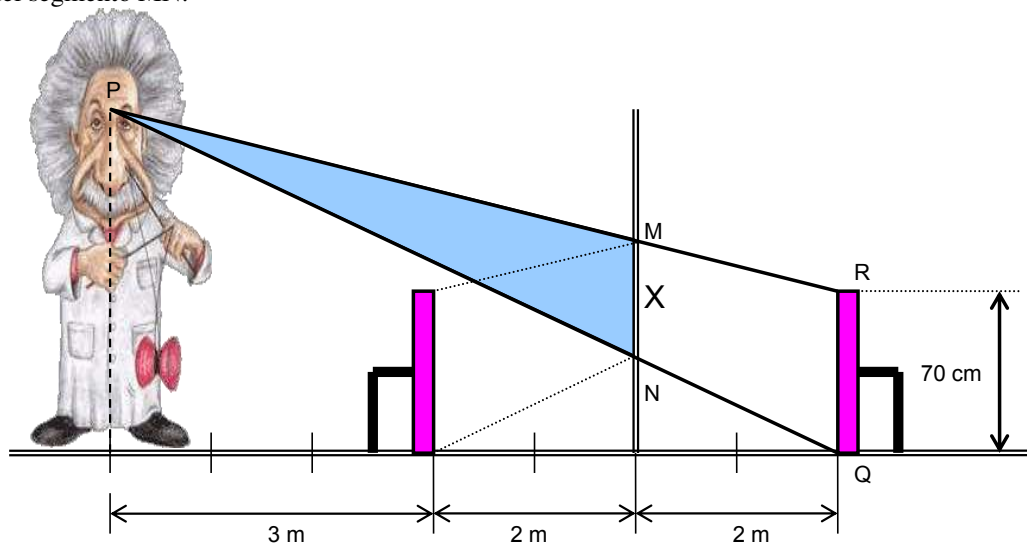


Respuesta: la medida del ángulo θ es 74° .

EJEMPLO 03: Una silla de 70 cm de alto se encuentra a 2 m de un espejo plano y una de una persona se encuentra a 5 m del espejo plano observando a la silla a través del espejo. ¿Cuál es el largo mínimo del espejo para que la persona pueda observar completa a la silla (en cm)?

Resolución

Representación gráfica del fenómeno en estudio. El tamaño mínimo del espejo vertical es la medida del segmento MN.



Los triángulos PMN y PRQ son semejantes.

$$\frac{X}{70\text{cm}} = \frac{5\text{m}}{7\text{m}} \Rightarrow X = 50\text{cm}$$

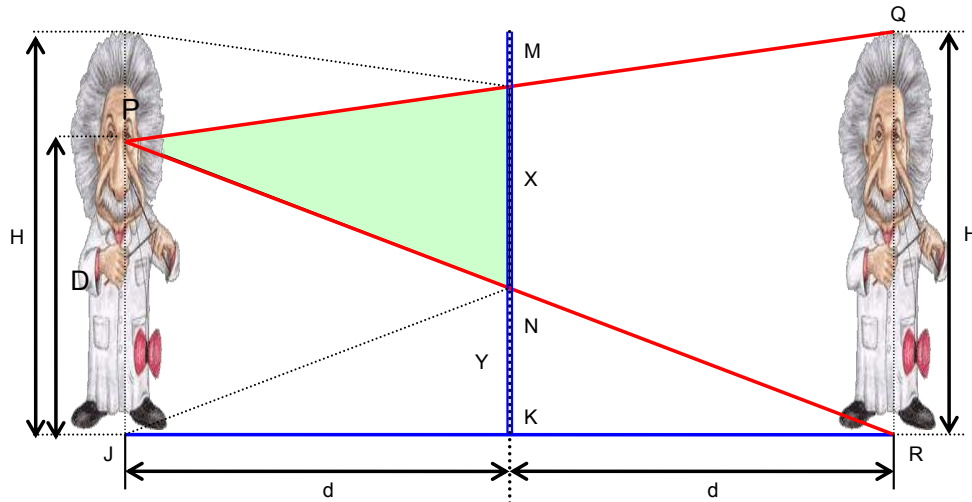
Respuesta: el largo mínimo del espejo es 50 cm.

EJEMPLO 04: Una persona de estatura H se encuentra parada frente a un espejo plano vertical. Considerando que sus ojos se encuentran a una distancia D del piso, determinar:

- La altura mínima que debe tener el espejo, y
- la altura respecto al piso que debe ser colocado el espejo, tal que pueda ver su imagen completa.

Resolución

Representación gráfica del fenómeno en estudio. El tamaño mínimo del espejo vertical es la medida del segmento MN .



Los puntos M , N y K son puntos medios de sus respectivos lados. Aplicamos el teorema de los puntos medios al triángulo PQR :

$$X = \frac{H}{2}$$

La altura mínima del espejo es independiente de la distancia " d " entre la persona y el espejo.

Aplicamos el teorema de los puntos medios al triángulo PJR :

$$Y = \frac{D}{2}$$

Respuesta: Debemos precisar que D es la distancia entre los ojos y los pies de la persona.

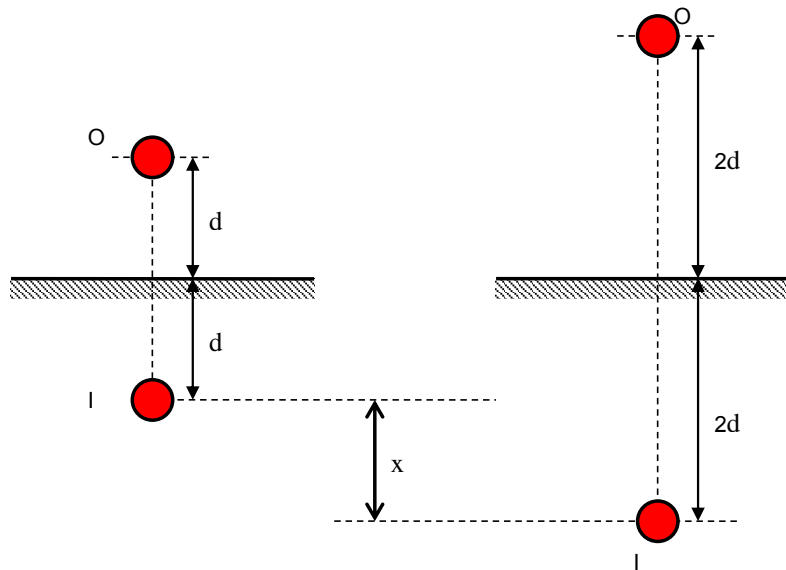
EJEMPLO 05: Un objeto puntual se encuentra a una distancia " d " de un espejo plano. Si la distancia entre el objeto y el espejo se duplica, manteniendo fijo la posición del espejo, ¿Cuál es el cambio de distancias entre las imágenes?

- A) d B) $2d$ C) $3d$ D) $4d$ E) $6d$

Resolución

La distancia del objeto al espejo y la distancia de la imagen al espejo plano son iguales. Si la distancia al espejo se duplica entonces la distancia imagen también se duplica.

Representación gráfica del fenómeno en estudio.



Respuesta: las imágenes se separan una distancia “d”.

EJEMPLO 06: Para que una persona parada y de estatura 160 cm pueda verse el cuerpo completo en un espejo plano vertical, es necesario que el largo mínimo del espejo sea:

- A) El largo mínimo del espejo es 160 cm
- B) El largo mínimo del espejo es 80 cm
- C) El largo mínimo del espejo es 60 cm
- D) El largo mínimo del espejo es 40 cm
- E) El largo del espejo depende de la distancia de la persona al espejo plano vertical.

Resolución

El tamaño mínimo del espejo es la mitad de la estatura de la persona.

Respuesta: el tamaño del espejo es 80 cm.

EJEMPLO 07: Una persona parada de estatura 180 cm, tiene sus ojos a 170 cm del piso. Para que la persona pueda ver su imagen completa en un espejo plano vertical de largo 90 cm, ¿a qué distancia del piso debe colocar el espejo?

- A) 90 cm
- B) 85 cm
- C) 70 cm
- D) 95 cm
- E) falta conocer la distancia de separación entre la persona y el espejo plano vertical.

Resolución

Debemos precisar que D es la distancia entre los ojos y los pies de la persona.

$$Y = \frac{D}{2}$$

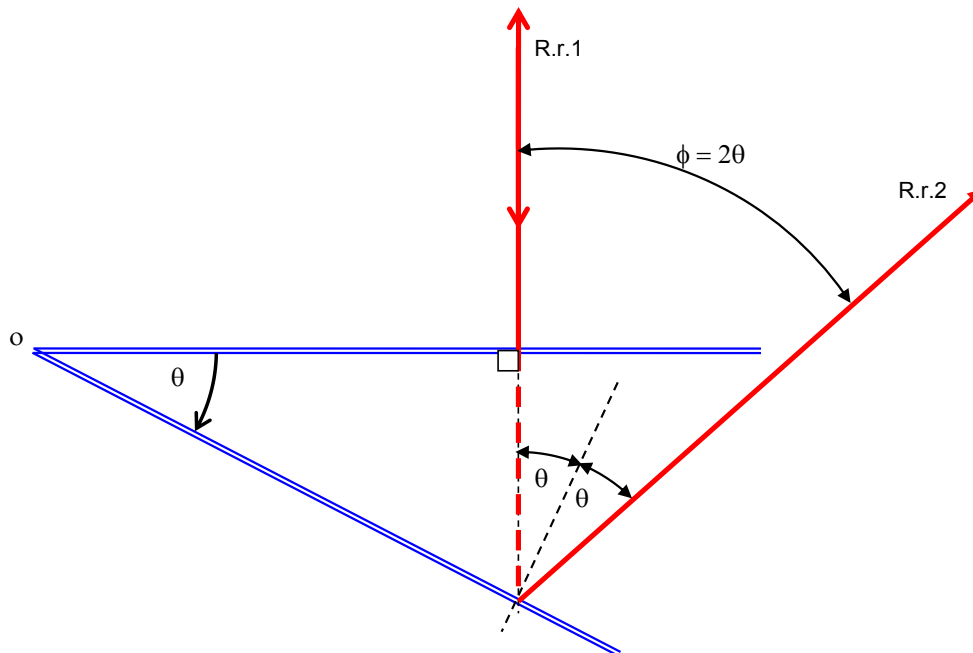
Respuesta: se debe colocar a 85 cm el piso.

EJEMPLO 08: Un espejo plano gira un ángulo de medida θ mientras se mantiene fija la dirección del rayo incidente. Como consecuencia el ángulo que forman los rayos incidente y reflejado cambia en:

- A) $\square \theta$
- B) $\square 2\theta$
- C) $\square 3\theta$
- D) $\square \theta/4$
- E) $\square \theta/2$

Resolución

El rayo luminoso incide perpendicularmente al espejo en posición horizontal y se refleja R.r.1. El mismo rayo incide en el espejo, pero ahora se encuentra en otra posición, y se refleja R.r.2. El ángulo que forman los rayos reflejados es $\phi = 2\theta$



Respuesta: $\phi = 2\theta$

EJEMPLO 09: Determine el número de imágenes cuando un objeto luminoso se coloca entre dos espejos planos angulares que forman un ángulo de 60° .

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución

El número de imágenes que se obtiene es:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$$

$$N = \frac{360^\circ}{60^\circ} - 1 = 5$$

Respuesta: se observa 5 imágenes.

EJEMPLO 10: Determine el número de imágenes cuando un objeto luminoso se coloca entre dos espejos angulares que forman un ángulo de 45° .

- A) 7 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución

El número de imágenes que se obtiene es:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$$

$$N = \frac{360^\circ}{45^\circ} - 1 = 7$$

Respuesta: se observa 7 imágenes.

EJEMPLO 11: Una rana se encuentra entre dos espejos angulares que forman entre sí un ángulo de 72° . ¿Cuántas imágenes observa la rana?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Resolución

El número de imágenes que se obtiene es:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$$

$$N = \frac{360^\circ}{72^\circ} - 1 = 4$$

Respuesta: se observa 4 imágenes.

EJEMPLO 12: Determine el número de imágenes cuando un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos.

A) 200

B) 250

C) 300

D) 400

E) infinito

Resolución

El número de imágenes que se obtiene es:

$$N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1 \qquad N = \frac{360^\circ}{0^\circ} - 1 = \infty$$

Respuesta: se observa infinitas imágenes.

EJEMPLO 13: Un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos. Si los espejos están separados 20 cm, determine la distancia de separación entre las imágenes debido a la primera reflexión (en cm).

A) 20

B) 40

C) 60

D) 80

E) N.A.

Resolución

Cuando un objeto se encuentra entre dos espejos paralelos se determinan **infinitas** imágenes. Sin embargo se puede determinar la distancia entre las imágenes por primera, segunda, tercera y enésima reflexión.

$$d_n = 2n(a + b)$$

$$n = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

La distancia entre las imágenes debido a la primera reflexión en los espejos: **$D_1 = 2(a+b)$**

$$D_1 = 2(20 \text{ cm}) = 40 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia entre las imágenes es 40 cm.

EJEMPLO 14: Un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos. Si los espejos están separados 20 cm, determine la distancia de separación entre las imágenes debido a la segunda reflexión (en cm).

A) 20

B) 40

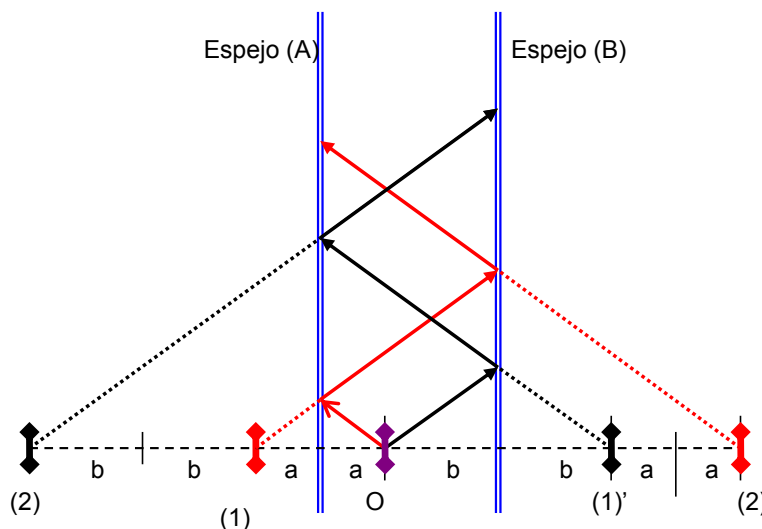
C) 60

D) 80

E) N.A.

Resolución

Cuando un objeto se encuentra entre dos espejos paralelos se determinan **infinitas** imágenes. Sin embargo se puede determinar la distancia entre las imágenes por primera, segunda, tercera y enésima reflexión.



$$d_n = 2n(a + b)$$

$$n = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

La distancia entre las imágenes debido a la segunda reflexión en los espejos: $D_1 = 4(a+b)$

$$D_1 = 4(20 \text{ cm}) = 80 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia entre las imágenes es 80 cm.

EJEMPLO 15: Un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos. Si los espejos están separados 20 cm, determine la distancia de separación entre las imágenes debido a la tercera reflexión (en cm).

A) 20

B) 40

C) 60

D) 80

E) 160

Resolución

Cuando un objeto se encuentra entre dos espejos paralelos se determinan **infinitas** imágenes. Sin embargo se puede determinar la distancia entre las imágenes por primera, segunda, tercera y enésima reflexión.

$$d_n = 2n(a + b)$$

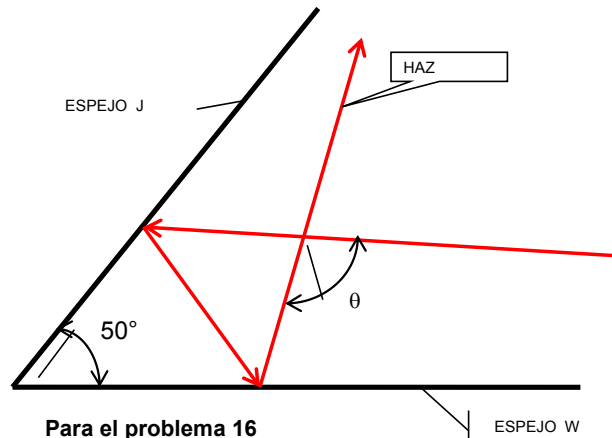
$$n = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

La distancia entre las imágenes debido a la tercera reflexión en los espejos: $D_1 = 4(a+b)$

$$D_1 = 6(20 \text{ cm}) = 120 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia entre las imágenes es 120 cm.

EJEMPLO 16: Se muestra dos espejos planos J y K que forman entre sí un ángulo de 50° . Determine la medida del ángulo θ que forman los rayos luminosos.



A) 50°

B) 100°

C) 60°

D) 80°

E) N.A.

Resolución

La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión. La adición de los ángulos interiores en un triángulo es:

$$\alpha + \beta + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 130^\circ \dots (1)$$

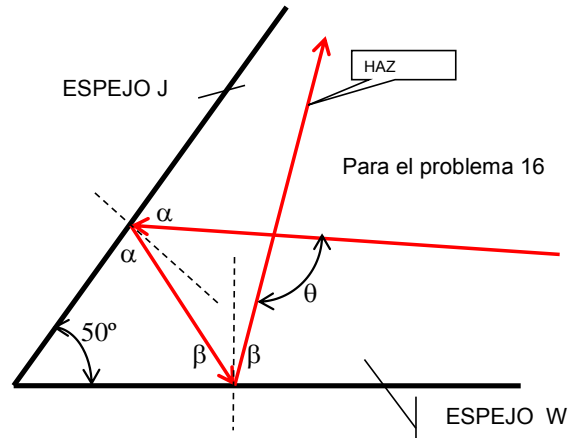
Concepto de ángulo exterior:

$$\theta = (180^\circ - 2\alpha) + (180^\circ - 2\beta)$$

$$\theta = 360^\circ - 2(\alpha + \beta) \quad \dots (2)$$

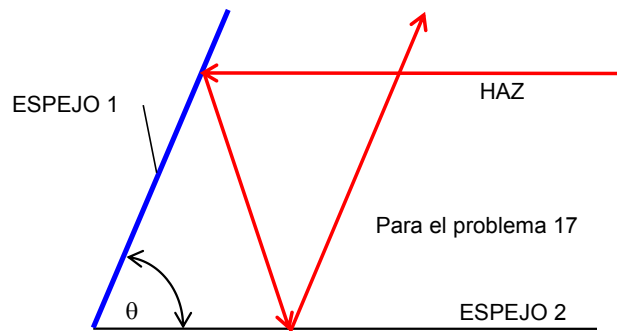
Reemplazo (1) en (2):

$$\theta = 100^\circ$$



Respuesta: la media del ángulo θ es 100° .

EJEMPLO 17: Calcule la media del ángulo agudo que forman dos espejos planos, si un rayo que incide paralelamente a un espejo emerge paralelamente al otro.



A) 20°

B) 40°

C) 50°

D) 60°

E) 70°

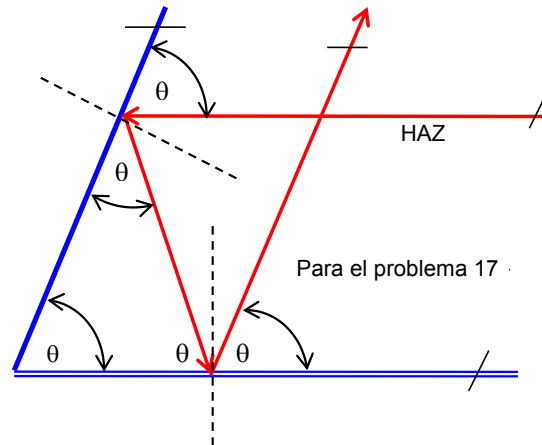
Resolución

La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es:

$$\theta + \theta + \theta = 180^\circ$$

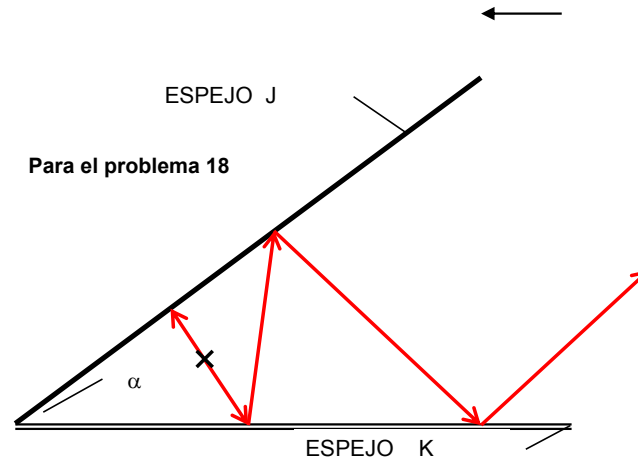
$$\theta = 60^\circ$$

Se formó un triángulo equilátero



Respuesta: la media del ángulo θ es 60° .

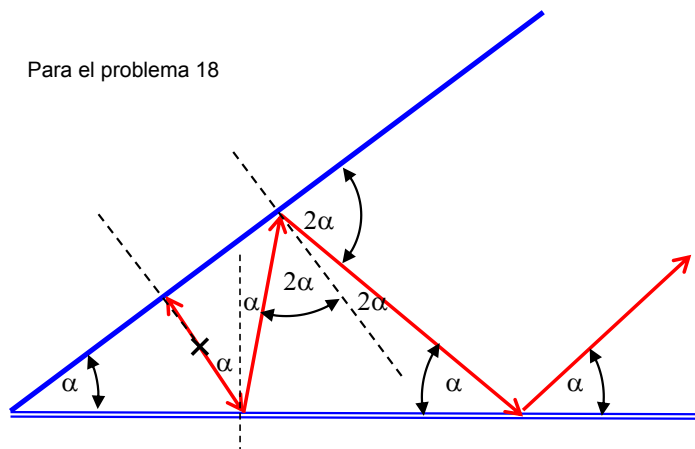
EJEMPLO 18: Se tiene dos espejos angulares J y K. Cuando un rayo luminoso incide perpendicularmente al espejo J, después de dos reflexiones en cada uno de los espejos, el rayo resulta paralelo al espejo J. Determine la media del ángulo α que forman los espejos.



- A) $22,5^\circ$ B) $23,5^\circ$ C) $24,5^\circ$ D) 30° E) 60°

Resolución

Para el problema 18

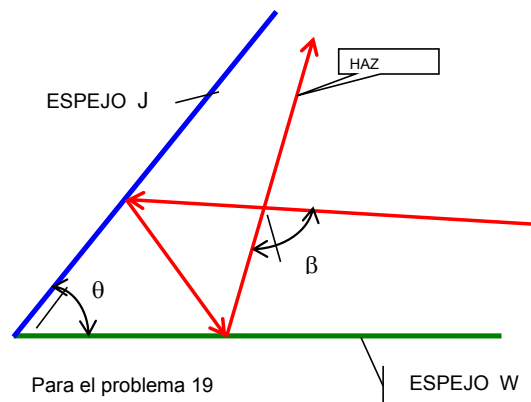


La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión. Analizando la línea normal trazada al espejo:

$$2\alpha + 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 22,5^\circ$$

Respuesta: La medida del ángulo α es $22,5^\circ$

EJEMPLO 19: Dos espejos angulares forman un ángulo θ , cuando un rayo incide y emerge luego de dos reflexiones forma un ángulo β con el rayo incidente primario. Determine la medida del ángulo β .



A) θ

B) 2θ

C) 3θ

D) $\theta/4$

E) $\theta/2$

Resolución

La medida del ángulo de incidencia es igual a la medida del ángulo de reflexión.

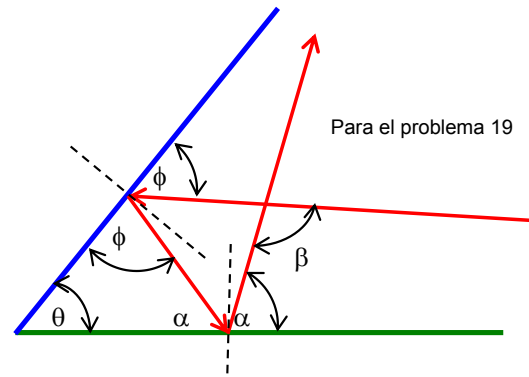
$$\theta + \phi + \alpha = 180^\circ$$

$$\theta + \phi + \alpha = 180^\circ$$

$$\phi + \alpha = 180^\circ - \theta \quad \dots (1)$$

Angulo exterior

$$\beta = (180^\circ - 2\phi) + (180^\circ - 2\alpha)$$



$$\beta = 360^\circ - 2(\phi + \alpha) \quad \dots(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

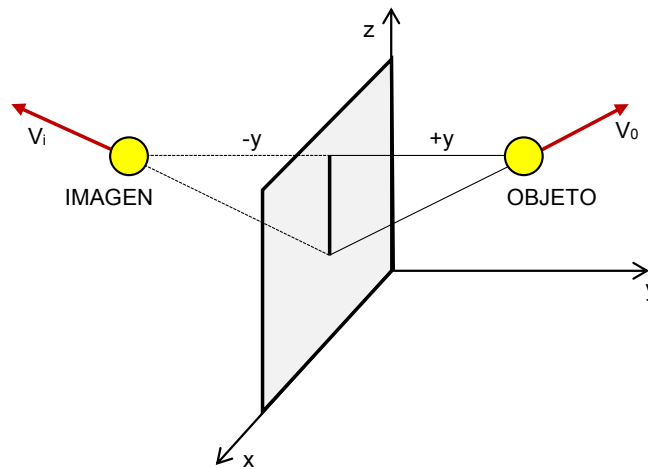
$$\beta = 360^\circ - 2(180^\circ - \theta)$$

$$\beta = 2\theta$$

Respuesta: La medida del ángulo β es 2θ .

EJEMPLO 20. Una mosca vuela frente a un espejo plano contenido en el plano XZ, con una velocidad constante $\vec{V}_0 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ m/s. Determine (en m/s) la velocidad de la imagen de la mosca respecto de la mosca objeto.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La velocidad de la imagen solo varía en la componente “y”, tiene sentido contrario que el objeto, pero el mismo valor.

$$\vec{V}_i = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$$

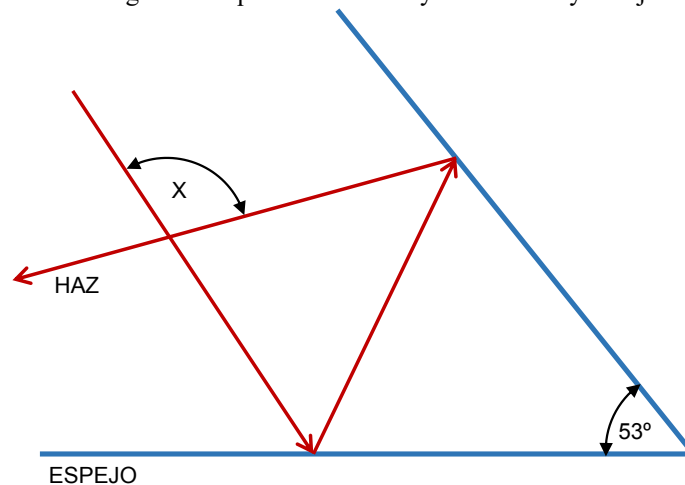
SEGUNDO PASO. La velocidad de la imagen respecto del objeto es:

$$\vec{V}_{i/o} = \vec{V}_i - \vec{V}_o = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) - (3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$$

Respuesta. $\vec{V}_{i/o} = -4\hat{j} (m.s^{-1})$

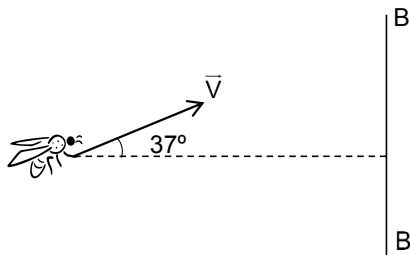
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Se muestra un haz de luz que se refleja en dos espejos planos que forman entre si un ángulo de 53° . Determine el valor del ángulo "X" que forman los rayos incidente y reflejado.



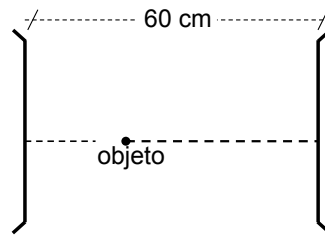
Respuesta: 106°

2. Para que una persona parada y de estatura H pueda verse el cuerpo completo en un espejo plano vertical, es necesario que el largo mínimo del espejo sea:
- A) El largo mínimo del espejo es H B) El largo mínimo del espejo es $H/2$
 C) El largo mínimo del espejo es $H/3$ D) El largo mínimo del espejo es $H/4$
 E) El largo del espejo depende de la distancia de la persona al espejo plano vertical.
3. Una mosca vuela hacia un espejo plano BB' con una rapidez de 5 m/s . ¿Con que rapidez (en m/s) se acerca la imagen a la mosca?



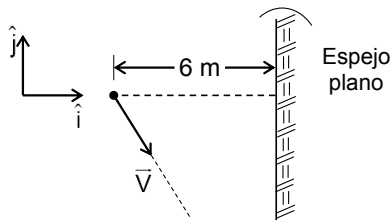
- A) 0 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. Dos espejos planos paralelos se encuentran separados 60 cm . Determine la distancia de separación entre las segundas imágenes, al colocar un objeto entre ellos (en cm).



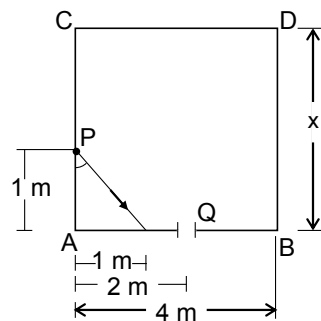
- A) 60 B) 120 C) 180 D) 240 E) 300

5. La figura muestra el instante en que una mosca se encuentra a 6 m de un espejo plano viajando con una velocidad constante $\vec{V} = 30\hat{i} - 40\hat{j}$ (en cm/s). Determine la velocidad relativa de la mosca respecto de su imagen (en cm/s)



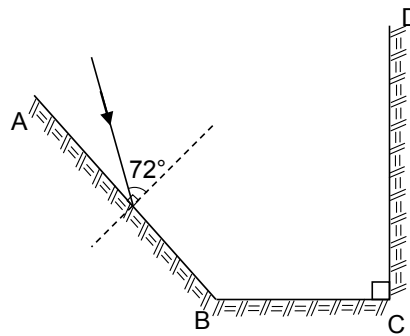
- A) $30\hat{i}$ B) $60\hat{j}$ C) $60\hat{i}$ D) $30\hat{j}$ E) $30\hat{i} + 30\hat{j}$

6. Se tienen cuatro espejos rectangulares AB, AC, BD y CD como se muestra en la figura. Si se emite un haz de luz del punto P en la dirección mostrada, determine la distancia x en metros para que el haz salga por el orificio ubicado en el punto Q.



- A) 1,5 B) 2,0 C) 2,5 D) 3,5 E) 4,5

7. Las superficies AB, BC y CD son perfectamente reflectantes. ¿Qué ángulo forman el rayo incidente con el último rayo reflejado?



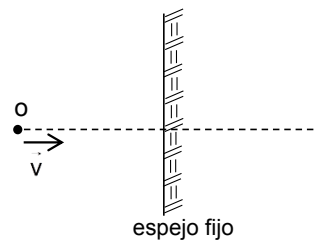
- A) 18° B) 36° C) 72° D) 144° E) 162°

8. Respecto a los espejos planos, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Para que una persona pueda ver su imagen completa en un espejo plano se requiere que el espejo sea mínimo del mismo tamaño que la persona.
- II. La inversión de la imagen de una persona de derecha a izquierda se debe a que la distancia de un punto al espejo es igual que la distancia del espejo a su imagen ($P = q$).
- III. Es imposible que un espejo plano tenga magnificación diferente de la unidad.

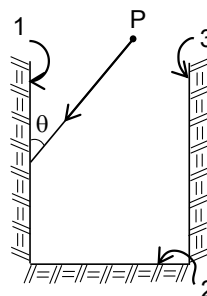
- A) VVV B) VFV C) FVV D) FFV E) FFF

9. Un objeto pequeño se acerca perpendicularmente a un espejo plano con una rapidez de 0,25 m/s. Si en cierto instante dicho objeto se encuentra a 2 m del espejo. ¿Con qué rapidez en m/s se mueve la imagen respecto al objeto?



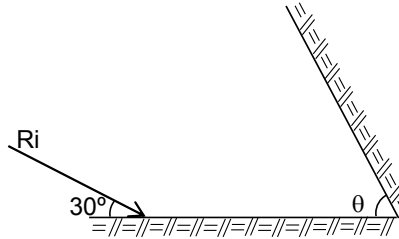
- A) 0,07 B) 0,13 C) 0,25 D) 0,50 E) 1,00

10. La figura muestra tres espejos (1), (2) y (3). En el punto p hay un puntero láser que envía un haz al espejo (1), reflejándose luego en (2) y (3). ¿Cuál es el ángulo entre el haz incidente inicial y el haz reflejado en el espejo (3)?

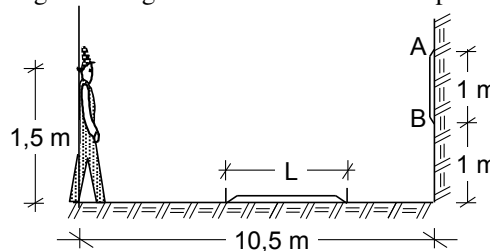


- A) $\frac{\theta}{2}$ B) θ C) 2θ D) 3θ E) 4θ

11. En la figura se muestra dos espejos planos formando un diedro. Determine el ángulo que forma el rayo incidente con el rayo reflejado. Si $\theta = 70^\circ$.

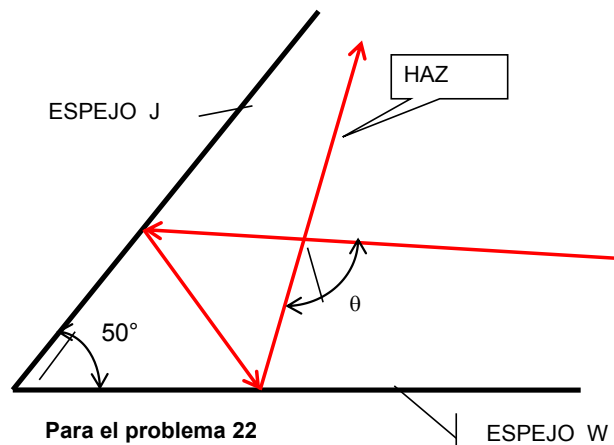


- A) 40° B) 80° C) 120° D) 130° E) 150°
12. Determine la longitud mínima ℓ (en m) del espejo que deba colocarse en el suelo, para que el sujeto pueda observar la imagen del segmento AB colocado en la pared vertical.

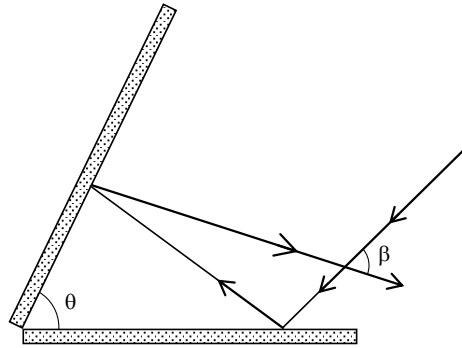


- A) 0,5 B) 1,0 C) 1,5 D) 1,8 E) 2,0
13. Una persona parada de estatura 180 cm, tiene sus ojos a 170 cm del piso. Para que la persona pueda ver su imagen completa en un espejo plano vertical de largo 90 cm, ¿a qué distancia del piso debe colocar el espejo?
- A) 90 cm B) 85 cm C) 70 cm D) 95 cm
E) falta conocer la distancia de separación entre la persona y el espejo plano vertical.
14. En el techo de una habitación se ha colocado un espejo cuadrado de 20 cm de lado. Observando desde el piso, ¿qué área del piso podrá observarse a través del espejo (en cm^2)?
- A) 40 B) 400 C) 1400 D) 1600 E) 3200
15. Una silla de 70 cm de alto se encuentra a 2 m de un espejo plano y una de una persona se encuentra a 5 m del espejo plano observando a la silla a través del espejo. ¿Cuál es el largo mínimo del espejo para que la persona pueda observar completa a la silla (en cm)?
- A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50
16. Determine el número de imágenes cuando un objeto luminoso se coloca entre dos espejos planos angulares que forman un ángulo de 60° .
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
17. Determine el número de imágenes cuando un objeto luminoso se coloca entre dos espejos angulares que forman un ángulo de 120° .
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. Una rana se encuentra entre dos espejos angulares que forman entre si un ángulo de 90° . ¿Cuántas imágenes observa la rana?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
19. Determine el número de imágenes cuando un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos.
 A) 200 B) 250 C) 300 D) 400 E) infinito
20. Un objeto puntual luminoso se coloca entre dos espejos planos paralelos. Si los espejos están separados 20 cm, determine la distancia de separación entre las imágenes debido a la primera reflexión (en cm).
 A) 20 B) 40 C) 60 D) 80 E) N.A.
21. Una mosca vuela frente a un espejo plano contenido en el plano XY, con una velocidad constante $\vec{V}_0 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ m/s. Determine (en m/s) la velocidad de la imagen de la mosca respecto de la mosca objeto.
 Respuesta: $-8\hat{k}$ m/s
22. Se muestra dos espejos planos J y K que forman entre si un ángulo de 50° . Determine la media del ángulo θ que forman los rayos luminosos.



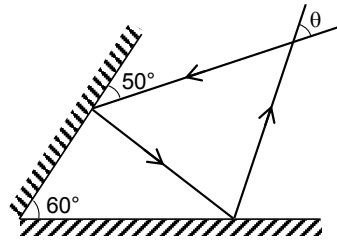
- Para el problema 22
- A) 50° B) 100° C) 60° D) 80° E) N.A.
23. La figura muestra dos espejos planos que se interceptan en un ángulo θ . Un rayo luminoso incide sobre el espejo horizontal. Calcule el valor del ángulo β mostrado.



- A) $90 - \theta$ B) $180 - 2\theta$ C) $90 - 2\theta$ D) $180 - \theta$ E) $\theta/2$

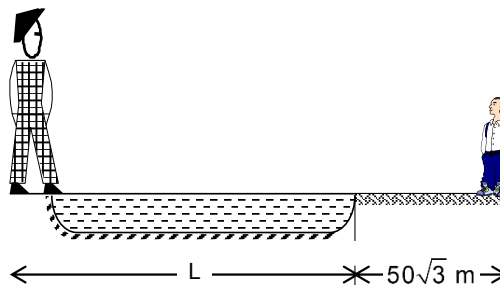
24. Dos personas, (A) y (B) se encuentran frente a un espejo plano. (A) ve su imagen frente a ella a 2,50 m de distancia, también observa la imagen de (B), en una dirección que forma 30° con el espejo y a 4,50 m de distancia. Halle la distancia de (B) al espejo (en m)
A) 3 B) 1,5 C) 4,5 D) 0,75 E) ninguna

25. La figura muestra dos espejos planos, que forman un ángulo de 60° entre sí, y la trayectoria de un rayo de luz que se refleja en los espejos. ¿Cuál es el valor del ángulo θ ?



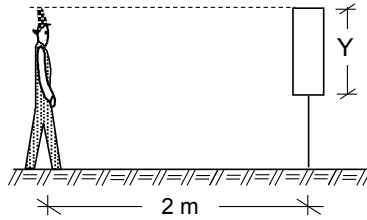
- A) 30° B) 40° C) 50° D) 60° E) 70°

26. Un niño cuyos ojos se encuentran a 120 cm del piso ve totalmente la imagen de una persona de 1,73 m de estatura que se encuentra en el extremo de un charco de agua que produce una reflexión nítida. ¿Cuál es la longitud del charco? (en m)

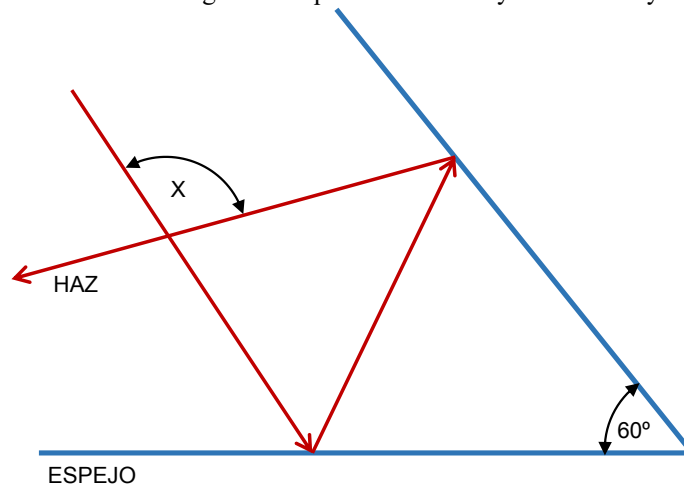


- A) 300 B) 400 C) 500 D) 600 E) ninguna

27. De qué longitud mínima en cm debe ser un espejo plano para que una persona de 2.20 m de altura pueda verse de cuerpo entero.



- A) 70 B) 80 C) 90 D) 110 E) 180
28. Con respecto a las ondas electromagnéticas de radio y luz visible, se puede afirmar que en el vacío:
- A) Tienen la misma frecuencia.
 B) Tienen diferentes velocidades.
 C) El producto de su frecuencia por su longitud de onda es constante.
 D) Tienen la misma longitud de onda.
 E) Viajan con una rapidez menor a 3×10^8 m/s.
29. Se muestra un haz de luz que se refleja en dos espejos planos que forman entre sí un ángulo de 53° . Determine el valor del ángulo "X" que forman los rayos incidente y reflejado.



Respuesta: 120°

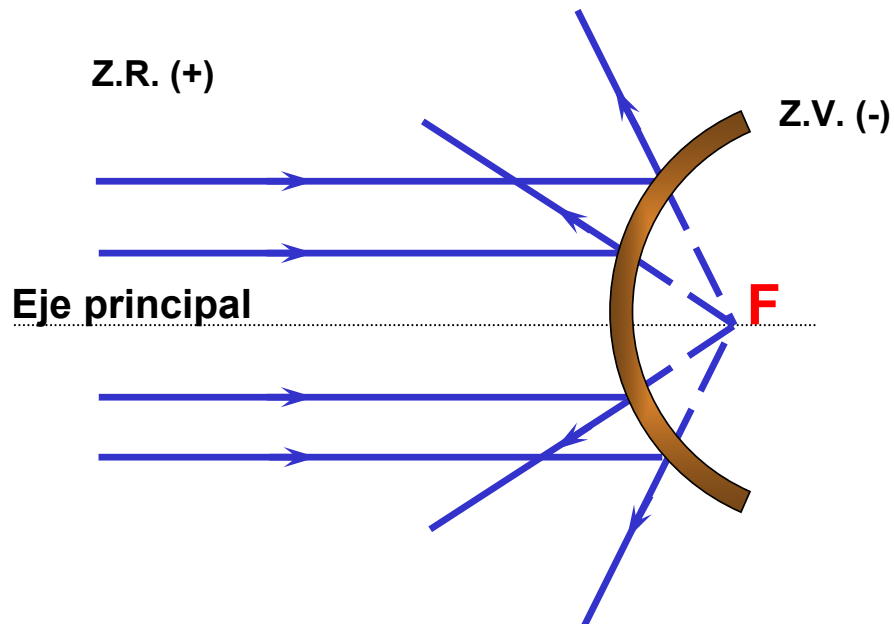
30. Un hombre se encuentra frente a un espejo que se encuentra en la pared. Si la distancia entre sus ojos y el piso es 180 cm, ¿Cuál es el tamaño mínimo del espejo para verse el cuerpo completo?
 Respuesta: 90 cm
31. Respecto al espectro electro-magnético, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I. Está comprendido entre 400 nm y 750 nm.
 II. Las ondas de radio tienen mayor longitud de onda que los rayos X.

- III. Los rayos ultravioletas tienen mayor frecuencia que los rayos infrarrojos.
A) VVV B) VVF **C) FVV** D) FFV E) FFF
32. Una mosca vuela frente a un espejo plano contenido en el plano XZ, con una velocidad constante $\vec{V}_0 = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ m/s. Determine (en m/s) la velocidad de la imagen de la mosca respecto de la mosca objeto.
A) $6\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$ B) $-3\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$ C) $3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$
D) $4\hat{j}$ **E) $-4\hat{j}$**
33. Con relación a las siguientes proposiciones sobre las ondas electromagnéticas, indique verdadero (V) o falso (F).
I. La dirección de propagación está dada por el vector de onda $\vec{k}$.
II. Son ondas transversales, ya que en cada punto del espacio los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$ oscilan perpendicularmente a la dirección de propagación.
III. Se propagan en el vacío con una velocidad $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.
A) VVV B) VVF C) VFV **D) FVV** E) FFF
34. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. En una OEM se propagan oscilaciones de campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$.
II. La velocidad de una OEM en un medio transparente es mayor que C.
III. La intensidad de una OEM al pasar de un medio a otro solo depende del cuadrado de la amplitud del campo eléctrico.
A) FFF B) VVF **C) VFF** D) FFV E) VFV
35. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Los rayos γ presentan la menor longitud de onda del espectro electromagnético.
II. Las ondas de radio poseen mayor longitud de onda que los infrarrojos.
III. En la radiación visible la de mayor longitud de onda corresponde al color rojo.
A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) FVF
36. Respecto al espectro EM, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
I. Los extremos del espectro corresponden a las regiones de radio frecuencia y rayos γ .
II. Las OEMs están agrupadas en el espectro teniendo en cuenta la cantidad de energía que propagan.
III. El rango visible comprende a las OEMs entre los $4000 \text{ \AA}$ y $7000 \text{ \AA}$, aproximadamente.
A) Solo I y II B) Solo II y III **C) Solo I y III**
D) Todas E) Ninguna
37. Con relación a las siguientes proposiciones sobre la radiación visible, indique verdadero (V) o falso (F):
I. Es la radiación que puede ser detectada por el ojo humano.
II. La longitud de onda de esta radiación, está en el intervalo. $4,8 \times 10^{-7} \text{ m} > \lambda > 7 \times 10^{-7} \text{ m}$ Aproximadamente.
III. La radiación de longitud de onda $\lambda = 4 \times 10^{-7} \text{ m}$ es de color violeta.
A) VVV B) VVF **C) VFV** D) FFV E) VFF

ESPEJOS ESFÉRICOS



1. INTRODUCCION: Los espejos esféricos tienen forma de casquete, como una parte de una esfera hueca pueden ser cóncavos o convexos.



El espejo es **cóncavo** si la parte plateada (pulimentada) es la interior del casquete y es **convexo** si la parte plateada (pulimentada) es la exterior del casquete.

En un espejo esférico podemos definir las siguientes partes:

Centro de curvatura del espejo. Es el centro de la esfera a la que pertenece el casquete espejo. En la figura es el punto C.

Eje secundario. Es cualquier recta que pasa por el centro de curvatura. Existen infinitos ejes secundarios. En la figura se ve el marcado por la recta CB.

Foco principal del espejo. Es un punto del eje principal en el que se cortan, una vez reflejados, los rayos que llegan al espejo paralelo al eje principal.

Para espejos de radio de curvatura pequeño (muy cerrados), el foco principal se encuentra a la mitad de la distancia entre el centro de curvatura y el de la figura.

El espejo cóncavo es un dispositivo óptico que puede formar imágenes sobre una pantalla debido a la reflexión de la luz que procede de la superficie de un objeto.

FOCO: El foco de un espejo es el punto donde convergen las reflexiones (o la prolongación de ellos) de los rayos incidentes paralelos al eje principal.

Todos los rayos paralelos al eje principal se reflejan y se cortan en ese punto: es el FOCO.

En los **espejos cóncavos** el foco es real (está situado delante del espejo, **distancia focal positiva**). Los rayos reflejados convergen y se cortan en un punto sobre el eje principal.

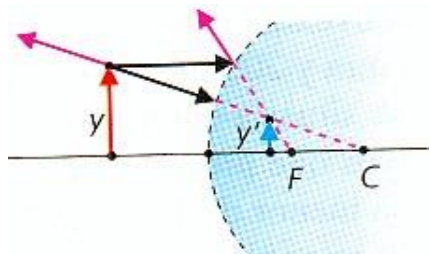
En un **espejo convexo** puedes construir los rayos divergentes y a partir de sus prolongaciones buscar el foco.

En los **espejos convexos** el foco es virtual (está situado a la derecha del centro del espejo, **distancia focal negativa**). Los rayos reflejados divergen, solo la prolongación de éstos se corta en el foco F.

ESPEJO CONVEXO: el espejo es **convexo** si la parte plateada (pulimentada) es la exterior del casquete.

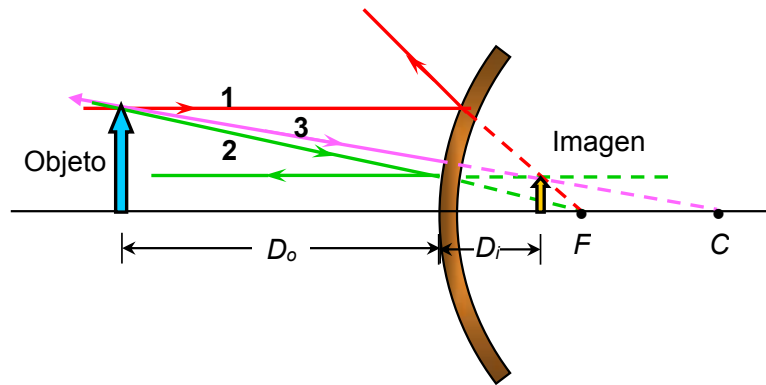
CONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES

Las imágenes que dan los espejos convexos son siempre virtuales.



Características de la imagen:

- Imagen de menor tamaño que el objeto.
- Imagen virtual (detrás del espejo).
- Imagen derecha (de pie).

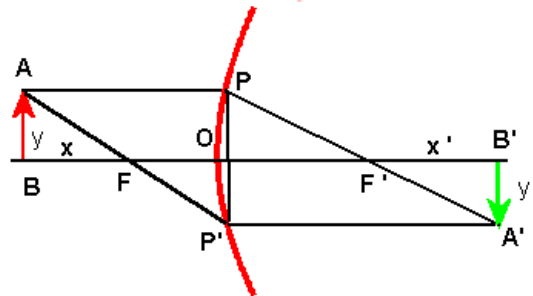


Para construir las imágenes de un punto bastan dos rayos (1 y 2 en las figuras), tomándose un tercero (rayo 3) de verificación.

Fórmula de Newton

Establece que el producto de las distancias focales imagen y objeto es igual al producto de la distancia del foco objeto al objeto por la distancia del foco imagen a la imagen.

$$f \cdot f' = x \cdot x'$$



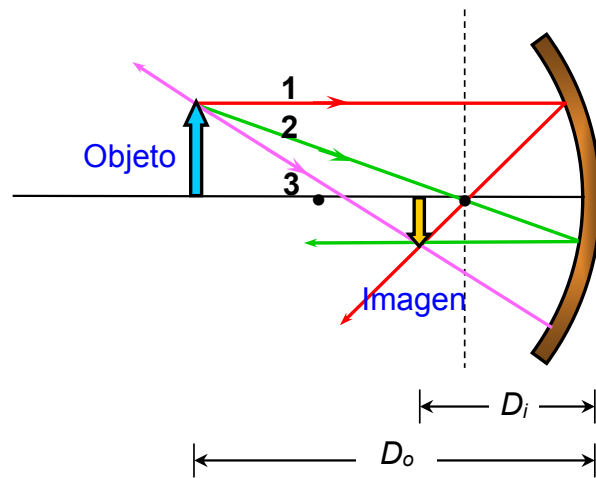
ESPEJO CÓNCAVO: El espejo es **cóncavo** si la parte plateada (pulimentada) es la interior del casquete

CARACTERÍSTICAS DE IMÁGENES

- **Real:** si lo forman las intersecciones de los mismos rayos reflejados.
- **Virtual:** si lo forman las intersecciones de las prolongaciones de los rayos reflejados.
- **Derecha:** si se orienta en el mismo sentido del objeto.
- **Invertida:** si está en sentido opuesto a la del objeto.

CONSTRUCCION DE IMÁGENES

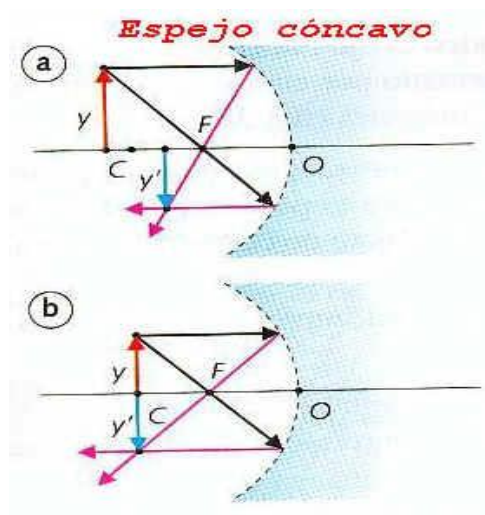
Para construir las imágenes de un punto bastan dos rayos (1 y 2 en las Figuras), tomándose un tercero (rayo 3) de verificación.

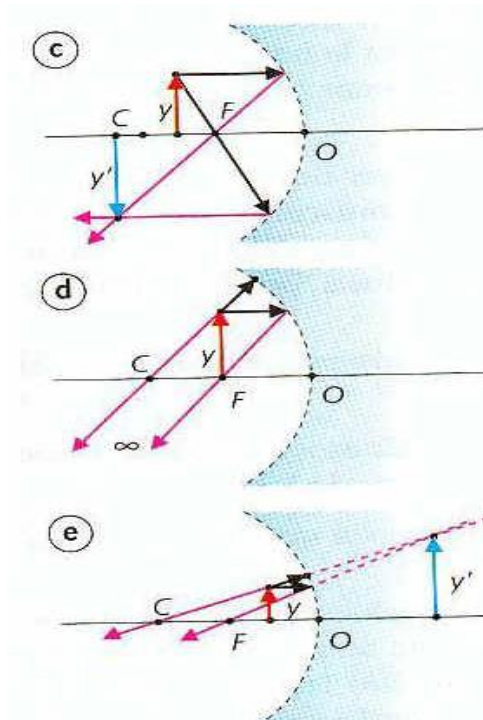


Un objeto iluminado o que emite luz (como la punta de una vela) se considera un **objeto** en óptica geométrica.

Colocando un objeto delante de un espejo cóncavo este formará una **imagen real** de ese objeto, debido a que la imagen se puede formar sobre una pantalla.

La imagen será **virtual** solamente cuando el objeto se encuentra entre el **Foco** y el **Vértice** del espejo cóncavo.





ECUACIÓN DE LOS FOCOS CONJUGADOS

$$\frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} = \frac{1}{f}$$

Donde:

D_o : distancia del objeto al espejo.

D_i : distancia de la imagen al espejo.

f : distancia focal, distancia del Foco y el espejo.

$$f = \frac{R}{2}$$

Además, hay que considerar la siguiente **convención** de signos

- D_o : siempre positivo.
- D_i : positivo si está en la zona real (imagen real) y negativo si está en la zona virtual (imagen virtual).
- f : es positivo para un espejo cóncavo y negativo para uno convexo.

AUMENTO (A): El aumento se define como:

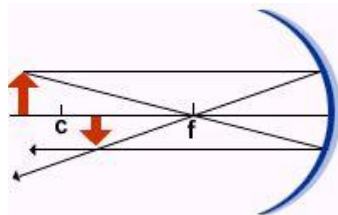
$$A = \frac{|\text{tamaño de la imagen}|}{|\text{tamaño del objeto}|} = -\frac{D_i}{D_o}$$

SIGNOS: Si **A** es positivo (+) la imagen es derecha; si **A** es negativo (-) la imagen es invertida.

IMÁGENES EN ESPEJOS ESFERICOS

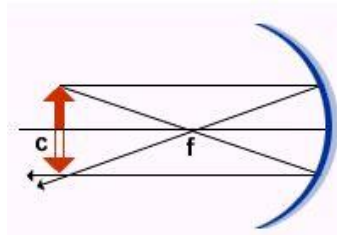
1. ESPEJO CONCAVO: Cuando el objeto se encuentra antes del centro de curvatura (C).

- I. La imagen es real.
- II. La imagen es invertida.
- III. La imagen es más pequeña que el objeto.



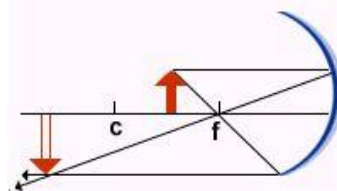
2. ESPEJO CONCAVO: Cuando el objeto se encuentra en el centro de curvatura (C).

- I. La imagen es real.
- II. La imagen es invertida.
- III. La imagen es de igual tamaño que el objeto.



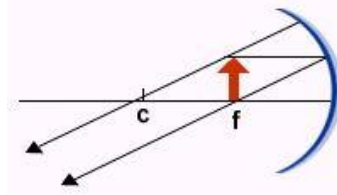
3. ESPEJO CONCAVO: Cuando el objeto se encuentra entre el centro de curvatura (C) y el foco (f).

- I. La imagen es real.
- II. La imagen es invertida.
- III. La imagen es más grande que el objeto.



4. ESPEJO CONCAVO: Cuando el objeto se encuentra en el foco (f).

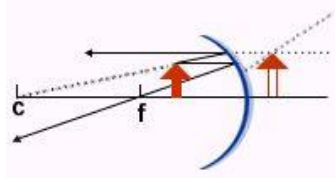
- I. La imagen no existe o se encuentra en el infinito.



5. ESPEJO CONCAVO: Cuando el objeto se encuentra entre el foco (f) y el vértice (V).

- I. La imagen es virtual.
- II. La imagen es derecha o erecta.

III. La imagen es más grande que el objeto.

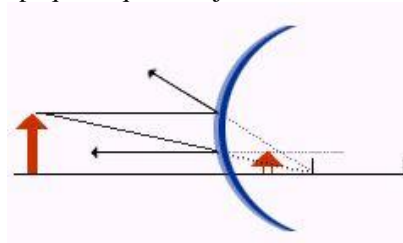


6. ESPEJO CONVEXO:

I. La imagen es virtual.

II. La imagen es derecha o erecta.

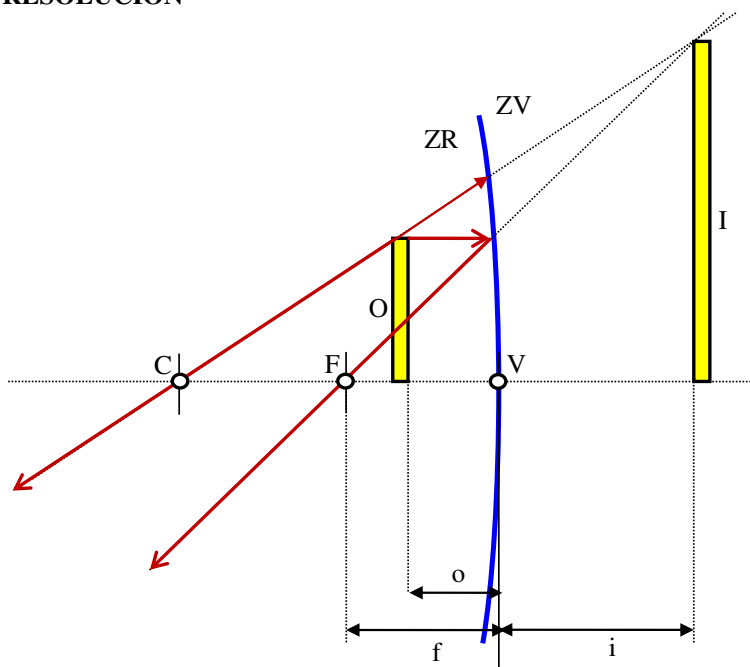
III. La imagen es más pequeña que el objeto.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Determine el radio de curvatura del espejo esférico que forma una imagen erguida y de un tamaño doble del objeto, cuando este se coloca a 20 cm delante del espejo.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Como la imagen es derecha y de mayor tamaño que el objeto, entonces se trata de un espejo cóncavo.

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$\text{Imagen derecha (+): } A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{2h}{h} \Rightarrow A = 2$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow 2 = -\frac{D_i}{20\text{ cm}} \Rightarrow D_i = -40\text{ cm}$$

TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-40} + \frac{1}{20} \Rightarrow f = 40\text{ cm}$$

$$\text{Pero: } R = 2.f \Rightarrow R = 80\text{ cm}$$

Respuesta. El radio de curvatura del espejo esférico es 80 cm.

2. Determinar el radio de curvatura y el tipo de espejo esférico de poca abertura considerando que cuando un objeto se coloca a 20 cm del espejo se produce una imagen virtual a 60 cm del espejo.

A) 60 cm y cóncavo

B) 60 cm y convexo

C) 30 cm y cóncavo

D) 30 cm y convexo

E) 90 cm y cóncavo

Resolución

Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{-60}$$

Resolviendo tenemos que:

$$f = +30 \text{ cm}$$

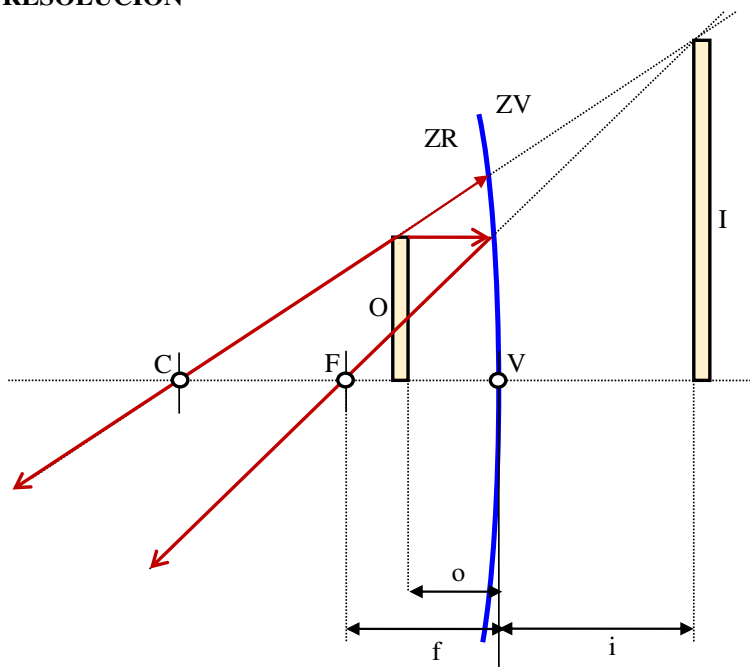
$$f = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2.f$$

Entonces el radio es $R = 60 \text{ cm}$

Respuesta: el radio de curvatura es 60 cm y el espejo es cóncavo.

3. Se coloca un objeto de 1 cm de altura frente a un espejo cóncavo de 48 cm de radio de curvatura. ¿A qué distancia del espejo se debe colocar el objeto se debe colocar el objeto para obtener una imagen erguida de 4 cm de altura?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Como la imagen es derecha y de mayor tamaño que el objeto, entonces se trata de un espejo cóncavo.

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$f = \frac{R}{2} \Rightarrow f = \frac{48}{2} \text{ cm} = 24 \text{ cm}$$

$$\text{Imagen derecha (+): } A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{4}{1} \Rightarrow A = 4$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow 4 = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = -4.D_o$$

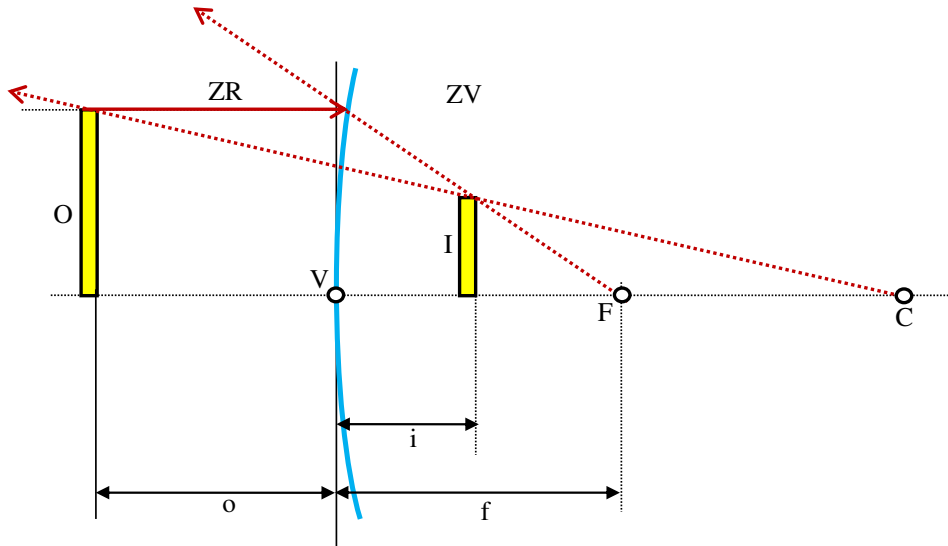
TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{1}{-4.D_o} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = 18 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 18 cm.

4. Un espejo convexo tiene 80 cm de radio de curvatura. ¿A qué distancia del espejo se debe colocar el objeto? para que el tamaño de su imagen sea 40 % del tamaño del objeto.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Sabemos que es un espejo convexo.

$$f = -\frac{R}{2} \Rightarrow f = -\frac{80}{2} \text{ cm} = -40 \text{ cm}$$

5. SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

Imagen derecha (+): $A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{40\% \cdot h}{h} \Rightarrow A = 0,4$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow 0,4 = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = -0,4 \cdot D_o$$

TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{-40} = \frac{1}{-0,4 \cdot D_o} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = 60 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 60 cm.

6. Un objeto situado a 140 cm de un espejo genera una imagen real situada a 35 cm del espejo. Determine la distancia focal de la lente y tipo de lente.



A) 28 cm y cóncavo
D) 14 cm y convexo

B) 28 cm y convexo
E) 25 cm y cóncavo

C) 14 cm y cóncavo

Resolución

Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

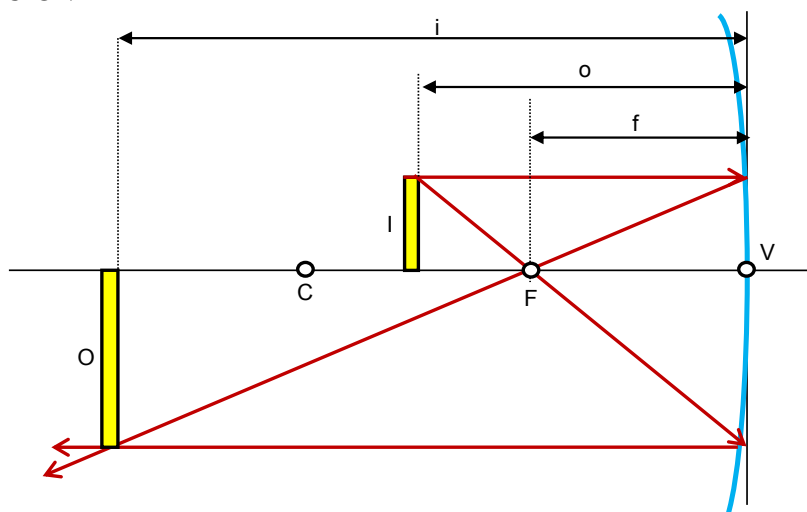
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{140} + \frac{1}{35}$$

Resolviendo tenemos que:

$$f = +28 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia focal es 28 cm y el espejo es cóncavo.

7. Un objeto se encuentra en el eje principal de un espejo cóncavo a una distancia de 60 cm del vértice del espejo. Determinar la distancia focal del espejo, si la imagen del objeto resulta aumentada 1,5 veces.

RESOLUCIÓN

SEGUNDO PASO. La distancia objeto es 60 cm. Veamos las siguientes ecuaciones.

Imagen invertida (-): $A = -\frac{H_i}{H_o} = -\frac{1,5h}{h} \Rightarrow A = -1,5$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -1,5 = -\frac{D_i}{60} \Rightarrow D_i = +90 \text{ cm}$$

TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{90} + \frac{1}{60} \Rightarrow f = +36 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia focal del espejo es 36 cm.

8. Un observador se ubica a 80 cm de un espejo cóncavo de 60 cm de radio de curvatura. Si el observador se acerca al espejo a razón de 10 cm/s mientras observa el espejo, ¿en cuánto tiempo más (en segundos) observará su imagen?

A) 2 s

B) 3 s

C) 4 s

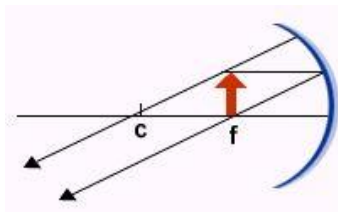
D) 5 s

E) 6 s

Resolución

En el instante que pasa por el FOCO, observará su *imagen virtual* en el espejo cóncavo. El foco se encuentra a 30 cm del vértice del espejo. El desplazamiento del objeto será: 80 cm - 30 cm = 50 cm. Si el objeto se acerca al espejo a razón de 10 cm/s, entonces después de 5 segundos pasará por

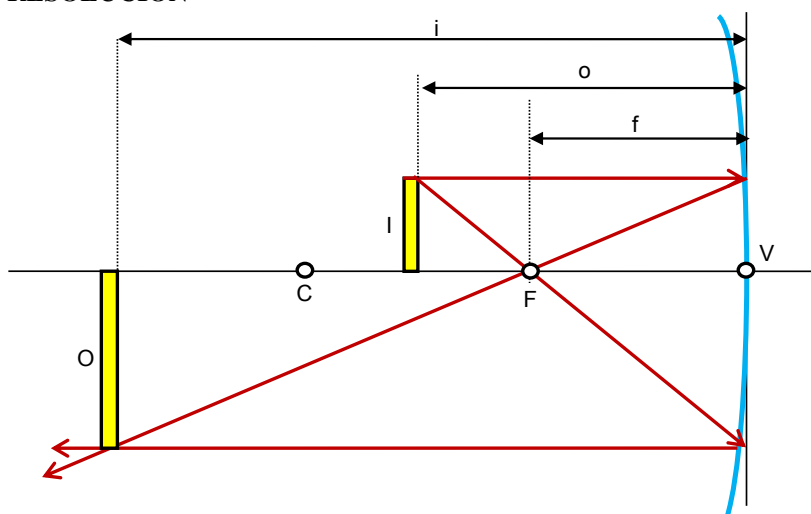
el foco. A partir de este instante la imagen será **virtual** y podrá observarse directamente en el espejo.



Respuesta: después de 5 segundos podrá de ver su imagen.

9. Considere los siguientes datos referentes a un objeto y su imagen proporcionada por cierto espejo: La distancia del objeto al espejo es 6 cm, su aumento es 5 veces, su imagen es invertida. Determinar su distancia focal. ¿Qué tipo de espejo es?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La distancia objeto es 6 cm. Veamos las siguientes ecuaciones.

La imagen es invertida y de mayor tamaño. (-): $A = -5$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -5 = -\frac{D_i}{6} \Rightarrow D_i = +30 \text{ cm}$$

SEGUNDO PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{30} + \frac{1}{6} \Rightarrow f = +5 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia focal del espejo es 5 cm. El espejo es esférico cóncavo.

10. Con un espejo cóncavo de 60 cm de distancia focal se obtuvo una imagen virtual. Si la distancia imagen es el doble de la distancia objeto, determine la distancia ente el objeto y el espejo (en cm).

A) 10

B) 12

C) 15

D) 20

E) 30

Resolución

El aumento de la imagen es: $A = \frac{D_i}{D_o} = \frac{2X}{X} = 2$

Si el espejo es **cóncavo**, entonces la distancia focal es positiva. La imagen es **virtual** entonces el

signo de la **distancia imagen** es negativa. Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow \frac{1}{60} = \frac{1}{X} + \frac{1}{-2X}$$

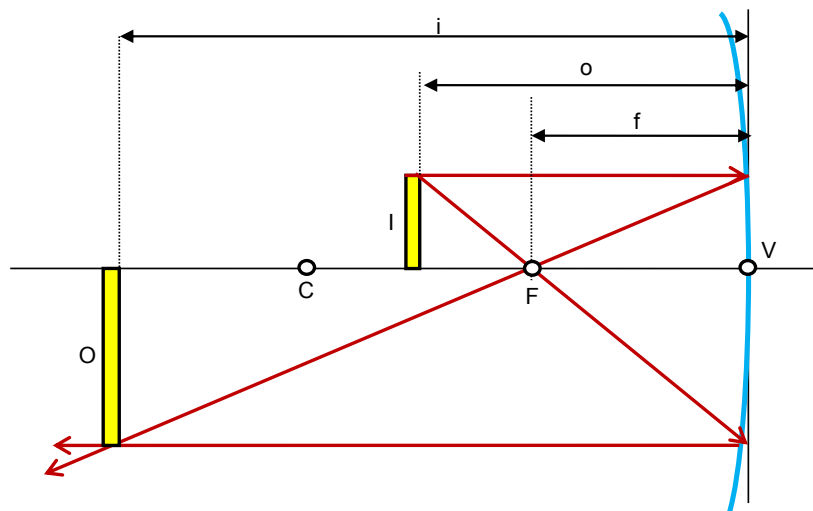
Resolviendo tenemos que:

$$X = 30 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia entre el objeto y el espejo 30 cm.

11. Se tiene un espejo esférico cóncavo de radio de curvatura 1 m. Determine la distancia del objeto al espejo, para que el tamaño de la imagen sea 5 veces el tamaño del objeto. La imagen es invertida.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. la distancia focal es la mitad del radio de curvatura, $f = \frac{R}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ m}$

Veamos las siguientes ecuaciones.

La imagen es invertida y de mayor tamaño. (-):

$$A = -\frac{H_i}{H_o} = -\frac{5h}{h} \Rightarrow A = -5$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -5 = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = +5.D_o$$

SEGUNDO PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{0,5} = \frac{1}{5.D_o} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = +0,6 \text{ m}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 0,6 m.

12. ¿Cuál es el radio de curvatura (en cm) de un espejo de afeitar que da un aumento doble de su rostro situado a 30 cm del espejo?

A) 100 B) 120 C) 150 D) 200 E) 80

Resolución

El tipo de espejo es cóncavo. Es el único espejo que da un aumento mayor de 1,0 y su imagen es virtual.

El aumento de la imagen es: $A = \frac{D_i}{D_o} = -\frac{(-2X)}{X} = 2$

Espejo cóncavo: la distancia focal es positiva.

La distancia objeto siempre positivo e igual a $X = 30$ cm.

Imagen virtual: distancia imagen negativa e igual a -60 cm.

Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{30} + \frac{1}{-60}$$

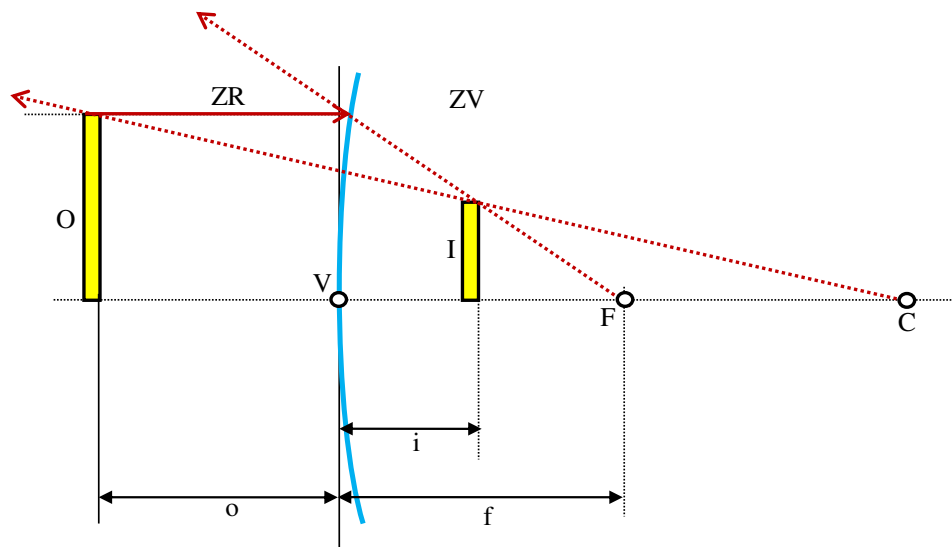
Resolviendo tenemos que: $f = +60$ cm

Sabiendo que la distancia focal es la mitad del radio, entonces el radio mide 120 cm.

Respuesta: el radio de curvatura del espejo es 120 cm.

13. Un objeto es colocado frente a un espejo esférico, el cual genera una imagen virtual 25% mas pequeña. Determina la distancia focal del espejo, si se sabe que la distancia entre el objeto y el espejo es 40 cm.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Se deduce por la información que se trata de un espejo esférico convexo.

Conocemos la distancia objeto: $D_o = 40$ cm

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$\text{Imagen derecha (+): } A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{75\% \cdot h}{h} \Rightarrow A = \frac{3}{4}$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow \frac{3}{4} = -\frac{D_i}{40} \Rightarrow D_i = -30 \text{ cm}$$

TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{40} \Rightarrow f = 120 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 120 cm.

14. Un objeto colocado frente a un espejo cóncavo produce una imagen real 5 veces el tamaño del objeto. Si la distancia entre el espejo y la imagen es 60 cm, determine el radio de curvatura del espejo (en cm).

A) 10

B) 12

C) 15

D) 20

E) 30

Resolución

El aumento de la imagen es: $A = -\frac{D_i}{D_o} = -\frac{5X}{X} = -5$

Espejo cóncavo: la distancia focal es positiva.

Imagen Real: la **distancia imagen** es positiva igual a $5X = 60$ cm.

La **distancia objeto** siempre positivo e igual a $X = 12$ cm.

Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

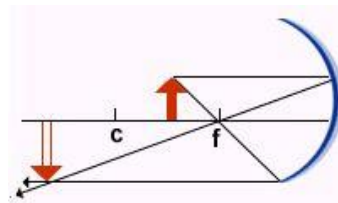
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{12} + \frac{1}{60}$$

Resolviendo tenemos que:

$$f = +10 \text{ cm}$$

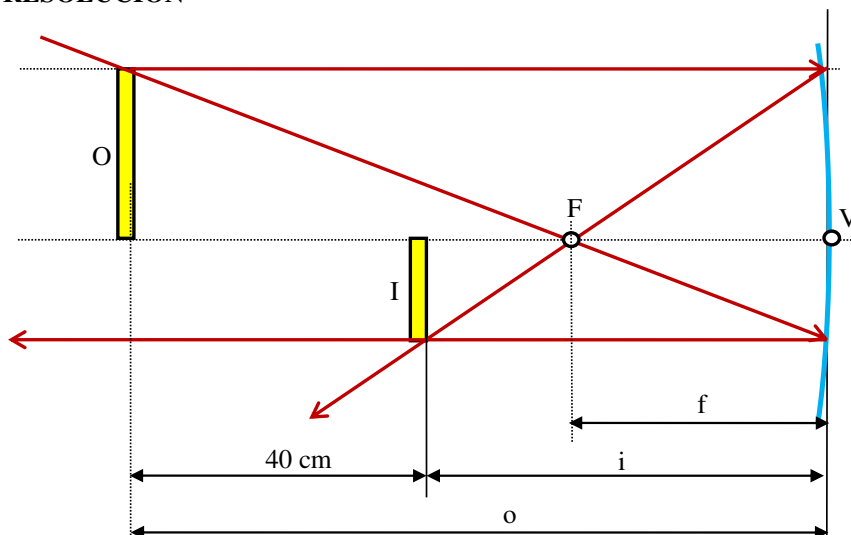
Sabiendo que la distancia focal es la mitad del radio, entonces el radio mide 20 cm.

Respuesta: el radio de curvatura del espejo es 20 cm.



15. Valiéndose de un espejo esférico, un objeto de altura 15 cm se ha obtenido una imagen invertida de altura 9 cm. La distancia entre el objeto y la imagen es 40 cm. Determine la distancia focal del espejo.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Se deduce por la información que se trata de un espejo esférico cóncavo.

Conocemos: $D_o = 40 + D_i \dots (1)$

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

Imagen invertida (-): $A = -\frac{H_i}{H_o} = -\frac{9}{15} \Rightarrow A = -\frac{3}{5}$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -\frac{3}{5} = -\frac{D_i}{D_i + 40} \Rightarrow D_i = 60 \text{ cm}$$

Reemplazando en (1): La distancia objeto es, $D_o = 40 + 60 = 100 \text{ cm}$

TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{60} + \frac{1}{100} \Rightarrow f = 37,5 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia focal del espejo es 37,5 cm.

16. La imagen de un objeto vista en un espejo convexo ($f = -50 \text{ cm}$) está a 20 cm detrás del espejo. Calcule el aumento del espejo, ¿la imagen es derecha o invertida?

A) +0,6 y derecha

B) +0,7 y derecha

C) +0,8 y derecha

D) -0,6 y invertida

E) -0,4 y invertida

Resolución

Si el espejo es **convexo**, entonces la distancia focal es negativa. La imagen es **virtual**, entonces el signo de la **distancia imagen** es negativa. Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

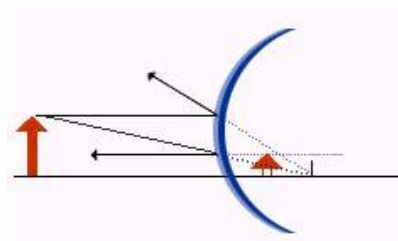
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} \Rightarrow \frac{1}{-50} = \frac{1}{X} + \frac{1}{-20}$$

Resolviendo tenemos que: $X = \frac{100}{3} \text{ cm}$

El aumento de la imagen es: $A = -\frac{D_i}{D_o} = -\frac{(-20)}{\frac{100}{3}} = +0,6$

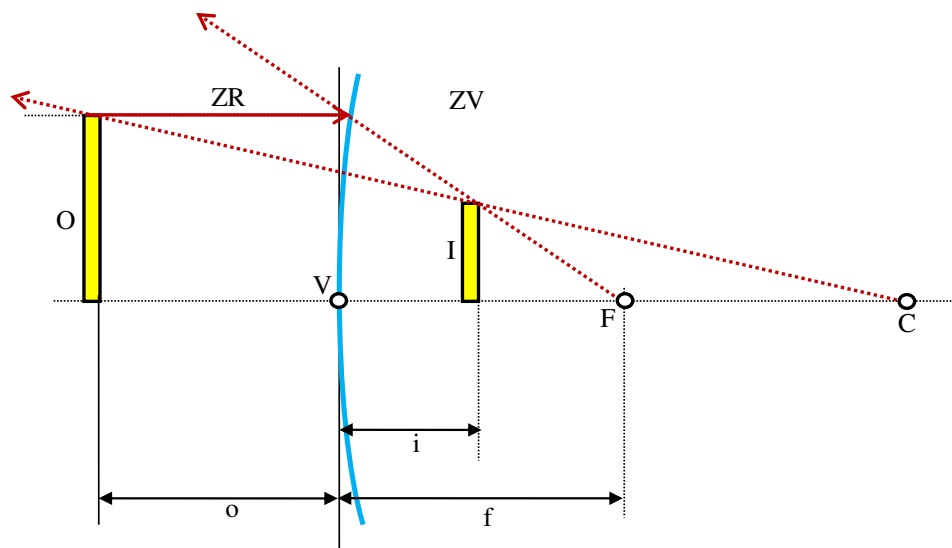
Convencionalmente si el aumento **A** es positivo (+), entonces la imagen es derecha.

Respuesta: el aumento es 0,6 y la imagen es siempre derecha (no invertida).



17. Un espejo convexo tiene 80 cm de radio de curvatura. ¿A qué distancia del espejo se debe colocar el objeto para que el tamaño de su imagen sea 40 % del tamaño del objeto?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Conocemos el radio de curvatura. Espejo convexo, la distancia focal es

$$\text{negativa: } f = -\frac{R}{2} \Rightarrow f = -\frac{80}{2} = -40 \text{ cm}$$

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$\text{Imagen derecha (+): } A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{40\%h}{h} \Rightarrow A = 0,4$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow 0,4 = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = -0,4.D_o$$

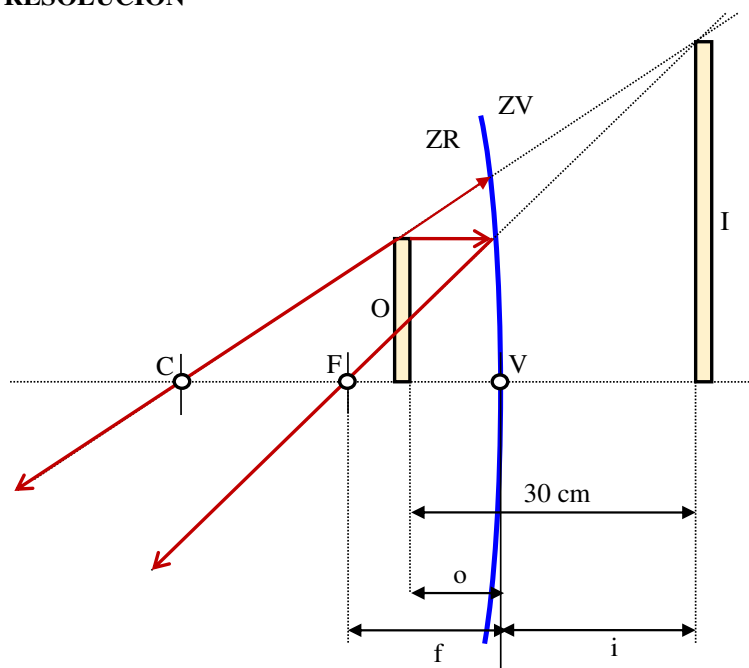
TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o} \Rightarrow \frac{1}{-40} = \frac{1}{-0,4.D_o} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = 60 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 60 cm.

18. Un objeto frente a un espejo esférico produce, una imagen virtual, de tamaño doble que la del objeto, si la distancia entre el objeto y la imagen es 30 cm. Determine la distancia focal del espejo.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Como la imagen es virtual y de mayor tamaño que el objeto, entonces se trata de un espejo cóncavo.

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$D_o + |D_i| = 30 \text{ cm} \dots (1)$$

$$\text{Imagen derecha (+): } A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{2h}{h} \Rightarrow A = 2$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow 2 = \frac{|D_i|}{D_o} \Rightarrow |D_i| = 2.D_o \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1): $|D_i| = 20 \text{ cm}$ y $D_o = 10 \text{ cm}$

La distancia del espejo a la imagen es negativa, se encuentra en la zona virtual.

$$|D_i| = 20 \text{ cm} \quad \text{y} \quad D_i = -20 \text{ cm}$$

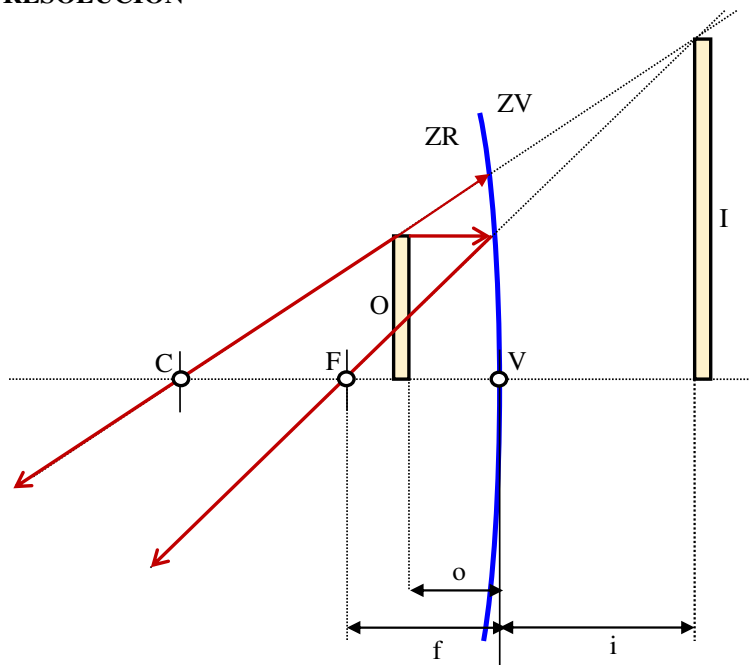
TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{10} \Rightarrow f = +20 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia focal del espejo es 20 cm.

19. Dado un espejo cóncavo de radio de curvatura 1 metro, determine la distancia del objeto al espejo para que el tamaño de la imagen sea $\frac{4}{3}$ del tamaño del objeto.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Como la imagen es virtual y de mayor tamaño que el objeto, es un espejo cóncavo.

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$f = +\frac{R}{2} \Rightarrow f = +\frac{100 \text{ cm}}{2} = +50 \text{ cm} \dots (1)$$

Imagen derecha (+): $A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)h}{h} \Rightarrow A = \frac{4}{3}$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow \frac{4}{3} = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = -\left(\frac{4}{3}\right) \cdot D_o \dots (2)$$

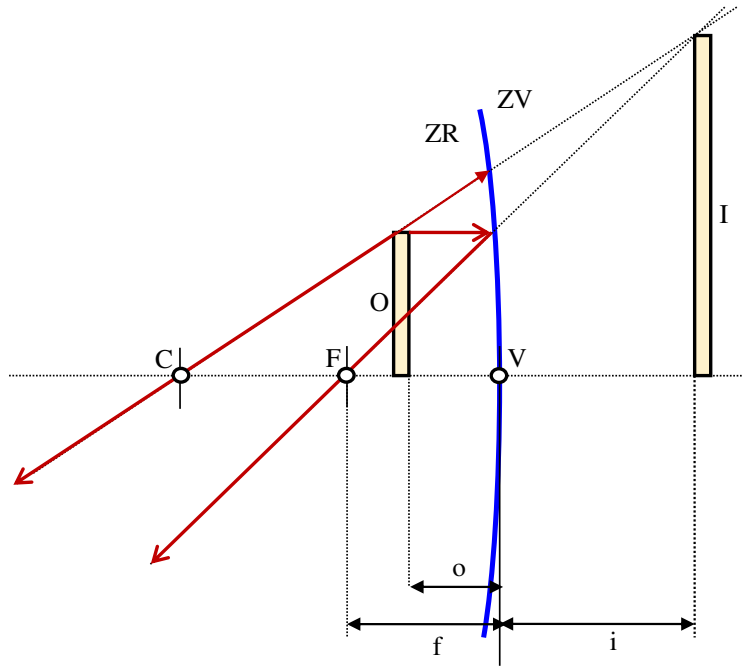
TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{50} = \frac{1}{-\frac{4}{3}D_o} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = +12,5 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 12,5 cm.

20. Se tiene un espejo cóncavo. A 20 cm de su vértice se coloca un objeto, obteniéndose una imagen derecha cuya altura es tres veces la altura del objeto. Determine el radio de curvatura.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Como la imagen es virtual y de mayor tamaño que el objeto, es un espejo cóncavo.

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

Imagen derecha (+): $A = +\frac{H_i}{H_o} = \frac{3h}{h} \Rightarrow A = 3$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow 3 = -\frac{D_i}{20} \Rightarrow D_i = -60 \text{ cm} \dots (2)$$

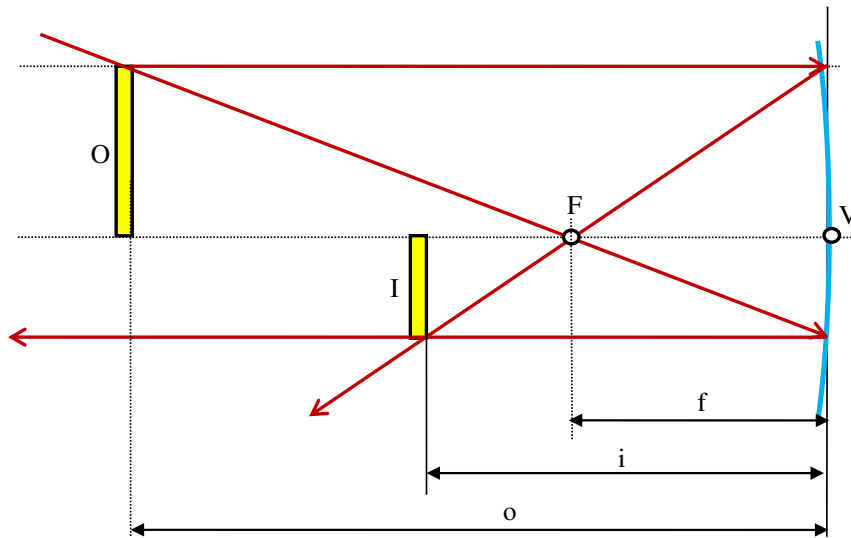
TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-60} + \frac{1}{20} \Rightarrow f = +30 \text{ cm}$$

Respuesta. La distancia focal del espejo es 30 cm y radio 60 cm.

21. ¿A qué distancia de un espejo cóncavo de radio 1 metro se debe colocar un objeto? para que el tamaño de la imagen sea la mitad del tamaño del objeto.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Se deduce por la información que se trata de un espejo esférico cóncavo.

$$f = +\frac{R}{2} \Rightarrow f = +\frac{100\text{cm}}{2} = +50\text{cm} \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

$$\text{Imagen invertida (-): } A = -\frac{H_i}{H_o} = -\frac{\left(\frac{h}{2}\right)}{h} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = 0,5.D_o$$

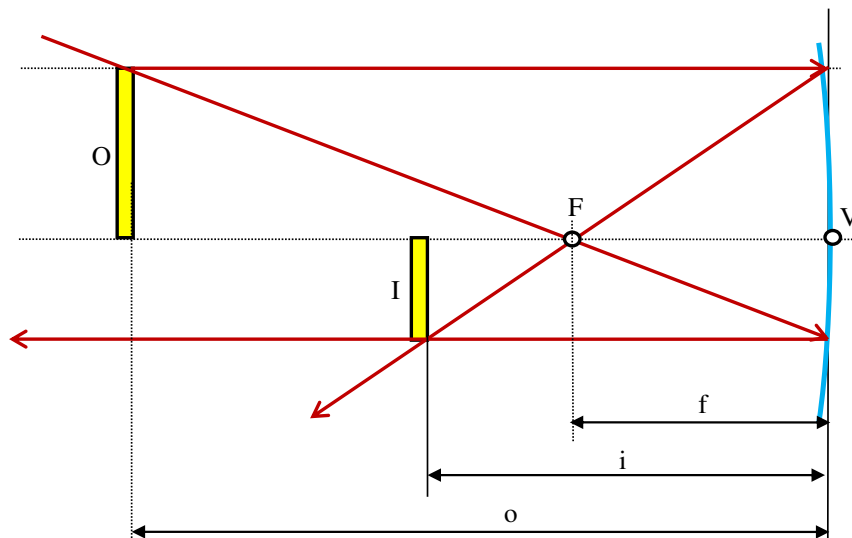
TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{50} = \frac{1}{0,5.D_o} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = 150\text{cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 150 cm.

22. Un objeto se encuentra frente a un espejo cóncavo de 180 cm de radio. Calcule la distancia del objeto al espejo, para obtener una imagen cuya altura sea un tercio de la altura del objeto.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Se deduce por la información que se trata de un espejo esférico cóncavo.

$$f = +\frac{R}{2} \Rightarrow f = +\frac{180\text{cm}}{2} = +90\text{cm} \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Veamos las siguientes ecuaciones.

Imagen invertida (-): $A = -\frac{H_i}{H_o} = -\frac{h}{3h} \Rightarrow A = -\frac{1}{3}$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot D_o$$

TERCER PASO. Ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{90} = \frac{1}{\frac{D_o}{3}} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = 360\text{cm}$$

Respuesta. La distancia del objeto al espejo es 360 cm.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Determinar el radio de curvatura y el tipo de espejo esférico de poca abertura considerando que cuando un objeto se coloca a 20 cm del espejo se produce una imagen virtual a 60 cm del espejo.
- A) 60 cm y cóncavo B) 60 cm y convexo C) 30 cm y cóncavo
D) 30 cm y convexo E) 90 cm y cóncavo

2. Un objeto situado a 140 cm de un espejo genera una imagen real situada a 35 cm del espejo. Determine la distancia focal de la lente y tipo de lente.



- A) 28 cm y cóncavo B) 28 cm y convexo C) 14 cm y cóncavo
D) 14 cm y convexo E) 25 cm y cóncavo
3. Un observador se ubica a 80 cm de un espejo cóncavo de 60 cm de radio de curvatura. Si el observador se acerca al espejo a razón de 10 cm/s mientras mira el espejo, ¿en cuánto tiempo más (en segundos) observará su imagen?
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6
- 4.* Empleando un espejo cóncavo de 12 cm de distancia focal, se obtuvo una imagen real más pequeña que el objeto, la cual se formó a 10 cm del objeto. ¿A qué distancia del espejo se formó la imagen?
- A) 6 B) 12 C) 15 D) 20 E) 30
5. Un objeto se encuentra a 60 cm de un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal, si el objeto se aleja 20 cm más del espejo, ¿en cuánto se desplazará la imagen (en cm)?
- A) 30 B) 26,7 C) 3,3 D) 6,7 E) 9,9
- 6.* La distancia entre el objeto y su respectiva imagen usando un espejo convexo es 30 cm, pero si la distancia entre el espejo y el objeto se reduce en 50 % la imagen se forma a $\frac{20}{3}$ cm del espejo. Determine la distancia focal del espejo.
- A) -10 B) -12 C) -15 D) -20 E) -30
7. Con un espejo cóncavo de 60 cm de distancia focal se obtuvo una imagen virtual. Si la distancia imagen es el doble de la distancia objeto, determine la distancia ente el objeto y el espejo (en cm).
- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 30
8. Un objeto colocado frente a un espejo cóncavo produce una imagen real 5 veces el tamaño del objeto. Si la distancia entre el espejo y la imagen es 60 cm, determine el radio de curvatura del espejo (en cm).
- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 30

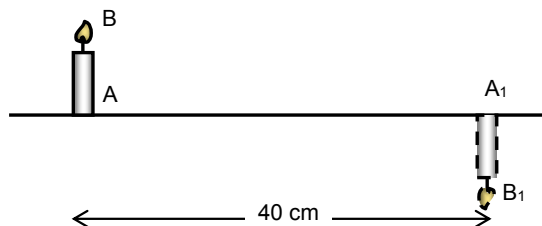
9. Un espejo cóncavo y otro convexo, ambos de 40 cm de radio, se encaran separados a 100 cm. Equidistante entre los espejos se coloca un objeto, considerando que la primera reflexión tiene lugar en el espejo cóncavo, ¿a qué distancia del espejo convexo se formará la segunda imagen debido a la segunda reflexión (en cm)?
A) -15,38 B) -12,38 C) -18,38 D) -20 E) -30
10. Un objeto se encuentra a 2 cm frente a un espejo convexo ($f = -1$ cm). Halle el cambio porcentual en la magnificación cuando el objeto se acerca 0,5 cm hacia la lente.
A) 15% B) 16% C) 20% D) 33% E) 35%
11. La imagen de un objeto vista en un espejo convexo ($f = -50$ cm) está a 20 cm detrás del espejo. Calcule el aumento del espejo, ¿la imagen es derecha o invertida?
A) +0,6 y derecha B) +0,7 y derecha C) +0,8 y derecha
D) -0,6 y invertida E) -0,4 y invertida
12. Un espejo forma una imagen agrandada e invertida de un objeto, siendo la distancia de la imagen al espejo 50 cm. Si la distancia entre la imagen y el objeto es de 10 cm, determine la distancia focal de la lente.
A) 10,2 B) 12,2 C) 15,2 D) 20,2 E) 22,2
13. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F):
I. En un espejo cóncavo si la distancia p del objeto es el doble de la distancia focal la imagen es invertida y de menor tamaño.
II. En un espejo convexo el foco se localiza detrás del objeto y la imagen es virtual, invertida y de menor tamaño.
III. En los espejos esféricos no se cumple que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.
A) FFF B) FFV C) FVV D) VFV E) VVV
14. Es muy frecuente observar en los medios de transporte masivo o en algunos supermercados el uso de espejos convexos con el objeto de supervisar a los usuarios. Ello se debe a que en estos espejos:
I. Las características de la imagen dependen de la posición del objeto.
II. La imagen es derecha y menor que el objeto.
III. La imagen es invertida y mayor que el objeto.
IV. La imagen es derecha y mayor que el objeto.
A) I B) II C) III D) IV E) I y III
15. Respecto de los espejos esféricos, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
I. Los espejos convexos generan imágenes virtuales de mayor tamaño que el objeto.
II. Los espejos cóncavos pueden generar imágenes virtuales y reales.
III. Se coloca un objeto en el eje principal a una distancia igual a la distancia focal en un espejo convexo, la imagen aparece a una distancia muy grande o infinita
A) VVV B) FFF C) VVF D) FVF E) FFV
16. Se tiene un espejo esférico cóncavo (de radio $R = 1$ m). Determine la distancia objeto (en m) para que el tamaño de la imagen sea doble del tamaño del objeto.

- A) 0,8 B) 0,7 C) 0,6 D) 0,5 E) ninguna

17. Un objeto es colocado frente a un espejo esférico, si se genera una imagen virtual 25% más pequeña, determine la distancia focal del espejo, si se sabe que la distancia entre el objeto y el espejo es de 30 cm.

- A) - 120 B) 120 C) 60 D) - 60 E) ninguna

18. Valiéndose de un espejo esférico se ha obtenido una imagen $A_1B_1 = 9 \text{ cm}$ del objeto $AB = 15 \text{ cm}$. Determine la distancia focal del espejo (en cm)



- A) 12,5 B) 15,0 C) 17,5 D) 20,0 E) ninguna

19. Un espejo convexo tiene 60 cm de radio de curvatura. La distancia, en cm a la superficie del espejo a la que debe colocarse un objeto para que el tamaño de su imagen sea el 40% del tamaño del objeto es:

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) ninguna

20. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. En un espejo cóncavo, el foco se sitúa en la zona virtual.
- II. La imagen de un objeto frente a un espejo convexo es siempre de menor tamaño.
- III. Si un objeto se sitúa en el foco de un espejo cóncavo, no se forma imagen.

- A) FFF B) FVF C) FVV D) VFF E) VVV

21. Un objeto frente a un espejo esférico produce una imagen virtual de tamaño doble que la del objeto, si la distancia entre el objeto y la imagen es 30 cm. Determine (en cm) la distancia del objeto al espejo.

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

22. Las proposiciones siguientes se refieren a un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es 60 cm. Señale la que está equivocada.

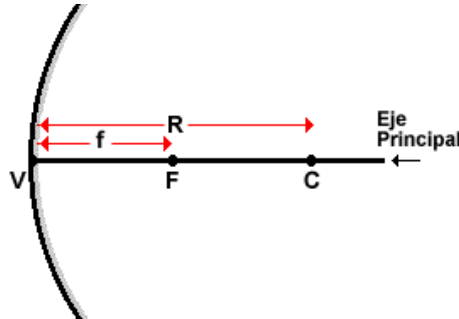
- A) Un objeto pequeño situado a 20 m del espejo tendrá su imagen prácticamente en el foco.
- B) Los rayos luminosos que inciden en el espejo y pasan por el centro de curvatura se reflejan paralelamente a su eje.
- C) La imagen de un objeto situada a 10 cm del espejo será virtual.
- D) Un rayo incidente y el respectivo rayo reflejado forman ángulos iguales con la recta que une el punto de incidencia con el centro de curvatura.
- E) La imagen de un objeto situado a 35 cm del espejo será real.

23. Un objeto se encuentra a 60 cm de un espejo esférico cóncavo. Si se acerca 10 cm al espejo la distancia entre el espejo y la imagen, se hace $\frac{5}{3}$ veces mayor. Determine la distancia focal del espejo (en cm)
A) 25 B) 30 C) 40 D) 45 E) 50
24. Un objeto se encuentra a 800 mm de un espejo esférico convexo de radio de curvatura 400 mm. Si la distancia objeto se reduce en 100 mm, la distancia imagen varía en:
A) 10 mm B) 20 mm C) 100 mm D) 200 mm E) ninguna
25. Dado un espejo cóncavo de radio de curvatura $R = 1\text{ m}$, determine la distancia objeto (en m) para que el tamaño de la imagen sea $\frac{4}{3}$ del tamaño del objeto.
A) 0,12 B) 0,40 C) 0,58 D) 0,64 E) 0,70
26. Se tiene un espejo cóncavo. A 20 cm de su vértice se coloca un objeto, obteniéndose una imagen derecha cuya altura es tres veces la altura del objeto. Determine, en cm, el radio de curvatura del espejo.
A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70
27. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. En un espejo convexo las imágenes formadas son siempre imágenes virtuales.
II. Un espejo retrovisor es un espejo cóncavo.
III. Un espejo de aumento, es un espejo cóncavo, en el que el objeto se ubica entre el foco y el espejo.
A) FVF B) VFF C) FFV D) VVV E) VFV
28. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
I. Un espejo esférico tiene 10 cm de radio. Si se coloca un objeto a 2 cm frente a él y su imagen es virtual, entonces se puede afirmar que el espejo es convexo.
II. Una fuente de luz está a 1 m de un espejo cóncavo, de 0,5 m de radio de curvatura, su imagen es virtual, derecha y más pequeña que el objeto.
III. El espejo retrovisor de un camión es convexo, con 22 cm de radio de curvatura. Un automóvil está a 17 m del espejo, su imagen está a 11 cm, es virtual y derecha.
A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y III E) Todas
29. ¿A qué distancia (en m) del foco de un espejo cóncavo de radio $R = 1\text{ m}$ se debe de colocar un objeto para que la imagen sea la mitad del objeto?
A) 0,5 B) 0,8 C) 1 D) 1,5 E) 2
30. Un espejo cóncavo tiene una distancia focal de 2 m, un objeto es colocado entre el espejo y el foco a 0,5 m de este. Determine la distancia (en m) de la imagen al foco.
A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) ninguna
31. Un objeto de 150 cm de altura se encuentra frente a un espejo cóncavo de 180 cm de radio. Calcule la distancia del objeto al espejo para obtener una imagen de un tercio de la altura del objeto.
A) 90 B) 180 C) 270 D) 360 E) 450

32. Un objeto se encuentra frente a un espejo cóncavo ubicado ente el centro de curvatura y el foco. Determine la característica de la imagen.
- A) La imagen es invertida, real y de menor tamaño que el objeto.
 - B) La imagen es invertida, real y de mayor tamaño que el objeto.
 - C) La imagen es derecha, real y de mayor tamaño que el objeto.
 - D) La imagen es derecha, virtual y de mayor tamaño que el objeto.
 - E) La imagen se encuentra en el infinito o no hay imagen.

33. ¿Qué tipo de imagen forma un objeto que se encuentra a 5 cm de distancia de un espejo cóncavo de 10 cm de distancia focal?
- A) Real – invertida
 - B) Real – derecha
 - C) Virtual – invertida
 - D) Virtual – derecha
 - E) El aumento es infinito.

34. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



- I. Los espejos cóncavos generan siempre imágenes reales, invertidas y de diferentes tamaños que el objeto.
- II. Los espejos planos dan imágenes derechas, reales y del mismo tamaño que el objeto.
- III. Los espejos cóncavos y convexos generan imágenes virtuales y derechas cuando el objeto esta entre el foco y el vértice.
- IV. Las imágenes de un objeto situado en el centro de curvatura de un espejo cóncavo esta en el infinito.

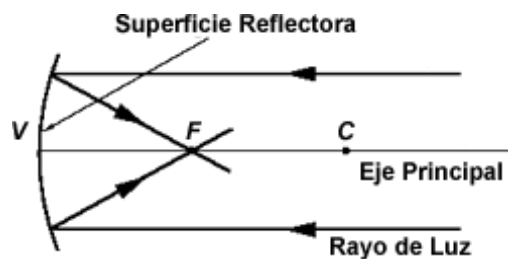
A) VVVV B) FFVF C) VFFV D) FFFF E) FVVV

35. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son falsas (F) o verdaderas (V) con relación a un objeto frente a un espejo cóncavo?



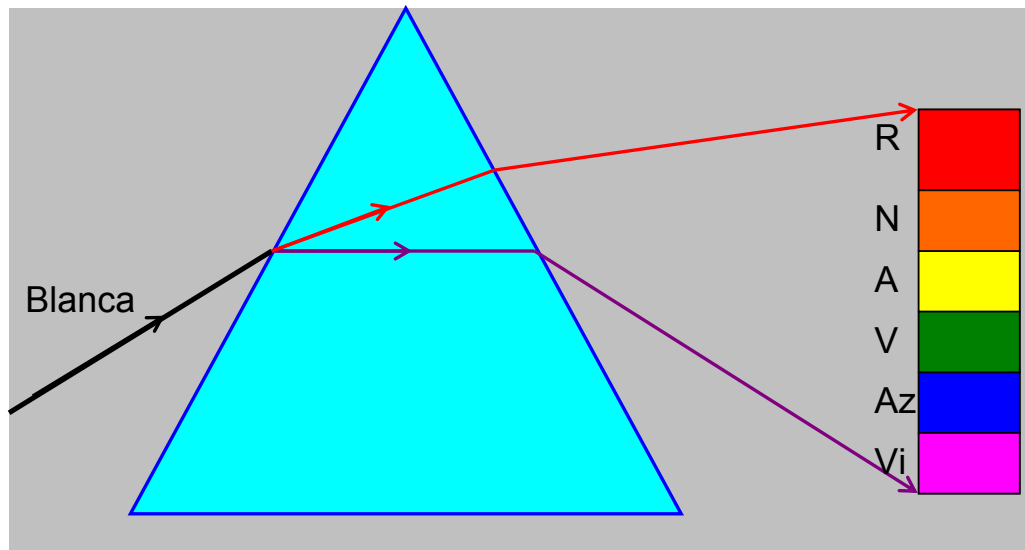
- I. Si el objeto se sitúa en el foco, no se forma imagen.
II. Si el objeto se sitúa entre el centro de curvatura y el foco, la imagen se forma en la zona virtual del espejo.
III. Si el objeto se sitúa en el centro de curvatura, su imagen es real e invertida.
- A) FFF B) VFF C) VVF D) VFV E) VVV

36. Un objeto se encuentra frente a un espejo cóncavo ubicado a una distancia igual al triple del radio de curvatura. Determine la característica de la imagen.



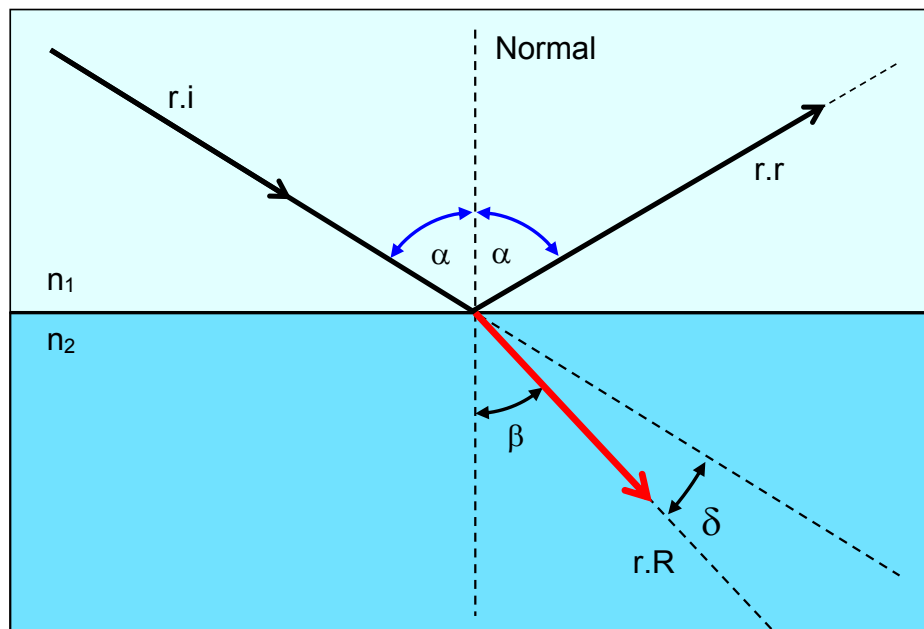
- A) La imagen es invertida, real y de menor tamaño que el objeto.
B) La imagen es invertida, real y de mayor tamaño que el objeto.
C) La imagen es derecha, real y de mayor tamaño que el objeto.
D) La imagen es derecha, virtual y de mayor tamaño que el objeto.
E) La imagen se encuentra en el infinito o no hay imagen.

REFRACCIÓN DE LA LUZ



1. CONCEPTO. Es aquel fenómeno que experimenta un rayo u onda luminosa al pasar de una sustancia hacia otra una desviación en su dirección y modificando su velocidad y longitud de onda. Es la desviación del rayo de luz cuando se propaga de un medio a otro de diferente índice de refracción, como el fenómeno que observas en la figura.

2. LEYES DE LA REFRACCIÓN



Primera Ley: El rayo incidente la normal y el rayo refractado siempre se encuentra en un mismo plano, el cual es perpendicular al plano de separación de sustancias.

Ley (LEY DE SNELL): La relación entre los ángulos de incidencia y refracción están ligados a los índices de refracción de los medios donde se propaga la luz.

$$n_1 \cdot \text{Sen} \alpha = n_2 \cdot \text{Sen} \beta$$

Cálculo del ángulo de desviación de haz luminoso:

$$\delta = \alpha - \beta$$

3.EL CAMINO MAS RÁPIDO. “Toda onda electromagnética y en particular la LUZ busca el camino más rápido y no el más corto”.

4.ÍNDICE DE REFRACCIÓN (n)

La velocidad “V” que lleva la luz al atravesar un medio material (vidrio, agua, aire, etc.) es propia del mismo y siempre inferior a la del vacío C.

Se define como índice de refracción “n” de un medio al cociente:

$$n = \frac{C}{V} \Rightarrow n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{(\epsilon_R \epsilon_0) \cdot (\mu_R \mu_0)}}} = \sqrt{(\epsilon_R) \cdot (\mu_R)}$$

$$n = \sqrt{(\epsilon_R) \cdot (\mu_R)}$$

(μ_R) : Permeabilidad magnética relativa del medio refractado.

(ϵ_R) : Constante dieléctrica del medio refractado.

Es evidente que siempre $n \geq 1$, excepto para el vacío en que $n = 1$ (también para el aire es muy aproximadamente 1) y tanto mayor cuanto menor sea V.

Por otra parte, la disminución brusca de la velocidad al pasar la luz del vacío (o aire) al medio no es de igual magnitud para todas las que es más intensa a medida que la longitud de onda es menor, es decir, que mientras todos los colores se propagan a igual velocidad en el vacío, no lo hacen así por medio material; o en otras palabras, el índice de refracción “n” de un medio material es función de la frecuencia (f) de la radiación. A este fenómeno se le llama DISPERSIÓN. Vemos, pues, que el vacío (o aire) no es disperso.

Por lo dicho anteriormente, los “n” de los distintos medios se hacen todos con referencia a una misma frecuencia (f), puesto que un mismo medio tiene “n” diferentes para cada color (al ser la frecuencia de ellos diferente). Así el agua presenta para la luz roja un $n = 1,340$.

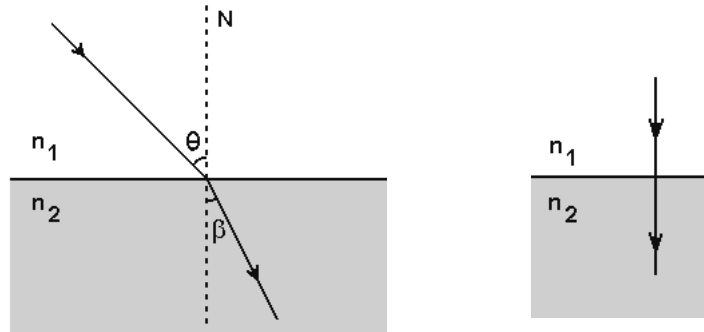
Como todo color se caracteriza por una frecuencia (f) fija, a consecuencia de la disminución de la velocidad de la luz, también lo hace la longitud de onda (λ).

En general, al pasar de un medio a otro, la **frecuencia** (color) de una onda luminosa (y toda OEM) no varía haciéndolo en cambio su longitud de onda. De esta manera siempre que definimos a un color por su longitud de onda se sobreentiende que es la correspondiente al vacío.

5. APLICACIONES DE LA LEY DE SNELL:

En la refracción mostrada se cumple que:

$$n_1 \cdot \text{Sen} \theta = n_2 \cdot \text{Sen} \beta$$

**Casos particulares:**

(1) Si el rayo de luz se propaga de un medio de menor índice de refracción a otro de mayor índice, el rayo refractado se acerca a la línea normal.

Si: $n_1 < n_2 \Rightarrow \theta > \beta$

(2) Si el rayo de luz se propaga de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice, el rayo refractado se aleja a la línea normal.

* Si: $n_1 > n_2 \Rightarrow \theta < \beta$

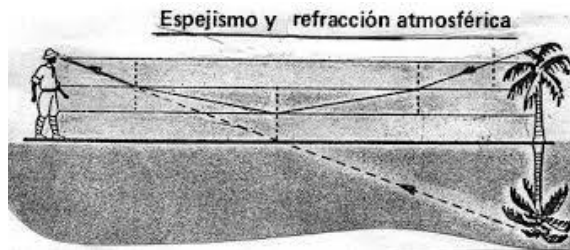
(3) Si el rayo incide perpendicularmente a la superficie, entonces el rayo no experimenta desviación.

* Si: $\theta = 0^\circ \Rightarrow \beta = 0^\circ$

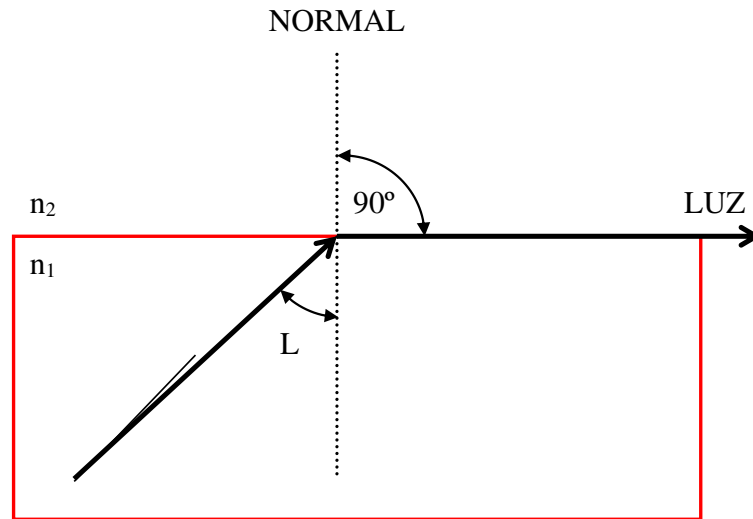
6. ESPEJISMO

La luz se refracta en el aire caliente. Es un fenómeno de reflexión total. Como el aire caliente es menos denso que el frío, cuando por acción de la radiación solar, el suelo se calienta, las capas de aire que están en contacto con él están más calientes que las superficies y son, por lo tanto, menos densas.

En la figura, un rayo va incidiendo con ángulos cada vez mayores, por sucesivas refracciones, hasta alcanzar el ángulo límite, y a partir de entonces se produce la reflexión total.



7. **ÁNGULO LÍMITE (L).** Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:



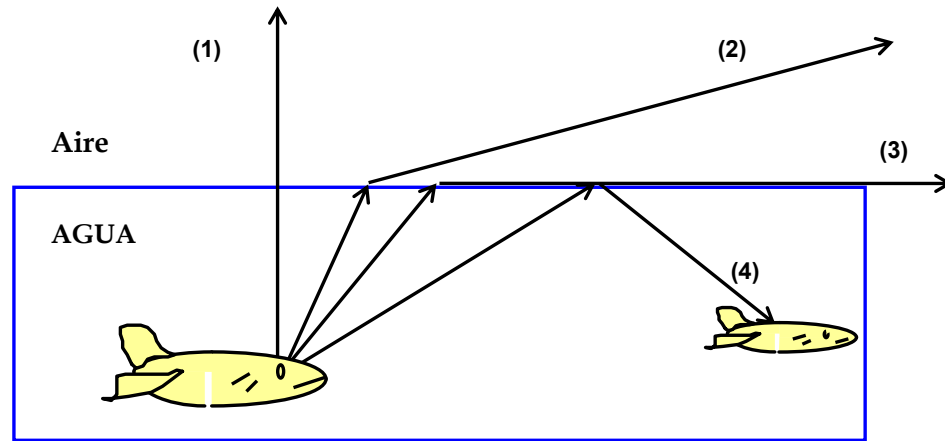
$$n_1 \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_2 \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

Despejando tenemos:

$$\text{Sen} \hat{L} = \frac{n_2}{n_1}$$

La medida del ángulo es:

$$\hat{L} = \text{arc. Sen} \left[\frac{n_2}{n_1} \right]$$



(1): Todo haz luminoso que incide perpendicularmente a la superficie se refracta sin cambiar de dirección.

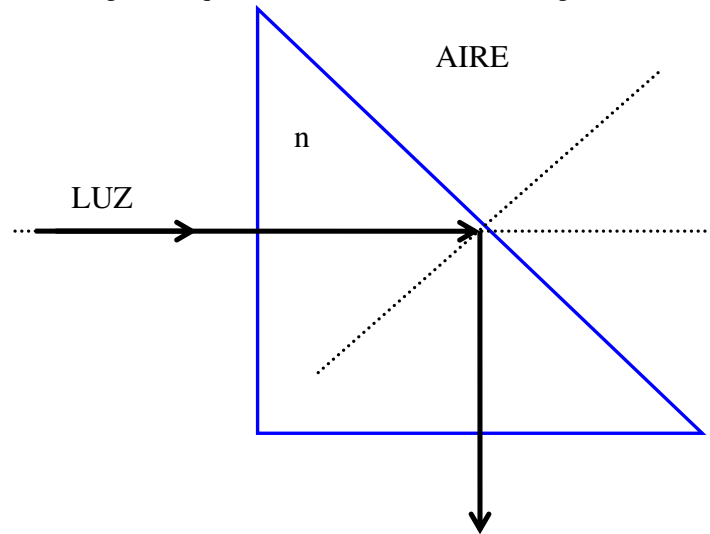
(2): Todo haz luminoso que pasa de un medio de **mayor** índice de refracción a otro de **menor** índice de refracción, se refracta alejándose de la línea normal.

(3): Se dice que el ángulo de incidencia toma su valor **crítico** (ángulo límite) cuando produce un ángulo de refracción igual a 90° .

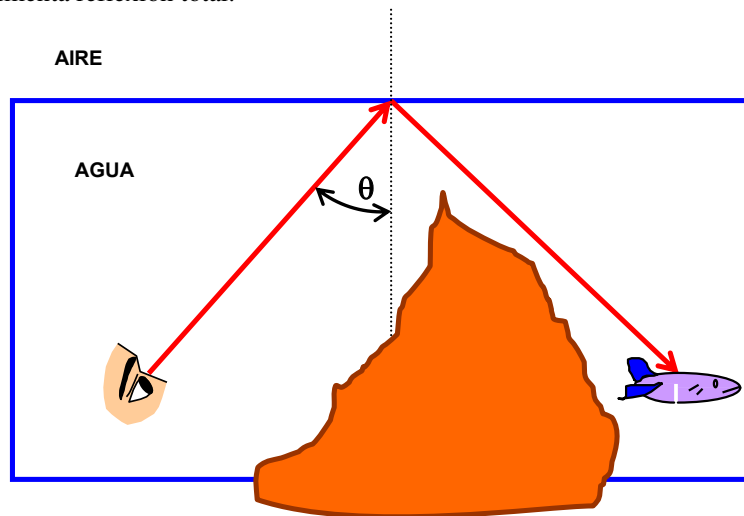
(4): Si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo **crítico**, entonces se produce la reflexión total, es decir la superficie que divide los dos medios (aire – agua) se comporta como un espejo.

8. REFLEXIÓN TOTAL (θ)

Es aquel fenómeno que se produce cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite. Consiste en que el rayo luminoso no emerge, sino que se refleja con un ángulo igual al de incidencia. La superficie que divide los dos medios se comporta como un espejo plano.



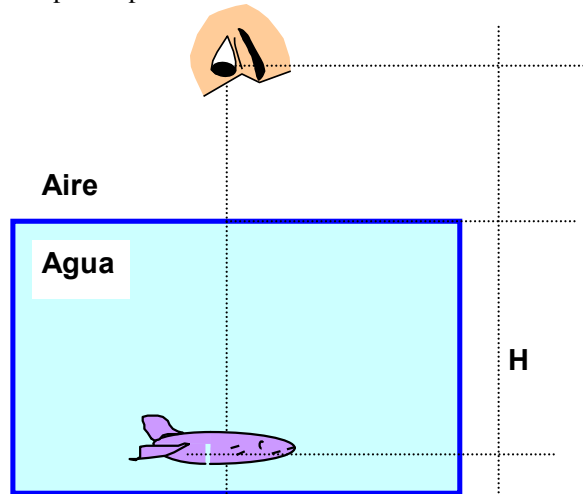
Se muestra un prisma cuya base es un triángulo rectángulo isósceles, donde el rayo luminoso experimenta reflexión total.



Si el ángulo de incidencia θ es mayor que el ángulo **crítico**, entonces se produce la reflexión total, es decir la superficie que divide los dos medios (aire – agua) se comporta como un espejo.

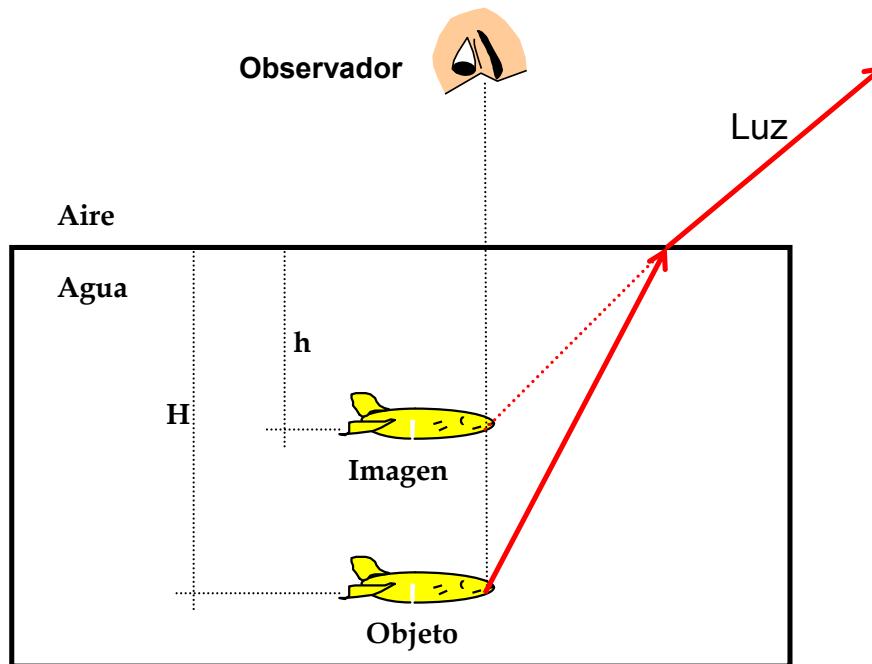
9. PROFUNDIDAD APARENTE

Un pez se encuentra en el fondo de un lago de profundidad H . Determine a que profundidad aparente se encuentra el pez respecto del observador.



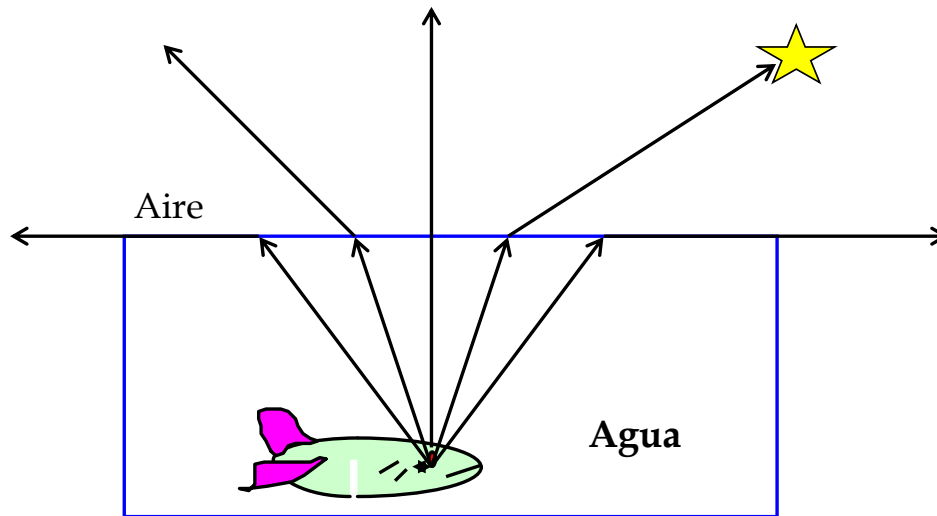
La profundidad aparente h , que observa al pez es:

$$h = \frac{n_{\text{AIRE}}}{n_{\text{AGUA}}} H$$



10. VENTANA CIRCULAR

Un pez se encuentra sumergido en el fondo del lago. Si la distancia entre los ojos del pez y la superficie del lago es H , determinar el radio del círculo luminoso que verá sobre el. El índice de refracción del lago es " n ".

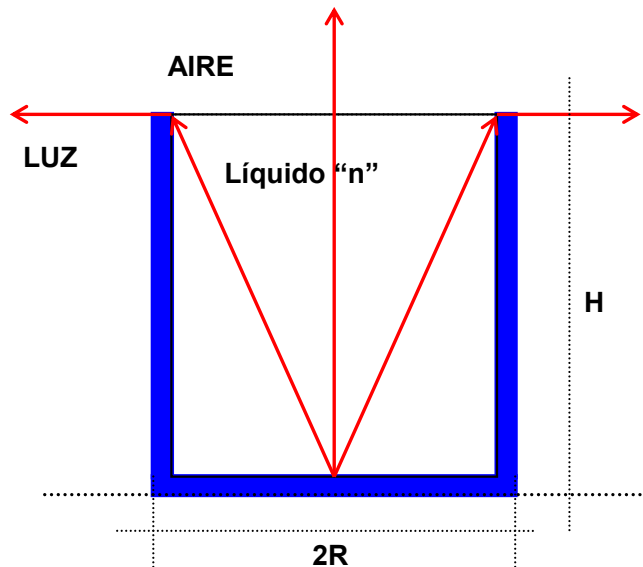


$$R = \frac{H}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

R: radio de la ventana circular.

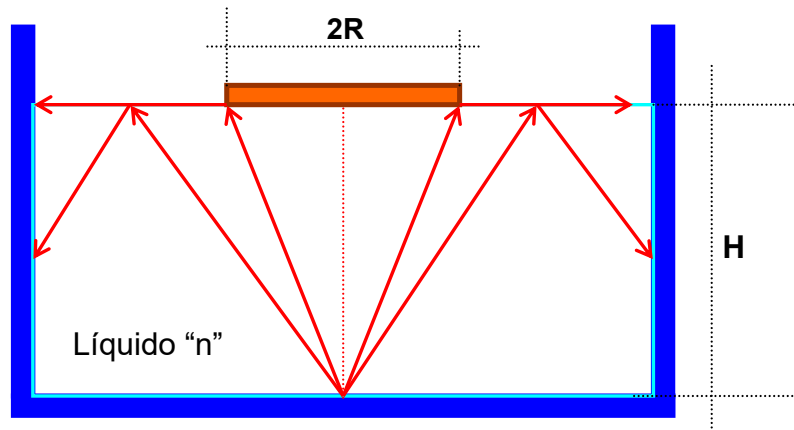
H: es la distancia vertical entre la superficie y el ojo del observador.

n: índice de refracción del líquido.



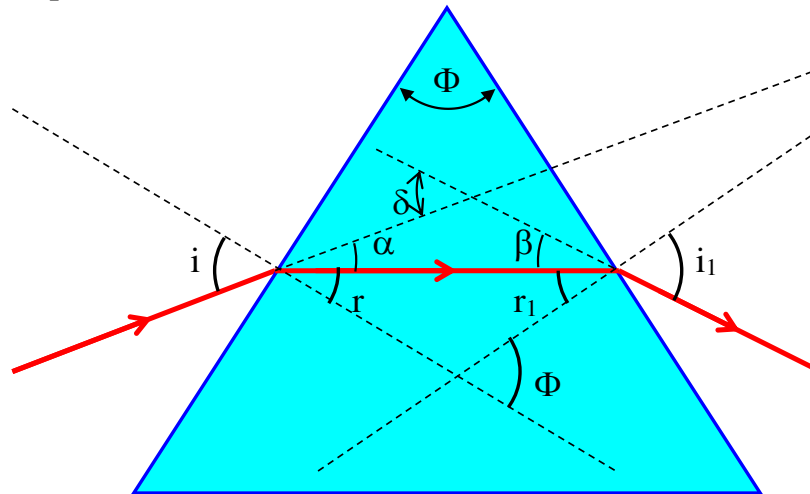
El disco de radio R se forma debido al ángulo crítico que experimenta los rayos luminosos que se propagan desde el agua hacia el aire.

- 11. LA GAVIOTA VERSUS LA ANCHOVETA.** La gaviota no podría atrapar al pez (anchoveta) sin ayuda de este fenómeno óptico. Cuando más cerca se encuentra de la superficie que divide



los medios (aire – agua) la ventana circular disminuye su radio, hasta que el radio se hace nulo, es decir la ventana circular se cierra.

12. Prisma óptico.



Todo medio transparente limitado por dos superficies planas no paralelas recibe el nombre de prisma óptico.

- i : ángulo de incidencia;
- r y r_1 : ángulos de refracción
- i_1 : ángulo de emergencia
- Φ : ángulo del prisma; $\Phi = r + r'$
- δ : ángulo de desviación; $\delta = \alpha + \beta$
- $\alpha + r = i$
- $\beta + r_1 = i_1$

$$\delta = i + i_1 - (r + r_1)$$

$$\delta = i + i_1 - \Phi$$

A partir de la ley de Snell y de la geometría podemos escribir:

$$\text{Sen } i = n \text{ Sen } r \quad (1)$$

$$\text{Sen } i_1 = n \text{ Sen } r_1 \quad (2)$$

$$r + r_1 = \Phi \quad (3)$$

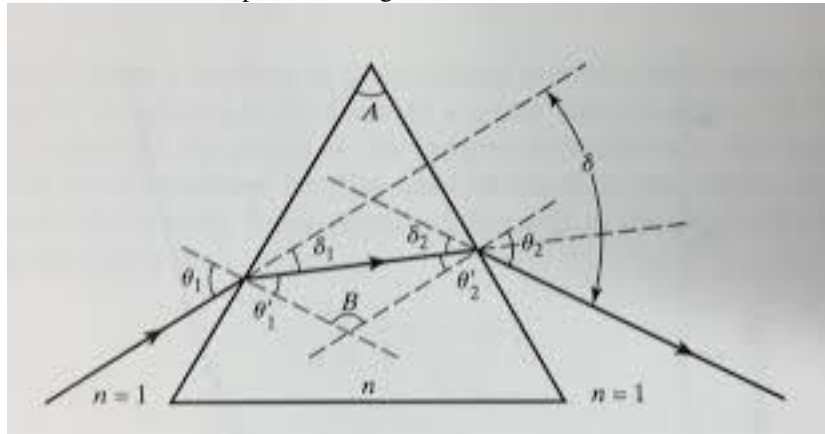
$$\delta = i + i_1 - \Phi \quad (4)$$

Las tres primeras ecuaciones sirven para trazar el rayo y la cuarta nos permite hallar la desviación.

Es decir, cuando dentro del prisma la trayectoria del rayo es paralela a la base del prisma la **desviación es mínima**. Ellas podrán ser satisfechas simultáneamente sí: $i = i_1$ y $r = r_1$.

13. ÍNDICE DE REFRACCIÓN (n)

Esta ecuación permite determinar el índice de refracción de una sustancia, hallando experimentalmente $\delta_{\min}$ en un prisma de ángulo $\Phi = A$ conocido.



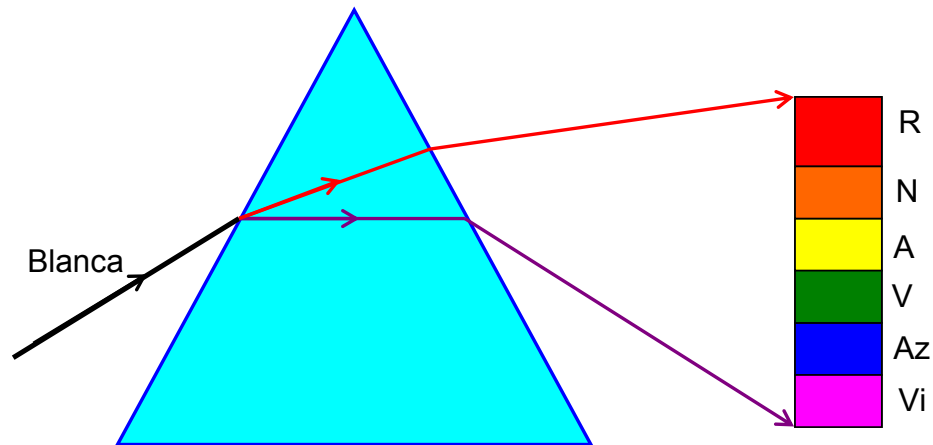
$$n = \frac{\text{Sen}\left(\frac{\delta_{\min} + \Phi}{2}\right)}{\text{Sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right)}$$

Para prismas de ángulos pequeños, podemos escribir la ecuación como:

$$n = \frac{\delta_{\min} + \Phi}{\Phi}$$

14. Dispersión de la luz

La luz blanca es una mezcla de diferentes colores. La dispersión es la descomposición de la luz blanca en luces más simples que la componen. Se puede conseguir usando un prisma de vidrio. Las luces de diferentes colores se propagan con velocidades distintas, sólo en el vacío se propagan con la misma velocidad.



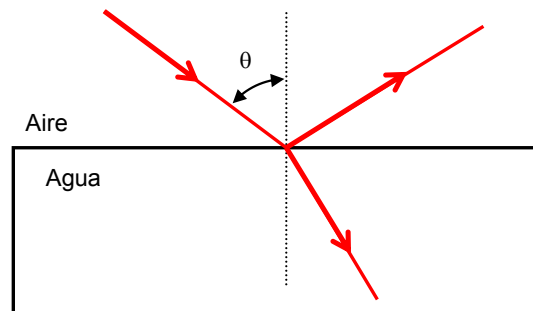
El índice de refracción de un medio depende de la longitud de onda de la radiación incidente. En el agua el índice de refracción de la luz amarilla es 1,6 y de la luz azul es $4/3$. Si un haz de luz blanca incide en la superficie que divide el aire del agua, ¿cuál será el ángulo entre la trayectoria seguidas por los rayos azul y amarilla en el agua?
Índice de refracción en el aire = 1.

15. **Espectros.** La luz blanca produce al descomponerla lo que llamamos un espectro continuo, que contiene el conjunto de colores que corresponde a la gama de longitudes de onda que la integran.



16. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: El haz reflejado es polarizado cuando forma un ángulo de 90° con el haz refractado. El agua tiene un índice de refracción de $4/3$, ¿bajo qué ángulo θ deberá incidir un haz luminoso sobre la superficie del agua para que el haz reflejado esté polarizado en un plano?



A) 16°

B) 37°

C) 45°

D) 53°

E) 60°

Resolución

Aplicamos la ley de Snell: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}\theta = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen}\beta$

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}\theta = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen}(90^\circ - \theta)$$

$$1 \cdot \text{Sen}\theta = \frac{4}{3} \cdot \text{Cos}\theta \Rightarrow \text{Tg}\theta = \frac{4}{3}$$

Resolviendo: $\theta = 53^\circ$

Respuesta: debe incidir con un ángulo de medida 53° para polarizar el haz reflejado.

EJEMPLO 02: Un rayo luminoso incide desde el aire sobre una superficie de cierta sustancia transparente, bajo un ángulo de incidencia de 45° . El rayo se refracta bajo un ángulo de refracción de 30° . Determinar el índice de refracción de la sustancia.

a) 1,2

b) 2,2

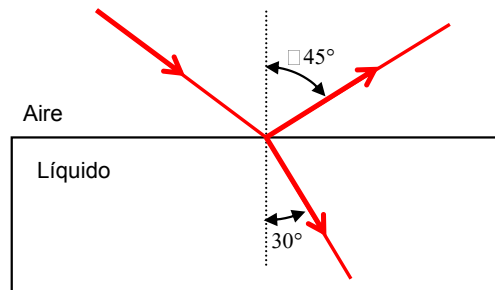
c) 3,2

d) 1,5

e) $\sqrt{2}$

Resolución

Aplicamos la ley de Snell: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}\theta = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen}\beta$



$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}45^\circ = n_{\text{liquido}} \cdot \text{Sen}30^\circ$$

$$(1) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

Resolviendo:

$$n = \sqrt{2}$$

Respuesta: el índice de refracción es 1,4142.

EJEMPLO 03: Un haz de luz incide desde el aire sobre la superficie de una sustancia transparente de índice de refracción “n”. Si el ángulo de reflexión es 60° y el ángulo de refracción 30° , determine el valor de “n”.

A) 1,31

B) 1,52

C) 1,73

D) 1,94

E) 2,15

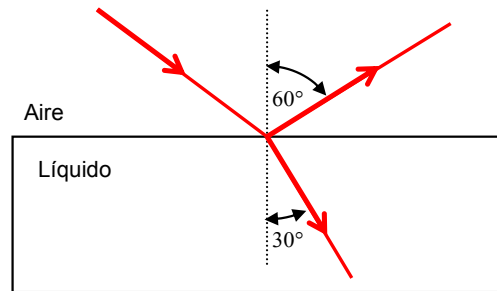
Resolución

Aplicamos la ley de Snell: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}\theta = n_{\text{liquido}} \cdot \text{Sen}\beta$

$$(1) \cdot \text{Sen}60^\circ = n \cdot \text{Sen}30^\circ$$

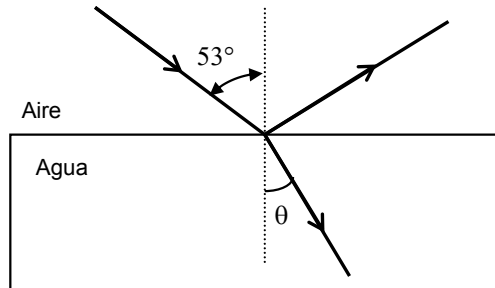
$$(1) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \Rightarrow n = \sqrt{3}$$

Resolviendo: $n = \sqrt{3}$



Respuesta: el índice de refracción es 1,73.

EJEMPLO 04: En el sistema óptico mostrado el rayo luminoso incide con un ángulo de 53° respecto de la normal. Determine la medida del ángulo de refracción θ . Donde: $n_1 = 1$ (aire) y $n_2 = \frac{4}{3}$



(agua)

A) 30°

B) 37°

C) 45°

D) 53°

E) 60°

Resolución

Aplicamos la ley de Snell: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} \alpha = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \theta$

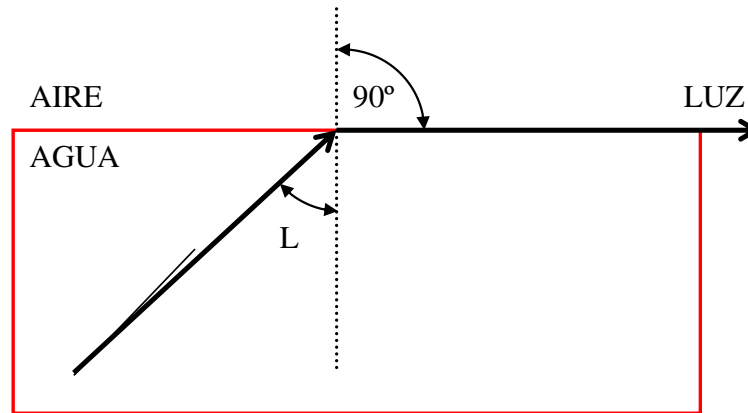
$$(1) \cdot \text{Sen} 53^\circ = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen} \theta$$

$$(1) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen} \theta \Rightarrow \text{Sen} \theta = \frac{3}{5}$$

Resolviendo: $\theta = 37^\circ$

Respuesta: la medida del ángulo de refracción es 37° .

EJEMPLO 05: Se muestra un rayo luminoso que se propaga desde agua ($n = 4/3$) hacia el aire. Determinar la medida del ángulo crítico.



A) 48,6°

B) 37°

C) 45°

D) 53°

E) 60°

Resolución

Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90°. Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice de refracción.

De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen} \hat{L} = (1) \cdot (1) \Rightarrow \text{Sen} \hat{L} = \frac{3}{4}$$

$$\hat{L} = 48,6^\circ$$

Respuesta: la medida del ángulo límite es 48,6°.

EJEMPLO 06: Una piscina de 4 m de profundidad se encuentra totalmente llena de agua ($n = 4/3$). ¿A qué profundidad aparente se verá el fondo si miramos desde el aire en dirección vertical?

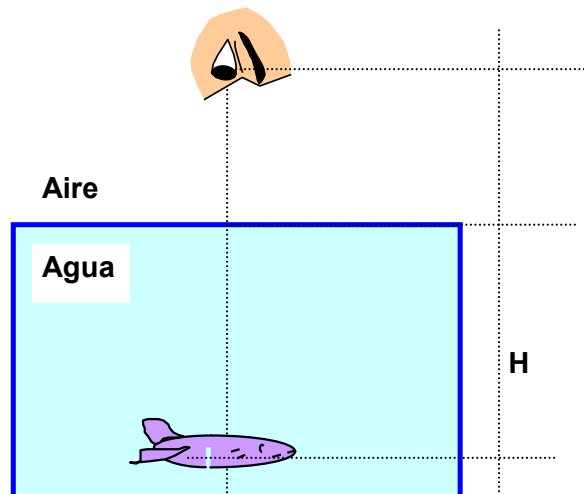
A) 2 m

B) 2,5 m

C) 3 m

D) 3,5 m

E) 4 m



Resolución

De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \alpha = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} \theta$$

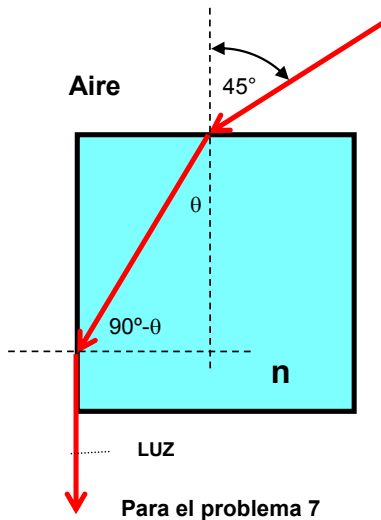
$$\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Tg} \alpha = (1) \cdot \text{Tg} \theta$$

$$\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{x}{H}\right) = (1) \cdot \left(\frac{x}{h}\right)$$

$$h = \left(\frac{3}{4}\right) H \Rightarrow h = 3 \text{ m}$$

Respuesta: la profundidad aparente es 3 metros.

EJEMPLO 07: Determinar el índice de refracción de un cristal cúbico que tiene forma de prisma, sabiendo que un rayo luminoso incide en una de las caras del cubo con un ángulo de incidencia de 45° , y emerge coincidiendo con una de las caras del cubo.



A) $\sqrt{1,5}$

B) 2

C) 1,8

D) 1,5

E) 1,6

Resolución

De la ley de Snell, obtenemos: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 45^\circ = n \cdot \text{Sen} \theta$

$$(1) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = n \cdot \text{Sen} \theta \dots (1)$$

Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:

$$n \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$n \cdot \text{Sen}(90^\circ - \theta) = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

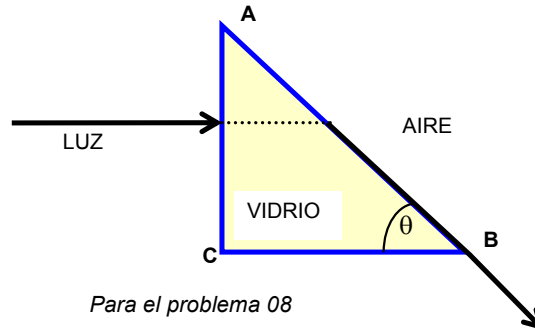
$$n \cdot \cos \theta = (1) \cdot (1) \dots (2)$$

Elevando al cuadrado las ecuaciones (1) y (2), luego adicionando:

$$n^2 = 1,5 \Rightarrow n = \sqrt{1,5}$$

Respuesta: el índice de refracción del prisma es $\sqrt{1,5}$.

EJEMPLO 08: En el sistema óptico mostrado, determinar la medida del ángulo θ , sabiendo que el rayo de luz incide perpendicularmente y se refracta finalmente paralelo a la cara AB. Índice de refracción del prisma es $n = 5/4$.



- A) $48,6^\circ$ B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

Resolución

Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:

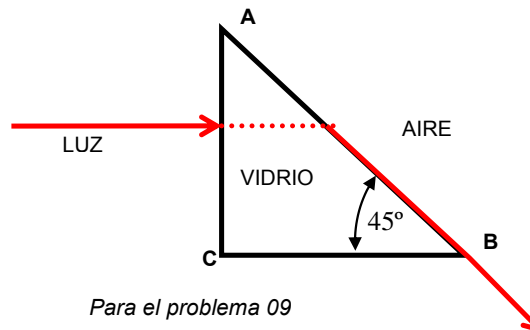
$$n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$\left(\frac{5}{4}\right) \cdot \text{Sen}(90^\circ - \theta) = (1) \cdot (1) \Rightarrow \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\theta = 37^\circ$$

Respuesta: la medida del ángulo es 37° .

EJEMPLO 09: En el sistema óptico mostrado, sabiendo que el rayo de luz incide perpendicularmente y se refracta finalmente paralelo a la cara AB. Determinar el índice de refracción del prisma óptico.



- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $\sqrt{5}$ E) N.A.

Resolución

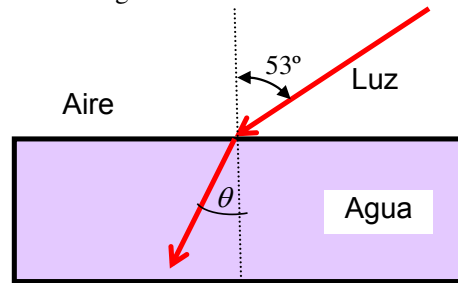
Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:

$$n \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$n \cdot \text{Sen} 45^\circ = (1) \cdot (1) \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

Respuesta: el índice de refracción del prisma es 1,4142.

EJEMPLO 10: En el sistema óptico mostrado el rayo luminoso incide con un ángulo de 53° respecto de la normal. Determinar el ángulo de refracción θ .



Para el problema 10

A) 30°

B) 37°

C) 45°

D) 53°

E) 60°

Resolución

Aplicamos la ley de Snell: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} \alpha = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \theta$

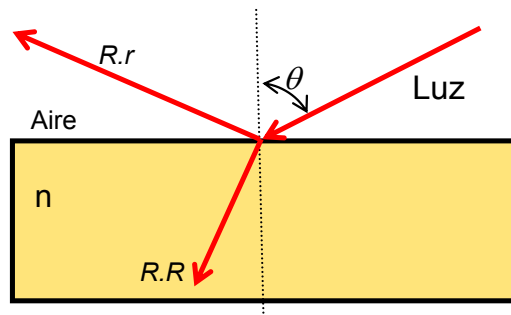
$$(1) \cdot \text{Sen} 53^\circ = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen} \theta$$

$$(1) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen} \theta \Rightarrow \text{Sen} \theta = \frac{3}{5}$$

Resolviendo: $\theta = 37^\circ$

Respuesta: la medida del ángulo de refracción es 37° .

EJEMPLO 11: Un rayo de luz incide sobre un cuerpo transparente cuyo índice de refracción es “n”, formando un ángulo θ . ¿Qué relación debe haber entre n y θ para que el rayo reflejado sea perpendicular al rayo refractado?



Para el problema 11

A) $\text{Tg} \theta = n$

B) $\text{Ctg} \theta = n$

C) $\text{Tg} \theta = 2n$

D) $\text{Ctg} \theta = 2n$

E) $\text{Tg} \theta = n/2$

Resolución

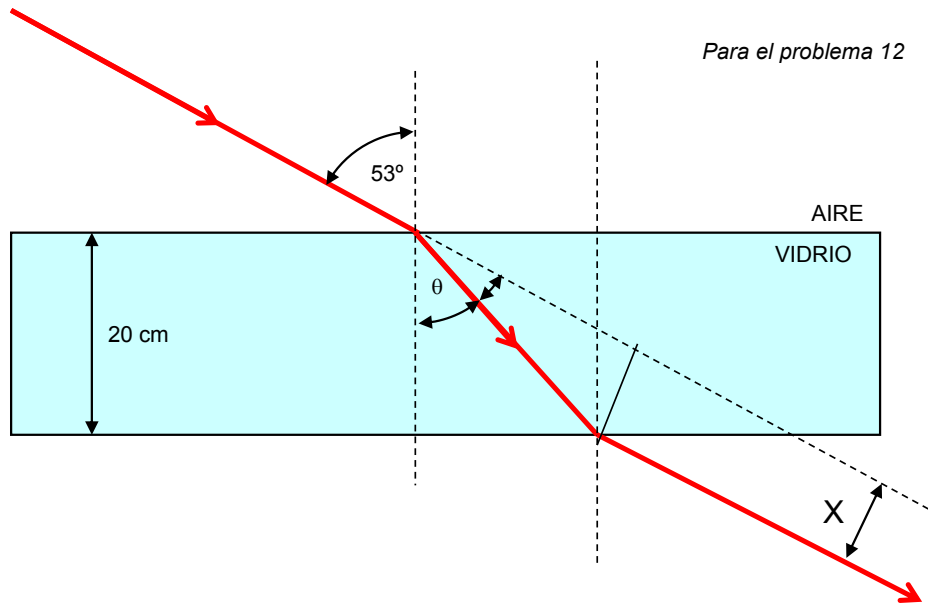
Aplicamos la ley de Snell: $n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}\theta = n \cdot \text{Sen}\beta$

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}\theta = n \cdot \text{Sen}(90^\circ - \theta)$$

$$(1) \cdot \text{Sen}\theta = n \cdot \text{Cos}\theta \Rightarrow n = \text{Tg}\theta$$

Respuesta: A

EJEMPLO 12: Determine la distancia “x” si el rayo de luz monocromática pasa a través de una placa de vidrio de caras paralelas y 20 cm de espesor. Índice de refracción del vidrio igual a 4/3

**Resolución**

Aplicamos la ley de Snell:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen}53^\circ = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen}\theta$$

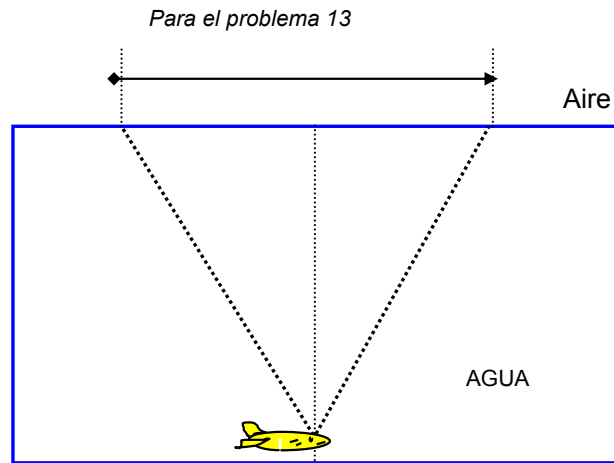
$$(1) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen}\theta \Rightarrow \text{Sen}\theta = \frac{3}{5}$$

Resolviendo: $\theta = 37^\circ$

Analizando el triángulo 16° y 74° tenemos que: $X = 7 \text{ cm}$

Respuesta: el desplazamiento lateral es 7 cm.

EJEMPLO 13: En el fondo de un lago de 4 m de profundidad, se encuentra un pez observado en la superficie del agua un “patito mecánico”. Si el patito se mueve con rapidez constante de 10 cm/s en línea recta horizontal, ¿qué intervalo de tiempo como máximo lo verá?



A) 30 s

B) 60 s

C) 15 s

D) 90 s

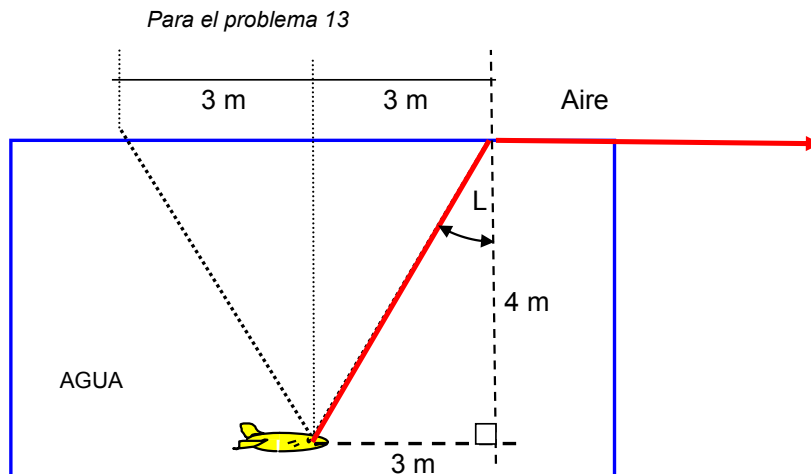
E) 120 s

Resolución

Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \text{Sen} \hat{L} = (1) \cdot (1) \Rightarrow \text{Sen} \hat{L} = \frac{3}{4}$$



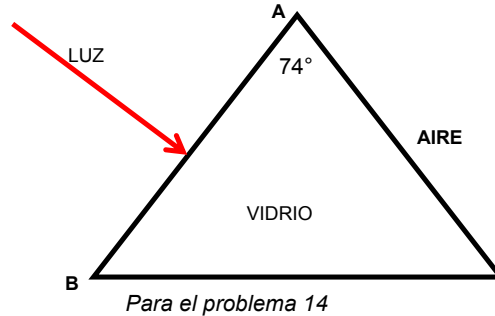
La medida del ángulo límite es 37°

Aplicación el M.R.U.: el patito recorre 6 metros (600 cm).

$$t = \frac{e}{V} \Rightarrow t = \frac{600 \text{ cm}}{10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 60 \text{ s}$$

Respuesta: el tiempo que demora el patito en recorrer 6 metros en 60 segundos.

EJEMPLO 14: Se muestra un prisma isósceles en cuya cara lateral incide un haz perpendicular. Determine la medida del ángulo que se desvía el haz emergente respecto del haz incidente. Índice de refracción del vidrio 5/3.



A) 74°

B) 84°

C) 94°

D) 64°

E) 104°

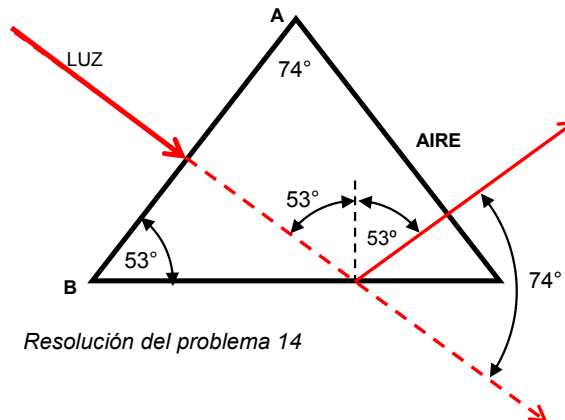
Resolución

ángulo límite, Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90°. Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:

$$n \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$\left(\frac{5}{3}\right) \cdot \text{Sen} \hat{L} = (1) \cdot (1) \Rightarrow \text{Sen} \hat{L} = \frac{3}{5}$$

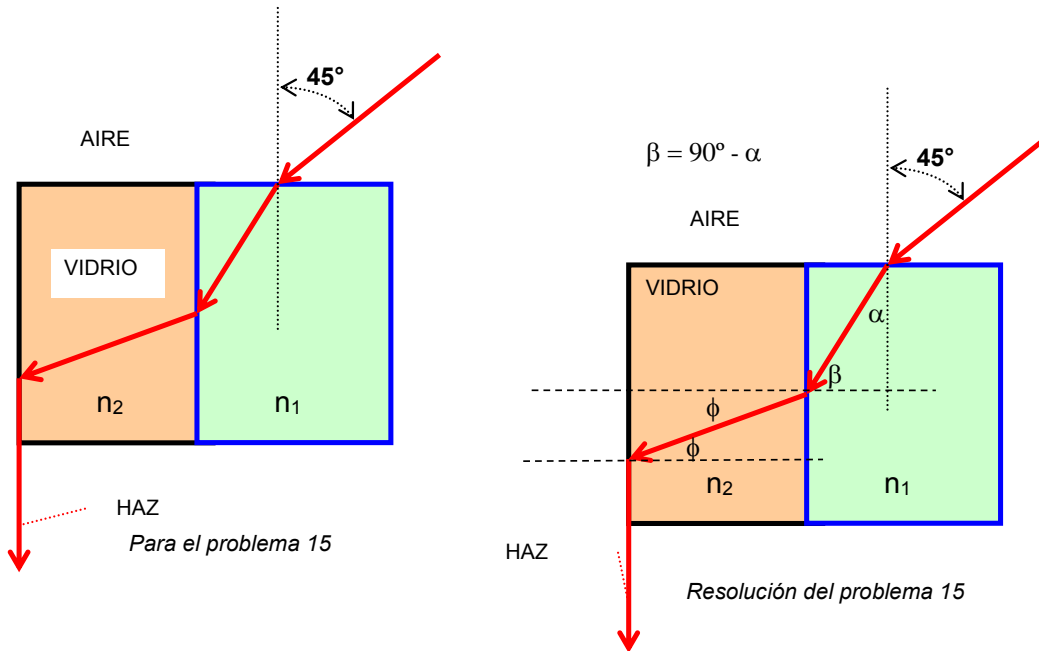
$$\hat{L} = 37^\circ$$



Observemos el siguiente diagrama. **Reflexión total** es aquel fenómeno que se produce cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite. Consiste en que el rayo luminoso no emerge, sino que se refleja con un ángulo igual al de incidencia. La superficie que divide los dos medios se comporta como un espejo plano.

Respuesta: la medida del ángulo de desviación es 37°.

EJEMPLO 15: La figura muestra dos porciones cúbicas de vidrio de índices de refracción n_1 y n_2 . Si el rayo luminoso incide en la cara de uno y emerge tangencialmente por la cara del otro, determine el índice de refracción n_1 .



Resolución

De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 45^\circ = n_1 \cdot \text{Sen} \alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = n_1 \cdot \text{Sen} \alpha \quad \dots (1)$$

$$n_1 \cdot \text{Sen} \beta = n_2 \cdot \text{Sen} \phi$$

$$n_1 \cdot \cos \alpha = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \text{Sen} \phi \quad \dots (2)$$

Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice de refracción.

$$n_2 \cdot \text{Sen} \phi = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \text{Sen} \phi = (1) \cdot (1) \Rightarrow \text{Sen} \phi = \frac{2}{3} \quad \dots (3)$$

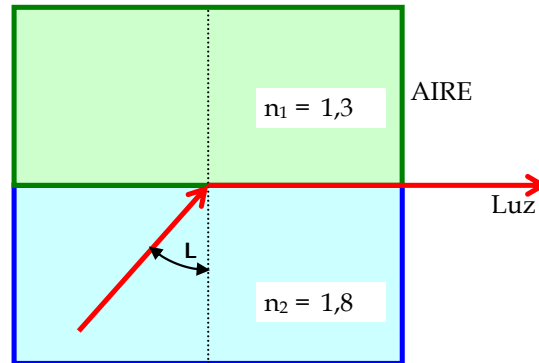
reemplazo (3) en (2): $n_1 \cdot \cos \alpha = 1 \quad \dots (4)$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (4): elevando al cuadrado y sumando tenemos:

$$(n_1)^2 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow n_1 = \sqrt{1,5}$$

Respuesta: el índice de refracción el prisma (1) es $\sqrt{1,5}$.

EJEMPLO 16: Sabiendo que, en el sistema óptico mostrado, el rayo luminoso emerge hacia el aire, determine la medida del ángulo límite L.



Para el problema 16

- A) 46,2° B) 49,2° C) 51,2° D) 56,2° E) 64,2°

Resolución

ÁNGULO LÍMITE (L) Se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90°. Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice refracción a otro de menor índice de refracción.

De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_2 \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_1 \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$(1,8) \cdot \text{Sen} \hat{L} = (1,3) \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

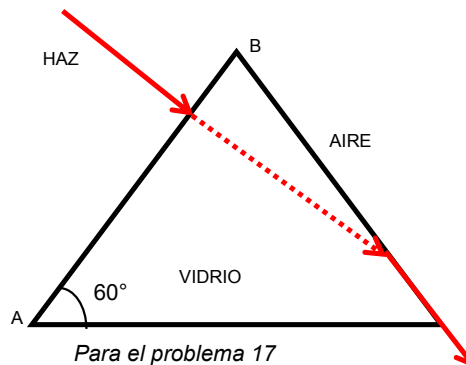
$$\text{Sen} \hat{L} = \frac{1,3}{1,8}$$

$$\hat{L} = 46,2^\circ$$

Respuesta: la medida del ángulo límite es 46,2°

EJEMPLO 17: Se muestra un prisma cuya base es un triángulo equilátero. El haz luminoso incide perpendicularmente a la cara AB y emerge tangencialmente por otra cara. Determinar el índice de refracción del cuerpo transparente.

- A) 1,15 B) 1,35 C) 1,55 D) 1,75 E) 1,95



Para el problema 17

Resolución

ÁNGULO LÍMITE (L) se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice refracción a otro de menor índice de refracción.

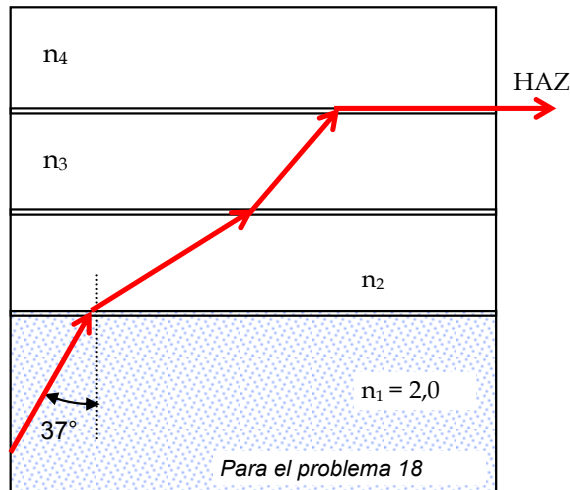
De la ley de Snell, obtenemos:

$$n \cdot \text{Sen} \hat{L} = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$n \cdot \text{Sen} 60^\circ = (1) \cdot (1) \Rightarrow n = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Respuesta: el índice de refracción es 1,1547

EJEMPLO 18: Se muestra la trayectoria de un haz monocromático incide sobre un arreglo de placas de vidrio de caras paralelas. El haz emerge paralelamente a la interfase de las placas 3 y 4; determinar el valor de n_4 .



A) 1,0

B) 1,2

C) 1,4

D) 1,6

E) 1,8

Resolución

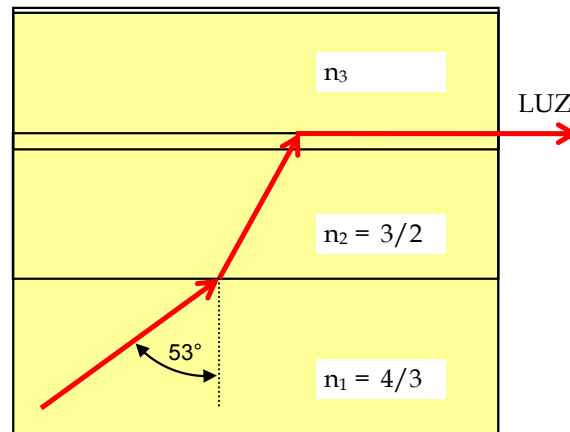
Analizamos la entrada (1) y la salida (4). De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_1 \cdot \text{Sen} 37^\circ = n_4 \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$(2) \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = n_4 \cdot (1) \Rightarrow n_4 = 1,2$$

Respuesta: el índice de refracción de la sustancia (4) es 1,2.

EJEMPLO 19: Se muestra un conjunto de tres placas transparentes de caras paralelas. Si el haz emerge paralelamente a la interfase de las placas 2 y 3, determinar el índice de refracción de la placa de vidrio n_3 .



- A) 1,1 B) 1,3 C) 1,5 D) 1,7 E) 1,9

Resolución. Analizando la entrada (1) y la salida (4). De la ley de Snell, obtenemos:

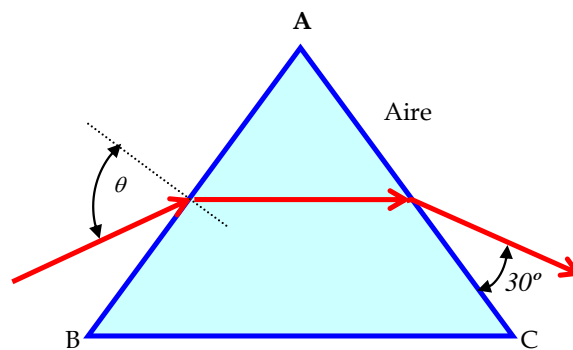
$$n_1 \cdot \text{Sen} 53^\circ = n_3 \cdot \text{Sen} 90^\circ$$

$$\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = n_3 \cdot (1) \Rightarrow n_3 = \frac{16}{15}$$

Respuesta: el índice de refracción e la sustancia (4) e 1,1.

EJEMPLO 20: Se muestra un haz luminoso que atraviesa un prisma, cuya base es un triángulo equilátero, de índice de refracción $\sqrt{3}$. Determine la medida del ángulo de incidencia θ .

- A) 30° B) 37° C) 53° D) 60° E) 90°



Para el problema 20

Resolución

Analizamos la entrada (1) y la salida (4). De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} \theta = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 60^\circ$$

$$\text{Sen} \theta = \text{Sen} 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

El a incidente y el a emergente son simétrico respecto el prisma.

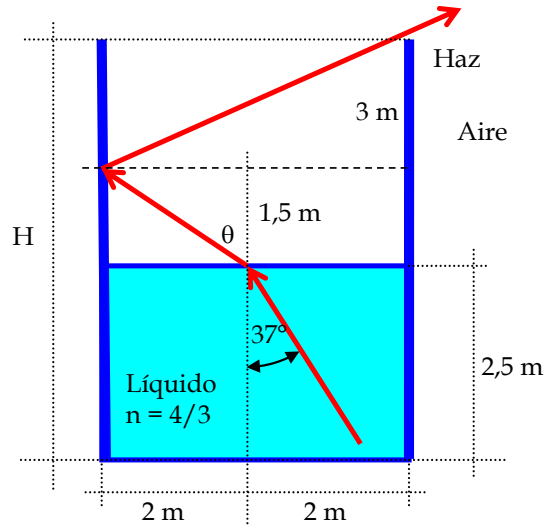
Respuesta: la medida el anulo e 60° .

EJEMPLO 21: Un recipiente contiene cierto líquido cuyo índice de refracción es 1,25 y sus paredes internas son espejos planos. Determinar la altura máxima H del recipiente, tal que el haz luminoso puede salir del recipiente.

- A) 6 m B) 5 m C) 9 m D) 8 m E) 7 m

Resolución

De la ley de Snell, obtenemos: $n \cdot \text{Sen} 37^\circ = n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} \theta$



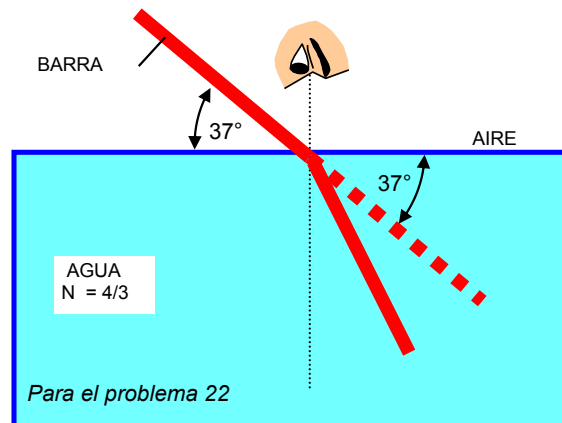
Resolución del problema 21

$$\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = (1) \cdot \text{Sen} \theta \quad \text{Sen} \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

Altura : 2,5 + 1,5 + 3 = 7 m

Respuesta: la altura es 7 metros

EJEMPLO 22: Una barra doblada en su mitad, se halla sumergida en agua, de manera que el observador asegura que la barra es recta y que forma un ángulo de 37° con la horizontal. ¿Qué ángulo forma entre si la barra doblada?



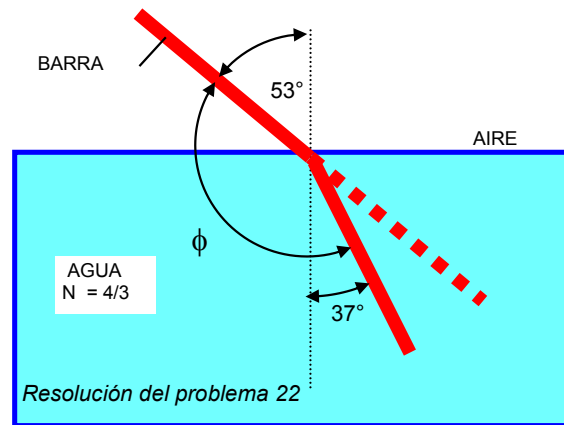
Para el problema 22

- A) 164° B) 137° C) 145° D) 153° E) 160°

Resolución

De la ley de Snell, obtenemos:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{Sen} 53^\circ = n_{\text{agua}} \cdot \text{Sen} \theta$$

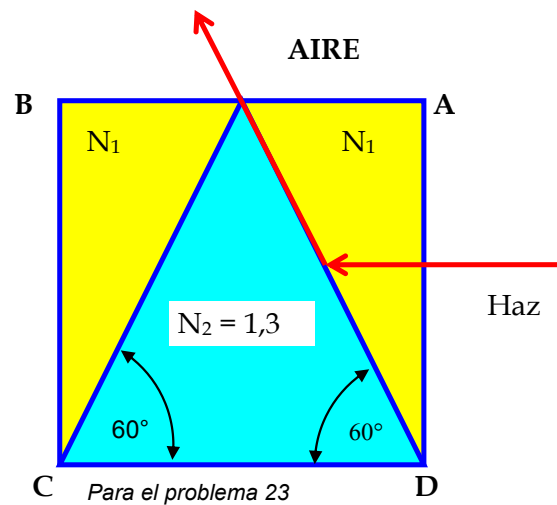


El ángulo que forma la barra doblada es

$$\phi = 37^\circ + 90^\circ + 37^\circ = 164^\circ$$

Respuesta: la medida el ángulo es 164°

EJEMPLO 23: La figura muestra dos porciones cúbicas de vidrio de índices de refracción N_1 y N_2 . Si el rayo luminoso incide en la cara de uno y emerge tangencialmente por la cara del otro, determine el índice de refracción N_1 .



A) 1,5

B) 1,8

C) 2,0

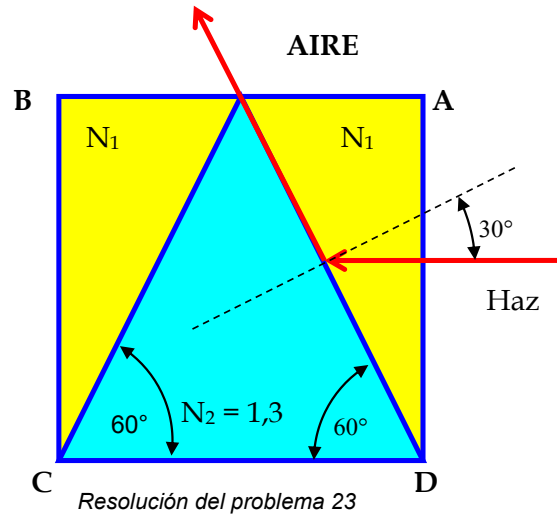
D) 2,4

E) 2,8

Resolución

El ángulo límite, se denomina así al ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción igual a 90° . Para que exista ángulo límite es indispensable que el rayo luminoso se propague de un medio de mayor índice refracción a otro de menor índice de refracción. De la ley de Snell, obtenemos:

$$N_1 \cdot \text{Sen} 30^\circ = N_2 \cdot \text{Sen} 90^\circ$$



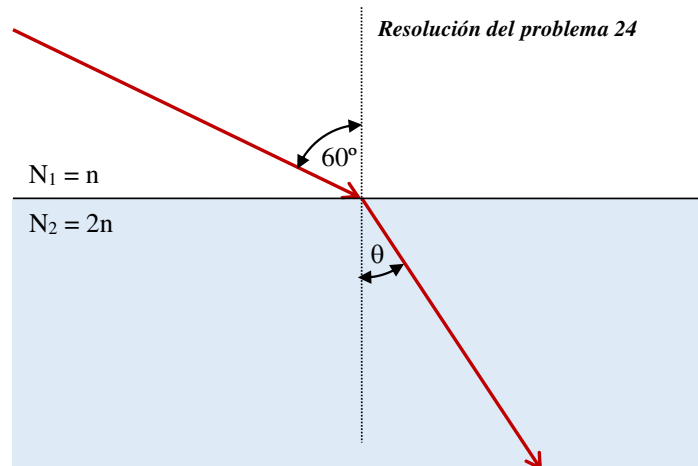
$$N_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = (1,3) \cdot (1)$$

$$N_1 = 2,6$$

Respuesta: el índice de refracción es 2,6

EJEMPLO 24. Un haz luminoso incide con un ángulo de 60° respecto de la normal, sobre una superficie transparente cuyo índice de refracción es el doble del índice de refracción del medio proveniente. Determinar la medida del ángulo de refracción.

(Examen para docentes COAR 2020)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos la ley de Snell.

$$n_1 \cdot \text{Sen} 60^\circ = n_2 \cdot \text{Sen} \theta \Rightarrow n \cdot \text{Sen} 60^\circ = 2n \cdot \text{Sen} \theta$$

$$n \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2n \cdot \text{Sen} \theta \Rightarrow \text{Sen} \theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la función inversa.

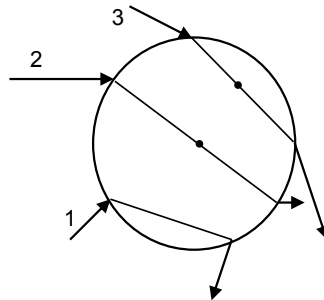
$$\theta = \text{arSen} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right) \Rightarrow \theta = 25,66^\circ$$

Respuesta. la medida del ángulo de refracción es $25,66^\circ$

PROBLEMA PARA RESOLVER EN CLASE

01. Determine la trayectoria que seguirá el rayo de luz que atraviesa una esfera de vidrio con $n = 1,4$

- A) 1 y 3
B) 2 y 3
C) 1 y 2
D) 2
E) 3



02. Cuando un buzo se sumerge en el agua, ve el Sol con un ángulo aparente de 53° respecto de la vertical. ¿Con qué ángulo respecto de la vertical vería el Sol, el buzo si estuviese fuera del agua?
 $n_{\text{H}_2\text{O}} = 1,33$.

- A) $\sin^{-1}(0,34)$ B) $\sin^{-1}(0,52)$ C) $\sin^{-1}(0,62)$
D) $\sin^{-1}(0,82)$ E) ninguna

03. Un haz de luz en el aire incide sobre un vidrio cuyo índice de refracción es $n = 1,5$; de modo que parte del haz se refleja y parte se transmite. Encuentre el ángulo de incidencia, si el ángulo de reflexión es el doble que el ángulo de refracción.

- A) 30° B) 37° C) 53° D) 60° E) ninguna

04. Un haz de luz proveniente del aire, penetra una película de agua plano paralela de 2 mm de espesor, bajo un ángulo de incidencia de 30° . ¿Qué tiempo (en unidades de 10^{-12} s) aproximadamente demora la luz en atravesar la película?

- A) 3 B) 7 C) 9 D) 12 E) ninguna

05. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

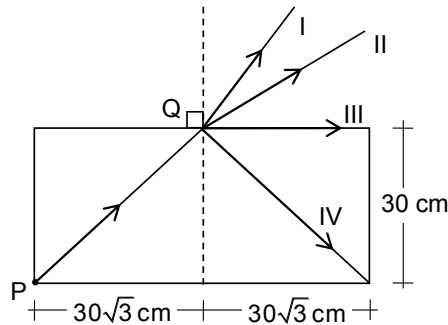
- I. En la reflexión total el rayo incidente, proviene de un medio de mayor índice de refracción que el medio de transmisión o de refracción.
II. Si el rayo incidente y la normal forman un ángulo mayor que el ángulo crítico entonces ocurrirá la reflexión total.
III. Si el rayo incidente y la normal forman un ángulo menor que el ángulo crítico entonces ocurre refracción y reflexión.

- A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) FVF

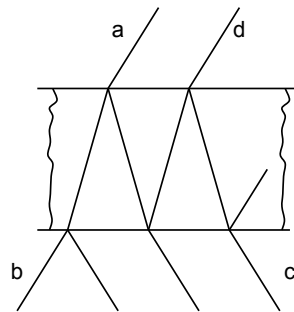
06. Un buzo apunta con su linterna hacia la superficie del agua ($n = 4/3$) generando un círculo iluminado sobre ella. Se observa que el radio del círculo disminuye 5 cm. cada minuto cuando el buzo empieza a subir verticalmente hacia la superficie. Determine (en cm/min) la rapidez del buzo.

- A) $2\sqrt{7}$ B) $4\sqrt{7}$ C) $7\sqrt{2}$ D) $7\sqrt{3}$ E) ninguna

07. Un haz de luz incide desde el interior de un medio con índice de refracción $n_1 = 1,45$ a la superficie que separa dicho medio con el vacío. El seno del ángulo crítico para el cual se producirá reflexión total es:
 A) 0,80 B) 0,74 C) 0,69 D) 0,65 E) 0,62
08. Un buzo se encuentra en el interior de la laguna de Yarinacocha con $n = 1,5$ contempla el sol cuando se oculta. Calcule el ángulo medido con respecto a la superficie del lago con que debe mirar el evento.
 A) 37° B) 45° C) 53° D) 60° E) ninguna
09. Un rayo luminoso parte del punto P en un medio de índice de refracción $5/4$, incide sobre el punto Q de la interfase con el aire, determine la trayectoria después de incidir en Q.



- A) I y IV B) II y IV C) Solo III D) III y IV E) Solo IV
10. Al hacer pruebas con un rayo láser sobre una placa gruesa de vidrio, se observan rayos tal como indica la figura. ¿Cuál es el rayo incidente, proveniente del cañón láser?

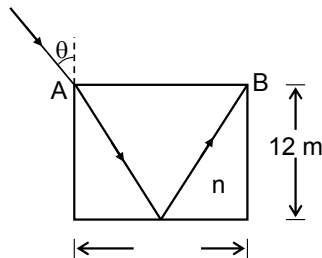


- A) a B) d C) b D) b ó c E) no se puede determinar
11. Al atardecer los rayos de luz del sol penetran en el agua de un lago a 53° sobre el horizonte, calcule el ángulo con que penetran los rayos al lago con respecto al horizonte.

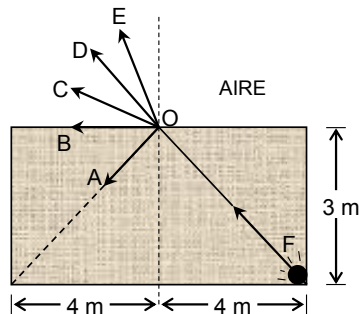
$$n_{\text{lago}} = \frac{4}{3}$$

- A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna

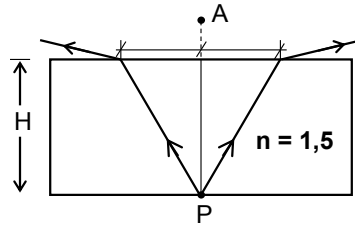
12. Un haz de luz incide sobre un dieléctrico haciendo un ángulo de 60° con la normal. Si el ángulo de refracción es de 37° , ¿cuál es la velocidad (en 10^8 m/s) con la que el haz se propaga en el dieléctrico?
A) 0,8 B) 1,1 C) 1,3 D) 1,7 E) 2,1
13. Un haz de luz incide desde el aire sobre una superficie de un material transparente de índice n . Si el ángulo de reflexión es el doble del ángulo de refracción $\theta = 37^\circ$, halle el valor aproximado de n .
A) 1,3 B) 1,4 C) 1,5 D) 1,6 E) 1,7
14. Un haz de luz proveniente del aire incide sobre una cubeta de 18 cm de ancho por 12 m de altura, que contiene una sustancia de índice de refracción n , como indica la figura. Determine el valor aproximado de n si el haz demora 150 ns en ir de A hasta B.



- A) 1,16 B) 1,33 C) 1,50 D) 1,67 E) ninguna
15. En la esquina F de un recipiente lleno con un líquido cuyo índice de refracción es $n = 5/3$, hay un foco encendido. Un rayo de luz sale de F y llega al punto O. La trayectoria que sigue el rayo de luz a partir de "O" es:

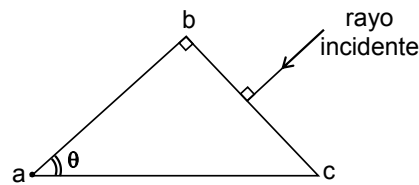


- A) OE B) OA y OC C) OB D) OB y DA E) OA
16. La reflexión total para una interfaz dieléctrico-aire tiene lugar para un ángulo de incidencia de 60° , ¿cuál debe ser el ángulo de incidencia de un haz de luz para que se refracte hacia el dieléctrico bajo un ángulo de 30° con la normal?
A) 30° B) 35° C) 40° D) 45° E) 50°
17. La figura muestra un trozo de vidrio, en forma de paralelepípedo, en "p" se sitúa una fuente de luz. Si se observa desde el punto A, ¿cuál es el radio del círculo luminoso observado, en función del espesor H del trozo de vidrio?



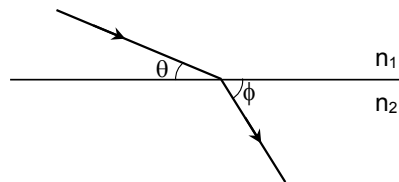
- A) $\frac{H}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{2H}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{3H}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{4H}{\sqrt{5}}$ E) $\sqrt{5}H$

18. Si θ es el ángulo crítico para la reflexión total de la luz en una interfaz agua ($n = 4/3$) y aire ($n = 1$), entonces $\tan^2 \theta$ es igual a:
 A) 9/16 B) 16/9 C) 7/9 D) 9/7 E) 7/16
19. La figura muestra un prisma de material transparente si el ángulo máximo θ para que el rayo se refleje totalmente en la cara ac es 37° . Determine el índice de refracción del material.



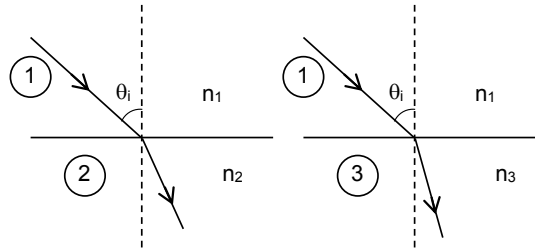
- A) 1,25 B) 1,50 C) 2,0 D) 2,5 E) 2,8

20. La figura muestra un rayo de luz que es refractado al pasar de un medio (1) a un medio (2), señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
 I. $n_1 \cos \theta = n_2 \cos \phi$
 II. $n_1 < n_2$
 III. $\lambda_2 < \lambda_1$ (λ : longitud de onda)



- A) VVV B) VFV C) VFF D) FFF E) FVF

21. Se muestra un rayo de luz incidente con un ángulo θ_i que llega a la frontera entre dos medios transparentes. Al respecto del comportamiento de la luz se afirma:
 I. $n_1 < n_2 < n_3$
 II. Para todo $\theta_i < 90^\circ$ la luz siempre se refracta.
 III. En el medio (1) la velocidad de la luz es mayor que en los medios (2) y (3).
 Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de estas proposiciones:



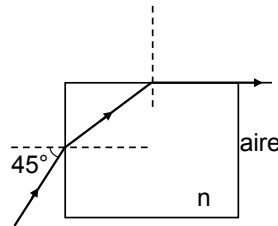
- A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) VFV

22. Con respecto al fenómeno de la reflexión y la refracción señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Ambos fenómenos pueden darse simultáneamente.
- II. Si el ángulo de incidencia es de 0° no existe rayo reflejado y el rayo incidente se refracta 100%.
- III. Cuando el rayo incidente pasa de un medio de índice n_1 , a otro medio de índice n_2 mayor, entonces el ángulo de incidencia θ_i es mayor que el ángulo de refracción θ_r .

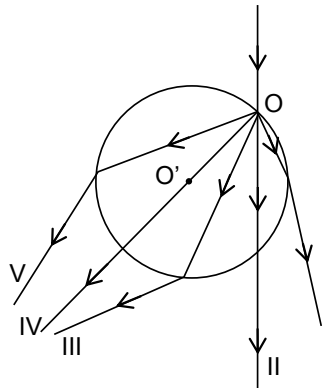
- A) VVV B) VFV C) VFF D) FVF E) FFF

23. Un rayo de luz incide sobre una de las caras de un cristal cúbico formando un ángulo de 45° con la normal a dicha cara, y emerge rasante por otra cara del cubo. Determine el índice de refracción del cubo.



- A) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

24. Un rayo luminoso incide en O sobre una esfera de vidrio cuyo centro es O: El rayo que emerge de la esfera es:

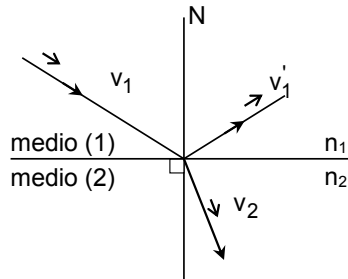


- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo IV E) Solo V

25. Un rayo de luz, viajando en el aire, incide sobre una sustancia transparente en forma de placa de índice n . Si θ es el ángulo de incidencia y además los rayos reflejado y refractado forman un ángulo de 90° , halle n .

A) $\arccos\theta$ B) $\sec\theta$ C) $\tan\theta$ D) $\cotg\theta$ E) $1 + \sin\theta$

26. Un rayo luminoso monocromático, experimenta la reflexión, refracción, tal como se muestra en una interfase. Indique verdadero (V) o falso (F) las siguientes proposiciones:



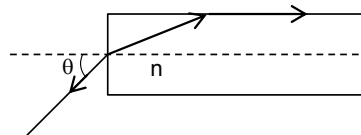
I. Respecto de la rapidez de propagación: $v_2 > v_1'$.

II. Respecto de los índices de refracción: $n_1 > n_2$.

III. Si la radiación fuese del medio (2) al medio (1), podría provocarse la reflexión interna total.

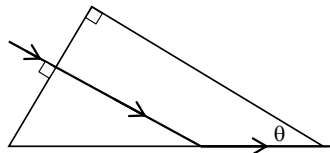
A) VVV B) FFF C) VFV D) FFV E) FVF

27. Se cuenta con una fibra óptica ideal y se desea que los rayos que inciden bajo un ángulo $\theta = 60^\circ$ se propaguen por la superficie lateral de la fibra como se indica en la figura. ¿Cuál debe ser el valor del índice de refracción de la fibra para lograr dicho objetivo?



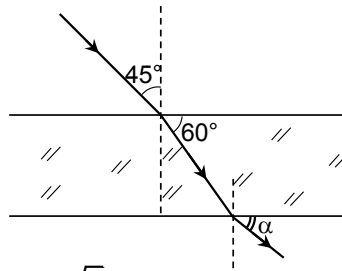
A) 1, 11 B) 1, 22 C) 1, 33 D) 1, 44 E) ninguna

28. Un rayo luminoso según la trayectoria mostrada, al refractarse en el prisma de $n = 1,25$. Determine la medida del ángulo θ .



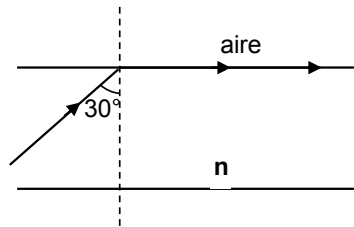
A) 16° B) 30° C) 37° D) 53° E) 74°

29. Mediante un experimento se desea conocer la velocidad de la luz en una muestra de vidrio. Se envía un haz de luz monocromática del aire al vidrio y se obtiene las trayectorias que se observan en la figura, la velocidad buscada es: ($n_{\text{aire}} = 1$; c : velocidad de la luz en el vacío).

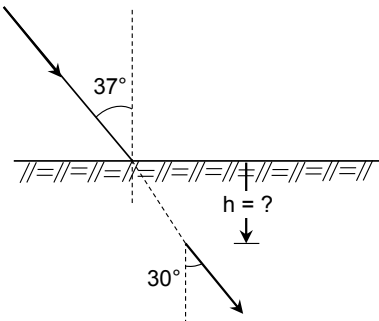


- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ B) $\sqrt{2}c$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}c$ D) $\frac{c}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

30. Un rayo láser ingresa a una sustancia transparente con un ángulo de 30° . Determine el índice de refracción de la sustancia, sabiendo que el ángulo de incidencia es el límite.



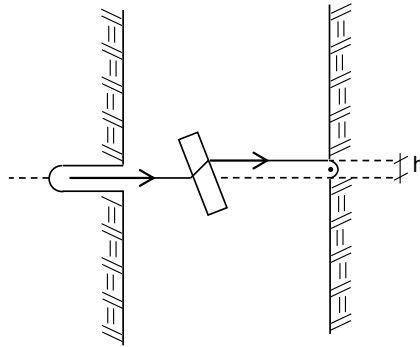
- A) 1,5 B) 2,0 C) 2,5 D) 2,8 E) 3,0
31. Un rayo de luz pasa desde el aire a otro medio cuyo índice varía con la profundidad según $n = (1 + h\alpha)$ donde $\alpha = 10^{-3} \text{ m}$. ¿A qué profundidad del segundo medio el rayo formará un ángulo de 30° con la vertical?



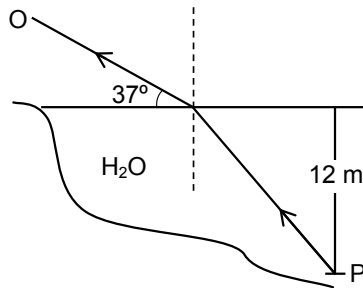
- A) 100 B) 150 C) 200 D) 250 E) 300
32. Una fuente de rayos láser está empotrada en la pared. Si el detector, también empotrado, está desviado de la dirección del rayo una distancia $h = \sqrt{3}$ cm, determine el grosor en cm de una

lámina de vidrio que se debe colocar formando 30° , con el rayo para que éste pueda llegar al detector. (índice de refracción del vidrio $n = \sqrt{3}$)

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

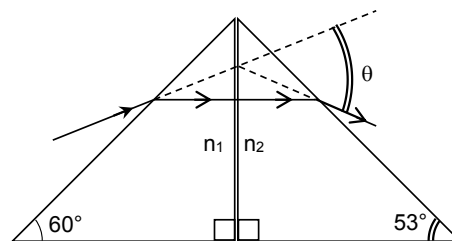


33. Se muestra el rayo luminoso que el ojo O utiliza para observar al objeto P a una profundidad de 12 m. Hállese la profundidad aparente (en m) del objeto ($n_{\text{agua}} = 4/3$).



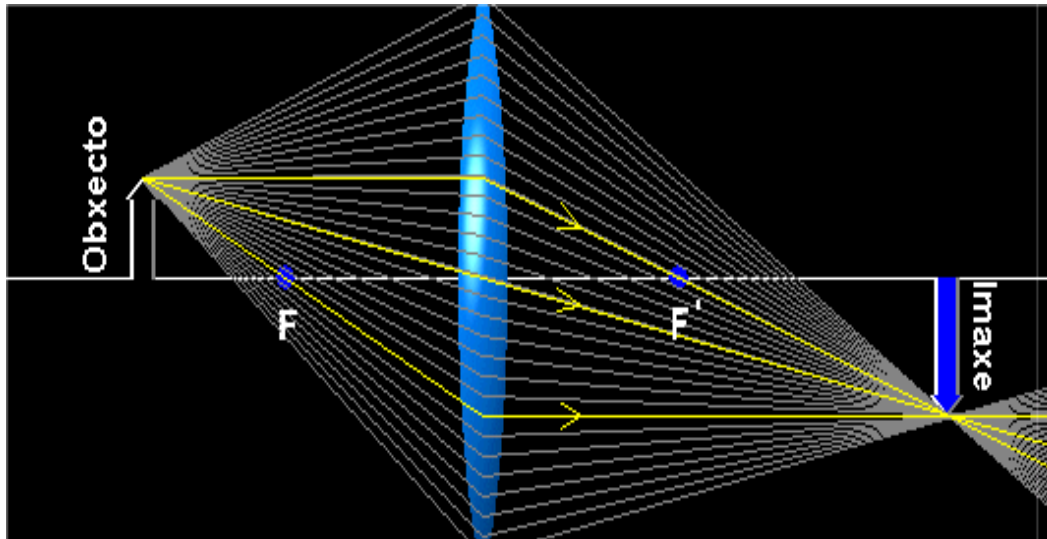
- A) 7,56
- B) 6,75
- C) 5,67
- D) 4,93
- E) 3,94

34. En la figura se muestra dos cuñas transparentes; se encuentran unidas por una de sus caras. Un rayo de luz incide por una de sus caras de modo que el rayo refractado atraviesa los dos prismas perpendicularmente a las caras en contacto. Si: $n_1 = 1,5$ y $n_2 = 5\sqrt{3}/6$. Determine la desviación que experimenta el rayo de luz.



- A) 45°
- B) 48°
- C) 63°
- D) 53°
- E) ninguna

LENTES



1. LENTES DELGADAS ¿Qué son?

Una lente es un sistema óptico centrado formado por dos superficies esféricas de los cuales una, por lo menos, acostumbra a ser esférica, y los medios externos que limitan la lente y tienen el mismo índice de refracción.

Si el grosor de la lente es despreciable en comparación con los radios de curvatura de las caras que la forman, recibe el nombre de lente delgada.

Desde el punto de vista óptico cada cara es una superficie de refracción.

Si construimos un sólido con varios prismas conseguiremos que la luz se refracte dos veces, y gracias a ello tendríamos de un cuerpo capaz de producir imágenes por refracción, tal como apreciamos en la figura. Llamaremos lente a aquel cuerpo transparente limitado por dos superficies, una de las cuales es siempre esférica. Por sus propiedades refractantes los lentes son utilizados principalmente para corregir defectos visuales como el astigmatismo, miopía e hipermetropía.

2. Tipos de lentes

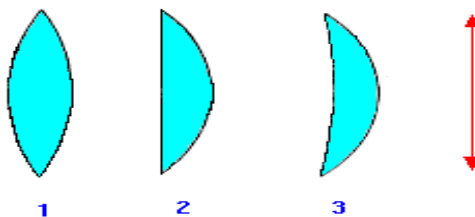
Las lentes pueden ser convergentes o positivas (figura a) y divergentes o negativas (figura b).

Los primeros se caracterizan por tener sus bordes delgados, y los segundos por tenerlos gruesos.

3. Lentes convergentes

Los rayos que inciden sobre una de sus caras, y de forma paralela a su eje principal, se refractan concentrándose en un punto del eje llamado foco principal.

Convergentes: son más gruesas en el centro que en los extremos.

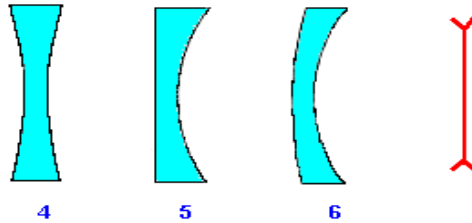


Según el valor de los radios de las caras pueden ser: Biconvexas (1), plano convexas (2) y menisco convergente (3).

4. Lentes divergentes

En estos lentes, los rayos que inciden paralelos al eje principal se refractan de manera que sus prolongaciones se intersecan en un plano del eje principal llamado foco principal de la lente.

Divergentes: Son más delgadas en la parte central que en los extremos

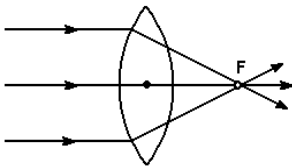


Se representan esquemáticamente por una línea recta acabada en dos puntas de flecha invertidas.

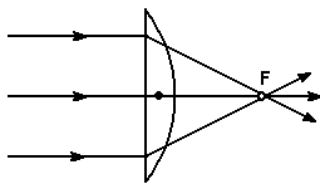
Según el valor de los radios de las caras pueden ser: Bicóncavas (4), plano cóncavo (5) y menisco divergente (6).

Lentes Convergentes

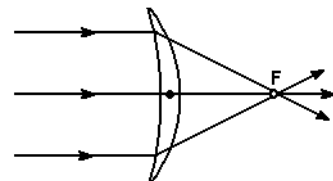
1) Biconvexa



2) Plano convexa

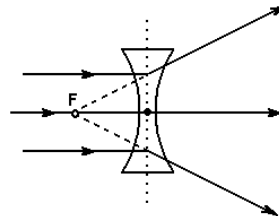


3) Menisco convergente

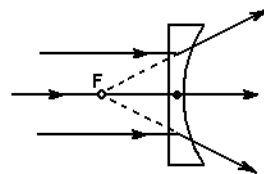


Lentes Divergentes

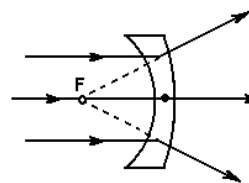
1) Bicóncava



2) Plano cóncava



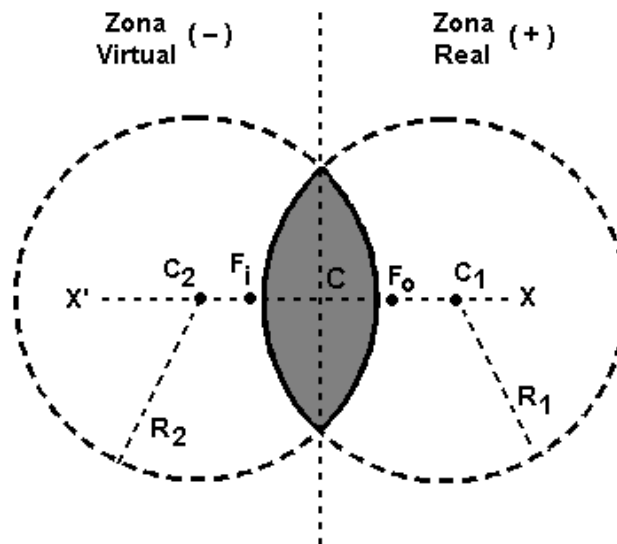
3) Menisco divergente



Una lente está compuesta por dos superficies esféricas, cada una con su centro de curvatura. La línea que une los centros de curvatura se llama eje principal.

Elementos de una Lente

- 1.- **Centro óptico** (C). Es el centro geométrico de la lente; este punto se caracteriza porque todo rayo luminoso que pasa por el no experimenta desviación.
- 2.- **Centro de curvatura** (C_1 , C_2). Son los centros geométricos de las superficies esféricas que limitan la lente.
- 3.- **Radios de curvatura** (R_1 , R_2). Son los radios de las superficies esféricas que limitan la lente. Se denomina " R_1 " al radio de la esfera que esta frente al objeto y " R_2 " al radio de la esfera que no esta frente al objeto.
- 4.- **Eje principal** (X, X'). Es aquella recta que pasa por los centros de curvatura y el centro óptico.
- 5.- **Foco objeto** (F_0). Es el foco de la lente que se encuentra en la región donde está el objeto.
- 6.- **Foco imagen** (F_i). Es el foco de la lente que se encuentra en la región donde no está el objeto.
- 7.- **Foco principal** (F). Es aquel punto situado en el eje principal por el cual van a pasar los rayos refractados o sus prolongaciones de estos, siendo los rayos incidentes paralelos al eje principal. El foco principal puede ser el foco objeto o el foco imagen.
- 8.- **Distancia focal** (f). Es la distancia que existe entre el foco principal y el centro óptico de la lente.
- 9.- **Zonas**. Toda lente divide al espacio en el cual se encuentra, en dos zonas denominadas **zona real**, aquella en la que no se esta el objeto y **zona virtual**, aquella en la que se encuentra el objeto. Convencionalmente, en la zona real las distancias son positivas (+) y, en la zona virtual, las distancias son negativas (-).
- 10.- **Aberración**. Cuando los rayos luminosos pasan cerca a los extremos de la lente se produce el fenómeno denominado "aberración cromática" de la lente. La imagen que se forma es coloreada debido a que la luz se dispersa o se descompone en sus colores primarios (rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, violeta).



Formación de Imágenes

Para la formación de las imágenes en una lente se tomarán en cuenta tres rayos luminosos considerados como los principales, de los cuales resultan indispensables solo dos de ellos, el tercero sirve de comprobación.

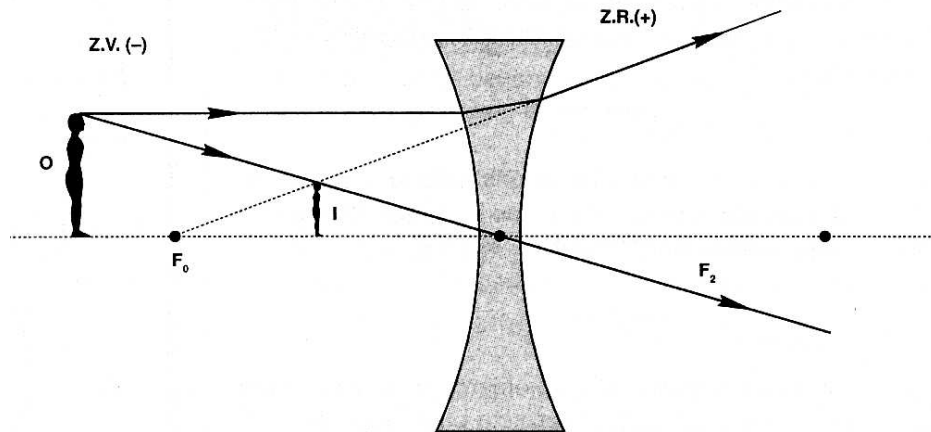
De todos y de cada punto del objeto salen miles de rayos que llevan la información del objeto y se concentran en un punto donde se forma su imagen.

Rayos principales:

- Un rayo luminoso que partiendo del objeto incide en la lente paralelamente al eje principal, se refracta para luego pasar el o su prolongación por el foco principal.
- Un rayo luminoso que partiendo del objeto incide en la lente pasando previamente el o su prolongación por el foco NO PRINCIPAL, para luego refractarse emergiendo de la lente paralelamente al eje principal.
- Un rayo luminoso que parte del objeto, pasa por el centro óptico sin desviarse.

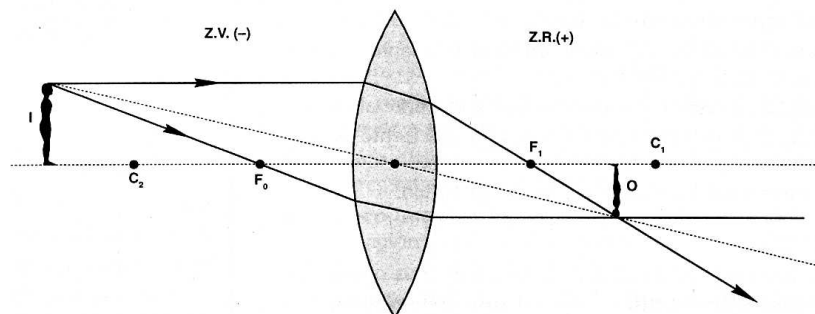
Situaciones Principales

A) **Lentes divergentes.** En este caso el foco principal es el foco objeto.

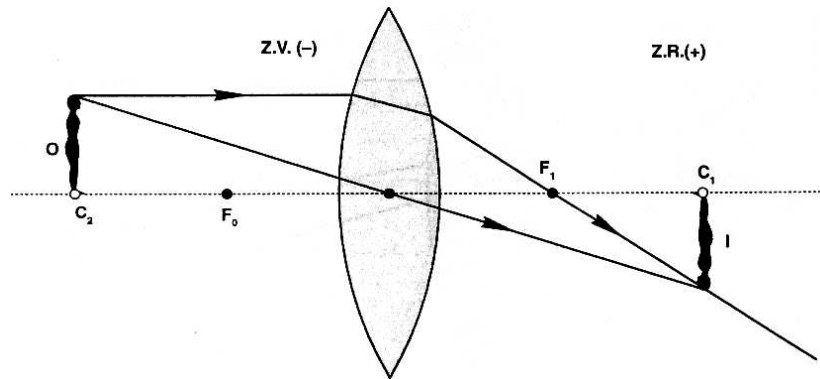


B) **Lentes convergentes.** En este caso el foco principal es el foco imagen

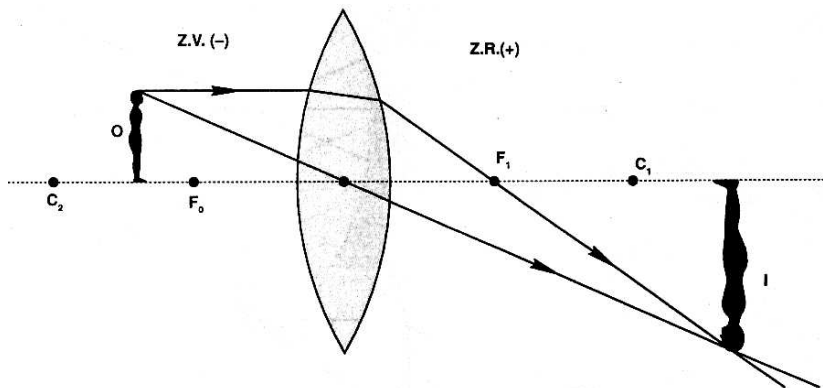
1er. Caso: el objeto más allá de C_2



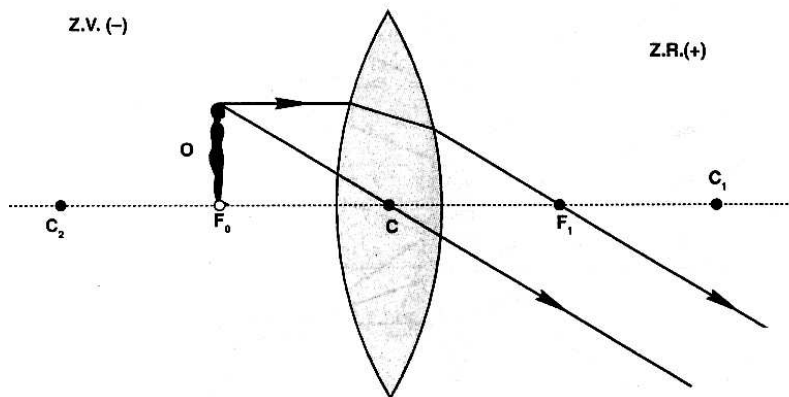
2do. Caso: el objeto en C_2 . Su imagen es real, invertida y de igual tamaño que el objeto.



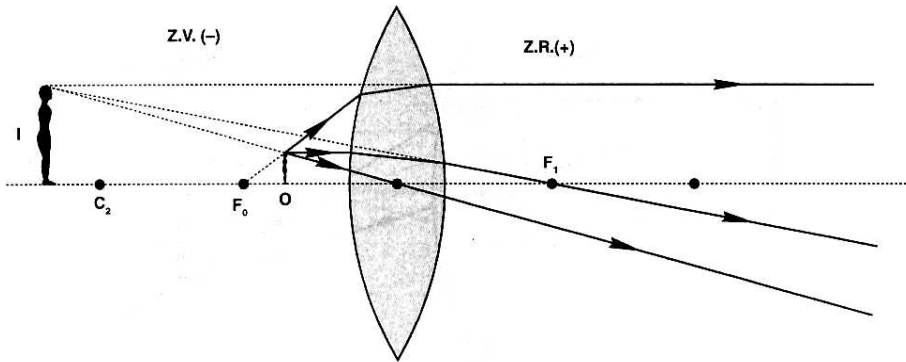
3er. Caso: el objeto en C_2 y F . Su imagen es real, invertida y de mayor.



4to. Caso: el objeto en el foco. No hay imagen



5to. Caso: objeto entre F_0 y el centro óptico



Una lente está compuesta por dos superficies esféricas, cada una con su centro de curvatura. La línea que une los centros de curvatura se llama **eje principal**.

En las lentes divergentes es el punto del eje del que parecen divergir los rayos que vienen del infinito después de atravesarla.

Existe un foco objeto y un foco imagen. ¿Podrías definirlos? ¿Cómo salen de la lente los rayos que parten del foco objeto?

Las **distancias focales** son las distancias entre el foco principal y el centro óptico.

Ecuación de Los Fabricantes de Lentes

$$\frac{1}{f} = \frac{(n - n_o)}{n_o} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

n : índice de refracción de la lente.

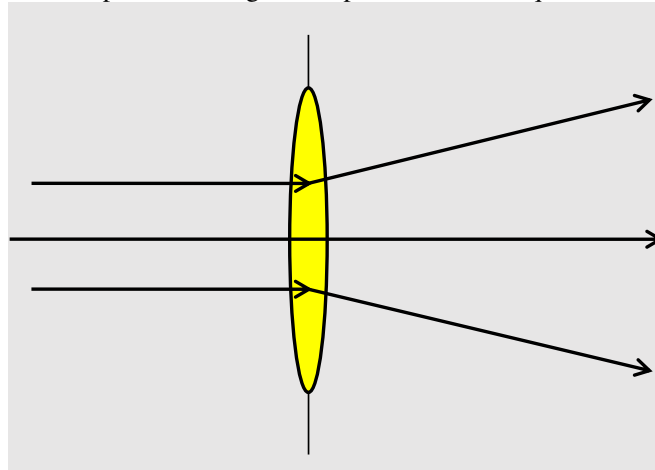
n_o : índice del medio en que se encuentra la lente, para el aire es igual a la unidad.

R_1 : radio de la esfera o superficie que esta frente al objeto.

R_2 : radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

f : distancia del foco principal al centro óptico.

Una lente bicóncava no siempre es convergente, depende del medio que lo rodea.



Ecuación de los Focos Conjugados

La fórmula de las lentes delgadas permite relacionar la posición del objeto y de la imagen con la distancia focal.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

Ley de Signos:

	Lente divergente	Lente convergente
o	(+) siempre	(+) siempre
i	(-) siempre imagen virtual	(+) imagen real (-) imagen virtual
f	(-) siempre	(+) siempre

Aumento: Aumento lateral de una lente es el cociente entre la altura de la imagen y la altura del objeto.

$$A = \pm \frac{|\text{Tamaño imagen}|}{|\text{Tamaño objeto}|}$$

$$\text{También: } A = \frac{-i}{o}$$

Signos:

A (+): imagen derecha

A (-): imagen invertida

Las imágenes virtuales son derechas y las imágenes reales son invertidas.

POTENCIA DE UNA LENTE (P)

La potencia de una lente es la inversa de su distancia focal imagen.

La potencia se mide en m⁻¹ y se conoce como dioptría.

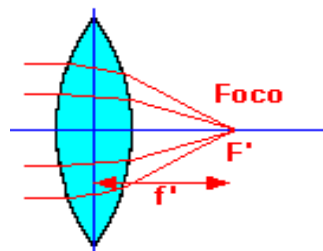
Una dioptría es la potencia de una lente que tiene una distancia focal imagen de 1 m.

El signo de la potencia es el mismo que el de la distancia focal imagen, por lo que siguiendo las normas DIN, la potencia de una lente convergente es positiva, $P > 0$.

La **potencia** amplificadora manifiesta la capacidad de la lente para aumentar la imagen, pero con la capacidad de aumento del cerebro humano, que lleva desde lo más grande a lo más pequeño del Universo.

Se le llama también poder convergente, y viene a ser una característica de la lente. Se mide por la inversa de la distancia focal, y se expresa en **dioptrías** cuando la distancia “f” viene dada en metros.

$$P = \frac{1}{f}$$



ASOCIACION DE LENTES

I. LENTES EN CONTACTO: Cuando dos lentes de distancia focal f_1 y f_2 están en contacto. La distancia focal equivalente es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

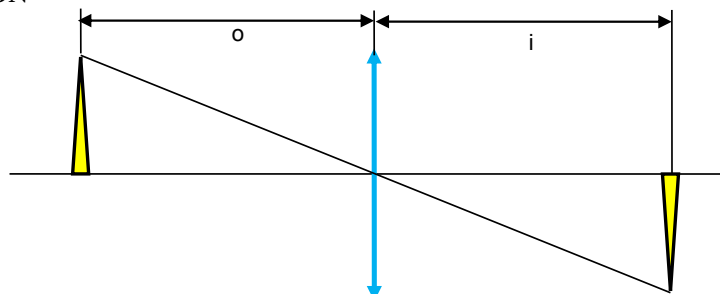
II. LENTES SEPARADAS: Cuando dos lentes de distancia focal f_1 y f_2 están separadas una distancia “d”. La distancia focal equivalente es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Frente a una lente convergente de 6 cm de distancia focal, se coloca a 12 cm de la lente un objeto de altura 2 mm. Calcular la posición de la imagen y el aumento de la imagen.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La ecuación de los focos conjugados, aplicado a la lente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{12} \Rightarrow D_i = 12 \text{ cm}$$

SEGUNDO PASO. Aumento.

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow A = -\frac{12 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} \Rightarrow D_i = -1$$

El signo negativo significativo que la imagen es invertida.

$$A = -\frac{H_i}{H_o} \Rightarrow -1 = -\frac{H_i}{2 \text{ mm}} \Rightarrow H_i = 2 \text{ mm}$$

Respuesta: La imagen y el objeto equidistan de la lente. La imagen y la lente tienen el mismo tamaño. La imagen es invertida.

2. Una lente biconvexa de vidrio de índice de refracción 1,5 tiene radios de curvatura de 10 cm y 15 cm. Si la lente se encuentra en el aire, determinar la distancia focal de la lente.

Resolución

Aplicación de la ecuación de los fabricantes de lentes.

R₁: radio de la esfera o superficie que esta frente al objeto.

R₂: radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

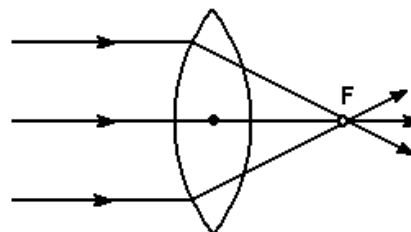
$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5 - 1}{1} \right) \cdot \left[\frac{1}{10} - \frac{1}{-15} \right]$$

Resolviendo la ecuación:

$$f = +12 \text{ cm}$$

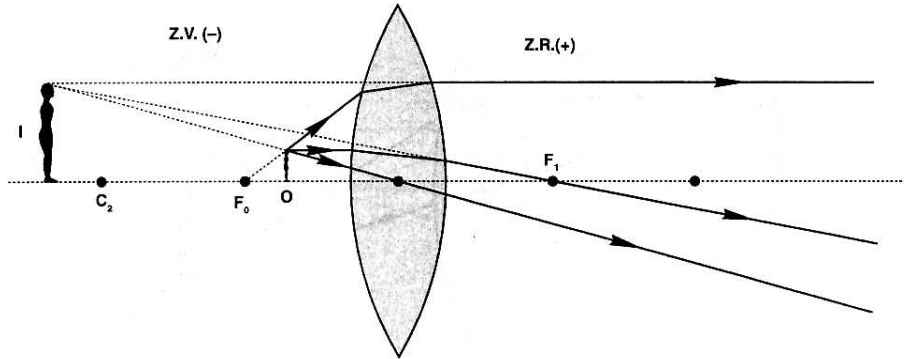


Respuesta: la lente resultante en **convergente** de distancia focal +12 cm.

3. Frente a una lente de +50 dioptrías y a 1 cm de esta se coloca un objeto de 5 mm de altura. Señalar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones.

- I. Se forma una imagen real de 10 cm de altura.
- II. La imagen se forma detrás de la lente y a 2 cm de esta.
- III. La distancia focal de la lente es de 2 cm.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Se trata de una lente convergente.

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{P} = \frac{1}{+50} = 0,02m = 2cm$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{1} \Rightarrow D_i = -2cm$$

La imagen es virtual.

TERCER PASO. Aumento.

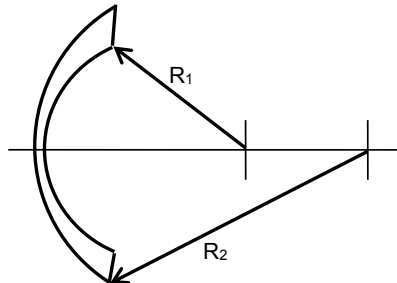
$$-2A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow A = -\frac{(-2cm)}{(1cm)} \Rightarrow A = +2$$

$$A = +\frac{H_i}{H_o} \Rightarrow 2 = +\frac{H_i}{5mm} \Rightarrow H_i = 10mm$$

- I. FALSO. La imagen es virtual.
- II. FALSO. La imagen se forma delante de la lente
- III. VERDADERO. La distancia focal es +2 cm.

4. La lente mostrada en la figura está elaborada de vidrio ($n=1,5$) y limitada por dos caras cuyos radios son $R_1 = 20cm$ y $R_2 = 30cm$. Si colocamos un objeto frente a la lente, se forma una imagen 3 veces menor. ¿A qué distancia se encuentra el objeto de la imagen?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Identificamos las caras. Cara cóncava: $R_1 = -20\text{ cm}$

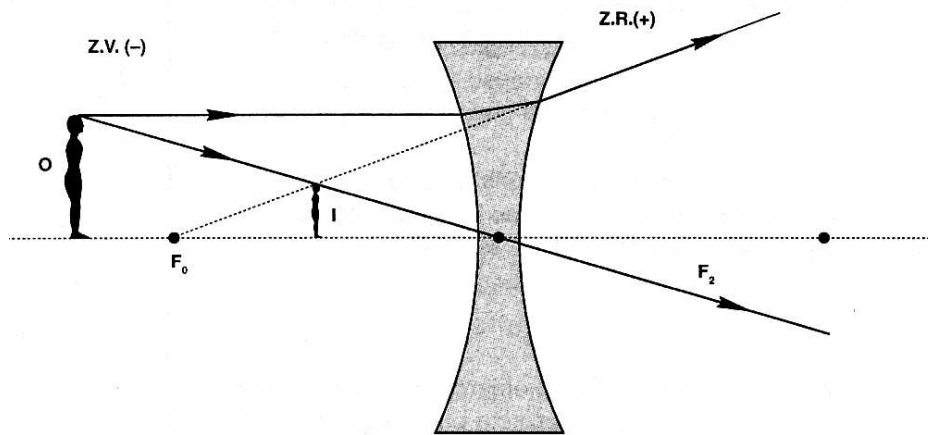
Cara convexa: $R_2 = 30\text{ cm}$

SEGUNDO PASO. Ecuación de los fabricantes de lentes:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{LENTE}}{n_{MEDIO}} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5}{1} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{-20} - \frac{1}{+30} \right] \Rightarrow f = -120\text{ cm}$$

TERCER PASO. Es una lente divergente.



TERCER PASO. Aumento.

$$A = + \frac{H_i}{H_o} \Rightarrow A = + \frac{h}{3h} \Rightarrow A = + \frac{1}{3}$$

$$A = - \frac{D_i}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{3} = - \frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_i = - \frac{D_o}{3}$$

CUARTO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

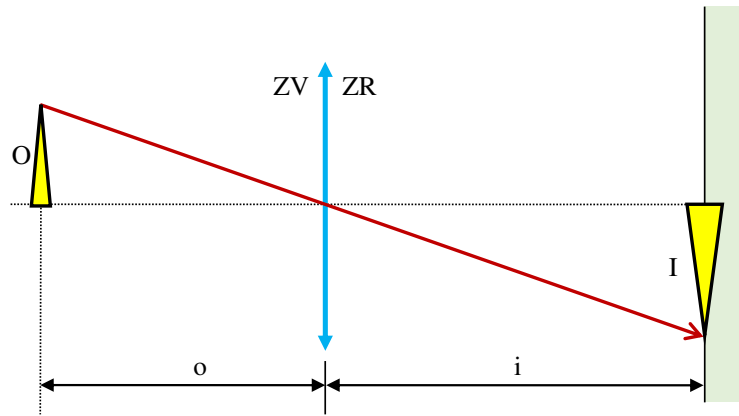
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{-120} = \frac{1}{-\frac{D_o}{3}} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow D_o = 240\text{ cm}$$

$$D_i = 80\text{ cm} \Rightarrow X = D_o - |D_i| = 160\text{ cm}$$

Respuesta: la distancia entre el objeto y la imagen es 160 cm.

5. Una lente de distancia focal “f” proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto luminoso con ampliación “M”. Calcular la distancia de la lente a la pantalla.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. El aumento:

$$|A| = \frac{|D_i|}{|D_o|} \Rightarrow M = \frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_o = \frac{D_i}{M}$$

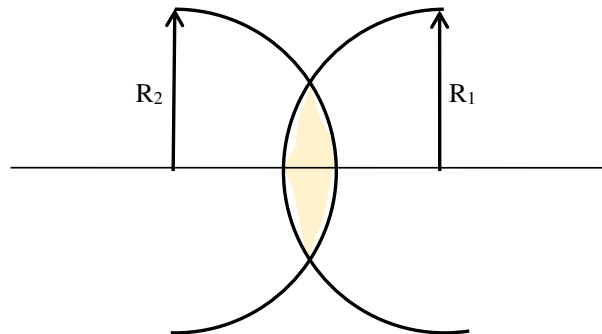
SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{\frac{D_i}{M}}$$

Respuesta: La distancia imagen es $D_i = (M + 1) \cdot f$

6. Una lente biconvexa de vidrio de índice de refracción 1,5 tiene dos caras de la misma curvatura de radio 11 cm. Se coloca delante de la lente un objeto a 22 cm. Determinar la distancia de la imagen a la lente.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Identificamos las caras. Cara convexa: $R_1 = +20 \text{ cm}$

Cara convexa: $R_2 = +30 \text{ cm}$

SEGUNDO PASO. Ecuación de los fabricantes de lentes:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{LENTE}}{n_{MEDIO}} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5}{1} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{11} + \frac{1}{11} \right] \Rightarrow f = +11 \text{ cm}$$

TERCER PASO. La ecuación de los focos conjugados:

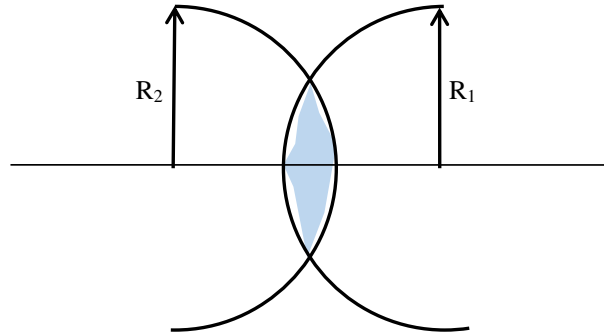
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{11} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{22}$$

Respuesta: La distancia imagen es $D_i = 22 \text{ cm}$

7. Una lente biconvexa de vidrio de índice de refracción 1,5 es utilizado sumergido totalmente en agua. Determine el cambio de su potencia óptica, respecto de la que tenía en el aire.

$$n_{\text{AIRE}} = 1 \text{ y } n_{\text{AGUA}} = \frac{4}{3}$$

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Identificamos las caras. Cara convexa: R_1 . Cara convexa: R_2

SEGUNDO PASO. Ecuación de los fabricantes de lentes, en el aire:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{\text{LENTE}}}{n_{\text{MEDIO}}} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{1,5}{1} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \Rightarrow P_1 = \left(\frac{1}{2} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]$$

TERCER PASO. Ecuación de los fabricantes de lentes, en el agua:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{\text{LENTE}}}{n_{\text{MEDIO}}} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{1,5}{\frac{4}{3}} - 1 \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \Rightarrow P_2 = \left(\frac{1}{8} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]$$

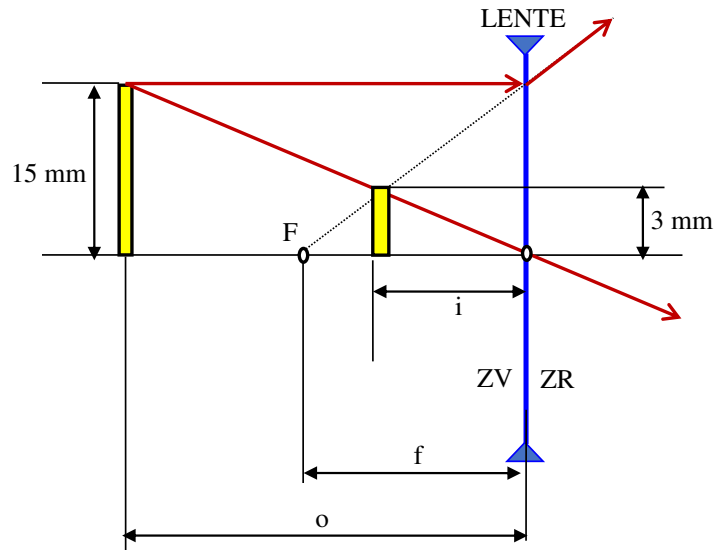
CUARTO PASO. Comparando P_1 y P_2

$$P_1 \rightarrow 100\% \text{ y } P_2 \rightarrow 25\%$$

Respuesta. Disminuye en 75 %

8. Un objeto de 15 mm de altura se halla situado a 30 cm de una lente, formando una imagen virtual de 3 mm de altura. ¿Cuál es la distancia focal? ¿Cuál es la potencia óptica?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Aumento.

$$A = + \frac{H_i}{H_o} \Rightarrow A = + \frac{3\text{ mm}}{15\text{ mm}} \Rightarrow A = + \frac{1}{5}$$

$$A = - \frac{D_i}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{5} = - \frac{D_i}{30\text{ cm}} \Rightarrow D_i = -6\text{ cm}$$

SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-6} + \frac{1}{30} \Rightarrow f = \frac{2}{15}\text{ cm}$$

TERCER PASO. La potencia de la lente es:

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow P = \frac{1}{-\frac{2}{1500}\text{ m}} = -750\text{ dioptrías}$$

Respuesta: Es una lente divergente de potencia -750 dioptrías.

9. Una lente biconvexa cuyo índice de refracción es 1,5 tiene radios de 30 cm y 60 cm. Si la lente está inmersa en el aire, calcular su distancia focal.

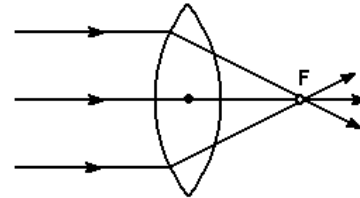
Resolución

Aplicación de la ecuación de los fabricantes de lentes.

R₁: radio de la esfera o superficie que está frente al objeto.

R₂: radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$



Reemplazando los radios en metros, tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5 - 1}{1} \right) \cdot \left[\frac{1}{30} - \frac{1}{-60} \right]$$

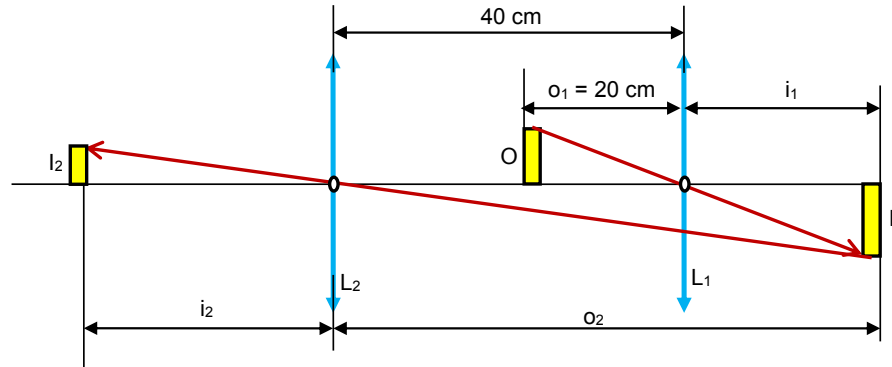
Resolviendo la ecuación:

$$f = +40 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia focal de la lente es +40 cm.

10. Un objeto se coloca a 20 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal. Otra lente convergente de 7 cm de distancia focal de coloca 40 cm detrás de la primera lente. Determine la posición de las imágenes.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La ecuación de los focos conjugados, aplicado a la lente (1), (a la derecha):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{i_1} + \frac{1}{20} \Rightarrow i_1 = 20 \text{ cm}$$

SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados, aplicado a la lente (2), (a la izquierda):

$$o_2 = 40 \text{ cm} + i_1 = 60 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{7} = \frac{1}{i_2} + \frac{1}{60} \Rightarrow i_2 = 7,9 \text{ cm}$$

TERCER PASO. Si intercambiamos las lentes los resultados serán equivalentes.

11. Una lente plano convexa de material sintético de índice de refracción 1,5; tiene un radio de curvatura de 40 cm, es sumergido en un líquido transparente de índice de refracción 2. Determinar la distancia focal de la lente.

Resolución

Aplicación de la ecuación de los fabricantes de lentes.

R1: radio de la esfera o superficie que esta frente al objeto.

R2: radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

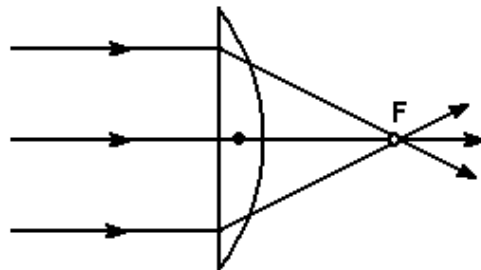
Reemplazando los datos tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5 - 2}{2} \right) \cdot \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{-40} \right]$$

Resolviendo la ecuación:

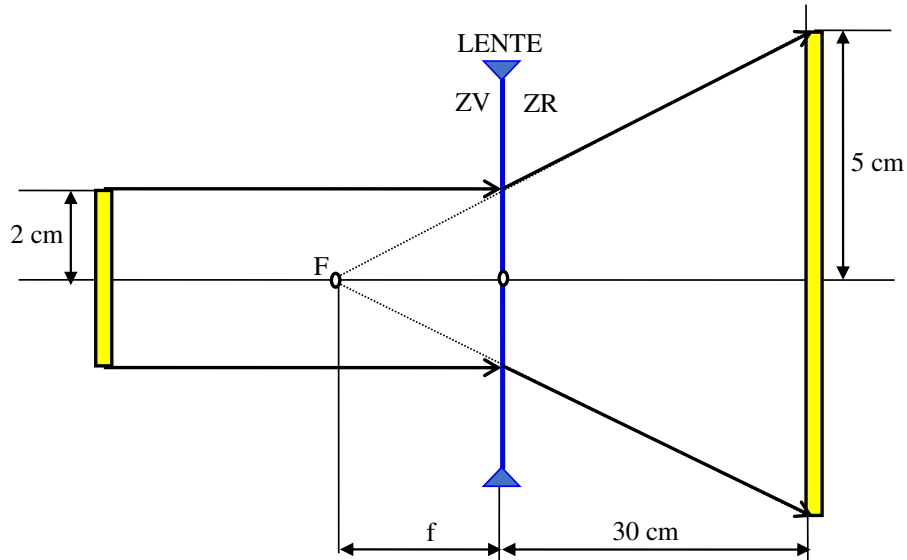
$$f = -160 \text{ cm}$$

Respuesta: la lente resultante es *divergente* de distancia focal -160 cm.



12. Sobre una lente divergente incide un haz en forma de cilindro circular de 2 cm de radio cuyo eje coincide con el eje principal de la lente. Del otro lado de ésta y a 30 cm de distancia se dispone una pantalla normal al eje sobre la cual se observa un círculo luminoso de 10 cm de diámetro. Calcular la distancia focal de la lente.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. El aumento:

$$|A| = \frac{|H_i|}{|H_o|} \Rightarrow |A| = \frac{5 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} \Rightarrow |A| = \frac{5}{2}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la razón tangente.

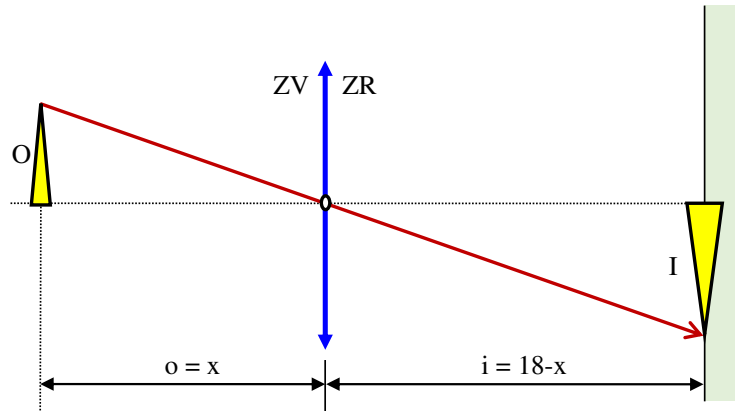
$$\tan \theta = \frac{2}{|f|} = \frac{5}{|f| + 30} \Rightarrow |f| = 20 \text{ cm}$$

$$f = -20 \text{ cm}$$

Respuesta: La distancia focal de la lente divergente es -20 cm.

13. Un objeto se coloca a 18 cm de una pantalla. ¿En qué punto entre el objeto y la pantalla puede ser colocada una lente convergente con longitud focal $f = 4$ cm, para obtener una imagen nítida en la pantalla?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La distancia entre el objeto y la imagen es 18 cm.

$$D_o = x \text{ y } D_i = 18 - x$$

SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{18-x} + \frac{1}{x}$$

$$x^2 - 18x + 72 = 0 \Rightarrow x = 6 \text{ cm y } x = 12 \text{ cm}$$

Respuesta: tenemos dos soluciones válidas.

14. Una lente biconvexa de índice de refracción 1,5 y de radios de curvatura 10 cm y de 20 cm debe trabajar en el aire. Calcular la potencia óptica de la lente.

Resolución

Aplicación de la ecuación de los fabricantes de lentes.

R_1 : radio de la esfera o superficie que está frente al objeto.

R_2 : radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

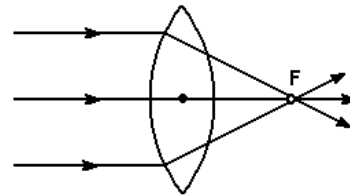
Reemplazando los radios en metros, tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5 - 1}{1} \right) \cdot \left[\frac{1}{0,1} - \frac{1}{-0,2} \right]$$

Resolviendo la ecuación:

$$P = \frac{1}{f} = +7,5 \text{ dioptrías}$$

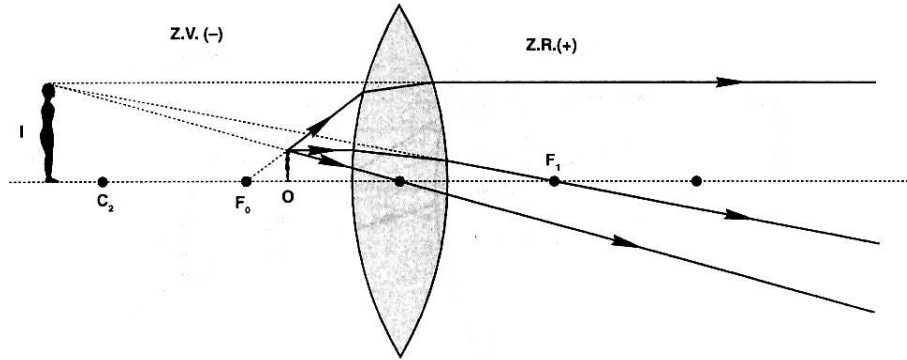
Respuesta: la lente resultante es **convergente** de potencia +7,5 dioptrías.



15. Una lente delgada convergente tiene una longitud focal de 24 cm, si se coloca un objeto a 18 cm de la lente. Calcular la distancia a la cual se encuentra la imagen de la lente.

Resolución

Toda lente divide al espacio en el cual se encuentra, en dos zonas denominadas **zona real**, aquella en la que no se esta el objeto y **zona virtual**, aquella en la que se encuentra el objeto. Convencionalmente, en la zona real las distancias son positivas (+) y, en la zona virtual, las distancias son negativas (-).



Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva y la distancia objeto también es positiva. Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

Reemplazando los datos:

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{i} + \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{1}{24} - \frac{1}{18} = \frac{1}{i}$$

Resolviendo tenemos que:

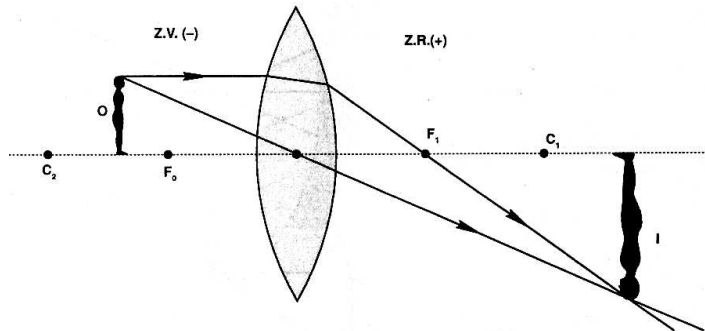
$$i = -72 \text{ cm}$$

Respuesta: La imagen se encuentra en la **zona virtual** a 72 cm de la lente delgada.

16. Un objeto luminoso se coloca a 40 cm de una lente convergente de 30 cm de distancia focal. ¿A qué distancia de la lente se forma la imagen?

Resolución

Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva y la distancia objeto también es positiva. Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

Reemplazando los datos:

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{i} + \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{1}{i}$$

Resolviendo tenemos que:

$$i = +120 \text{ cm}$$

Respuesta: La imagen se encuentra en la *zona real* a 1,2 m de la lente delgada.

17. Sabiendo que una lente plano cóncava trabaja en el aire, determinar la potencia de la lente de índice de refracción 1,5; siendo su radio de curvatura 80 cm.

Resolución

Aplicación de la ecuación de los fabricantes de lentes.

R₁: radio de la esfera o superficie que esta frente al objeto.

R₂: radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

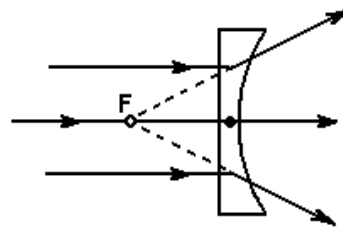
Reemplazando los radios en metros, tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1,5 - 1}{1} \right) \cdot \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{0,8} \right]$$

Resolviendo la ecuación:

$$P = \frac{1}{f} = -0,625 \text{ dioptria}$$

Respuesta: la lente resultante en *divergente* de potencia -0,625 dioptrías.



18. Dos lentes delgadas de 12 cm y 24 cm de distancias focales están en contacto. ¿Cual es la potencia del sistema?

Resolución

Cuando dos lentes de distancia focal $f_1 = 0,12 \text{ m}$ y $f_2 = 0,24 \text{ m}$ están en contacto, la distancia focal *equivalente* es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0,12} + \frac{1}{0,24}$$

Resolviendo la ecuación:

$$\frac{1}{f} = \frac{100}{8 \text{ m}} \Rightarrow f = 0,08 \text{ m}$$

La potencia de la lente es:

$$P = \frac{1}{f} = 12,5 \text{ dioptrias}$$

Respuesta: la potencia del sistema es 12,5 dioptrías.

19. Una lente menisco convergente tiene radios de 40 cm y 20 cm respectivamente. Si el índice de refracción de la lente es 2,0 y está inmersa en el aire. Calcular su distancia focal.

Resolución

Aplicación de la ecuación de los fabricantes de lentes.

R_1 : radio de la esfera o superficie que esta frente al objeto.

R_2 : radio de la esfera o superficie que no está frente al objeto.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n - n_0}{n_0} \right) \cdot \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

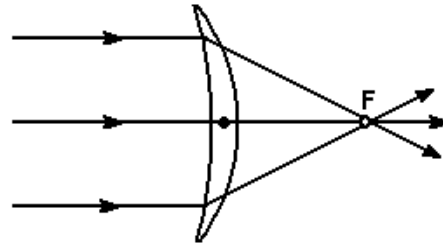
Reemplazando los radios en metros, tenemos:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{2,0 - 1}{1} \right) \cdot \left[\frac{1}{-40} - \frac{1}{-20} \right]$$

Resolviendo la ecuación:

$$f = +40 \text{ cm}$$

Respuesta: la distancia focal de la lente es +40 cm.



20. Un objeto de 4 cm de altura se encuentra ubicado a 20 cm de una lente convergente de distancia focal 12 cm. Determine el tamaño de la imagen.

Resolución

Si la lente es convergente, la distancia focal es positiva y la distancia objeto también es positiva.

Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

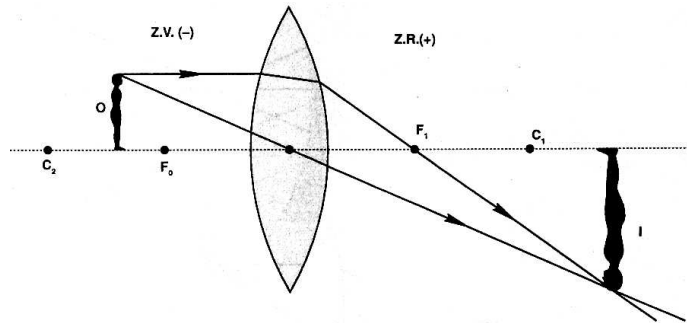
Reemplazando los datos:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{i} + \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{i}$$

Resolviendo tenemos que:

$$i = +30 \text{ cm}$$

El aumento A es directamente proporcional a la distancia imagen e inversamente proporcional a la distancia objeto.



$$A = \frac{T.I}{T.O} = \frac{|i|}{o}$$

$$A = \frac{T.I}{4\text{ cm}} = \frac{30\text{ cm}}{20\text{ cm}} \Rightarrow T.I = 6\text{ cm}$$

Respuesta: el tamaño de la imagen es 6 cm.

21. Un objeto de 48 cm de altura se encuentra ubicado a 60 cm de una lente divergente de distancia focal 20 cm. Determine la altura de la imagen.

Resolución

Si la lente es divergente, la distancia focal es negativa y la distancia objeto es positiva. Reemplazamos los datos en la ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

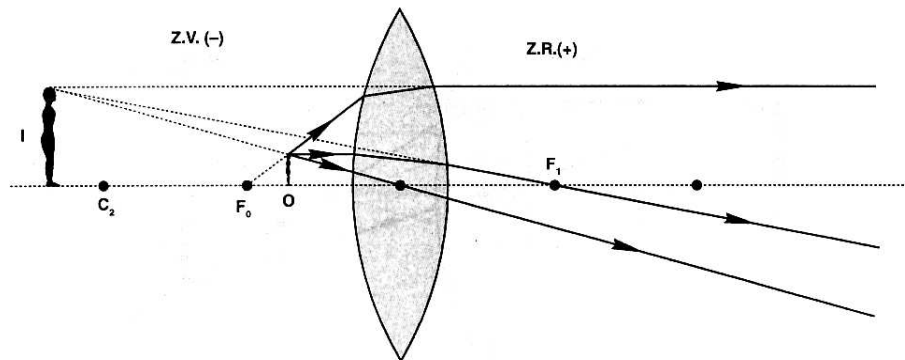
Reemplazando los datos:

$$\frac{1}{-20} = \frac{1}{i} + \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{-20} - \frac{1}{60} = \frac{1}{i}$$

Resolviendo tenemos que:

$$i = -15\text{ cm}$$

El aumento **A** es directamente proporcional a la distancia imagen e inversamente proporcional a la distancia objeto.



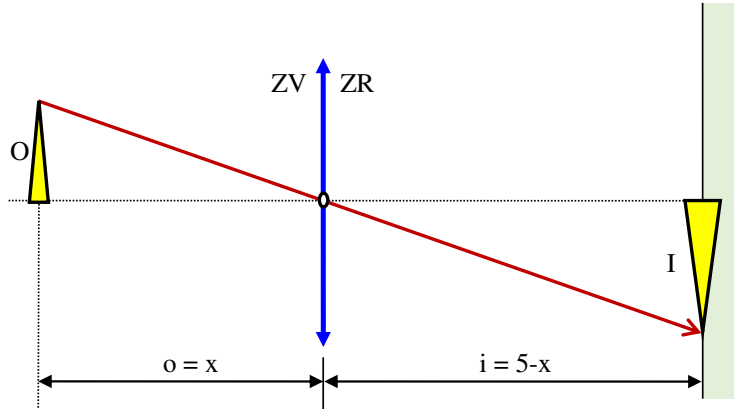
$$A = \frac{T.I}{T.O} = \frac{|i|}{o}$$

$$A = \frac{T.I}{48\text{ cm}} = \frac{15\text{ cm}}{60\text{ cm}} \Rightarrow T.I = 12\text{ cm}$$

Respuesta: la altura de la imagen es 12 cm.

22. Un objeto esta 5 m a la izquierda de una pantalla plana. Una lente convergente de longitud focal $f = 0,8m$ se coloca entre el objeto y la pantalla. ¿En qué posición la lente logra generas imágenes nítidas en la pantalla?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La distancia entre el objeto y la imagen es 18 cm.

$$D_o = x \quad y \quad D_i = 5 - x$$

SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{0,8} = \frac{1}{5-x} + \frac{1}{x}$$

$$x(5-x) = 4 \Rightarrow x_1 = 1m \quad y \quad x_2 = 4m$$

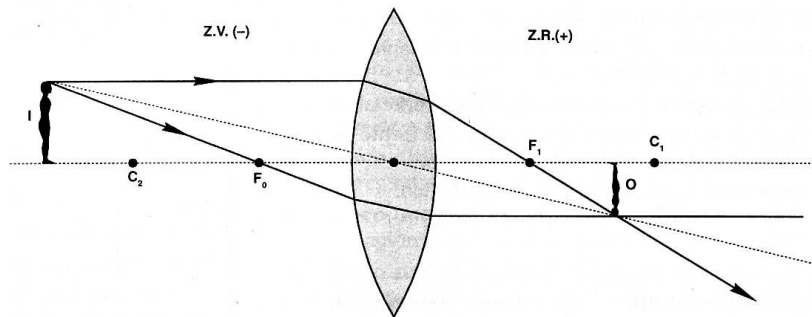
Respuesta: tenemos dos soluciones válidas.

23. Un objeto de 10 mm de altura colocado frente a una lente genera una imagen real de 5 mm de altura, si la distancia entre el objeto y la imagen es de 60 cm. ¿Cuál es la distancia focal de la lente? ¿Cuál es la potencia de la lente?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La imagen es real, entonces se trata de una lente convergente.

$$D_o + D_i = 60cm \quad \dots (1)$$



SEGUNDO PASO. Aumento. La imagen es invertida

$$A = -\frac{H_i}{H_o} \Rightarrow A = -\frac{5mm}{10mm} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

$$A = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{D_i}{D_o} \Rightarrow D_o = 2.D_i \dots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$D_i = 20cm \quad y \quad D_o = 40cm$$

TERCER PASO. La ecuación de los focos conjugados:

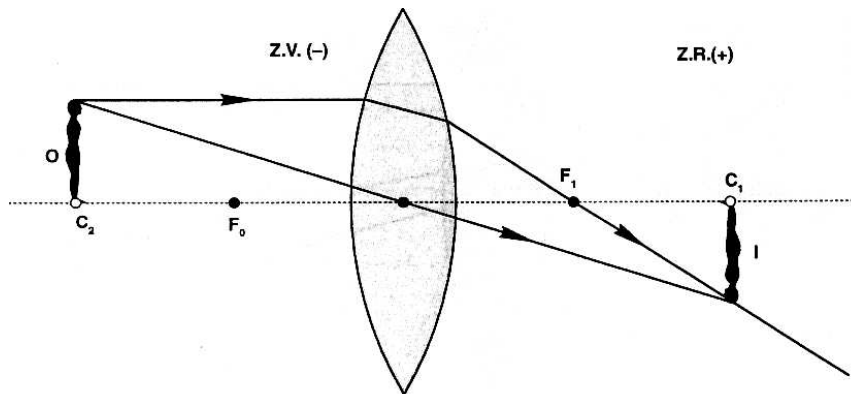
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{40} \Rightarrow f = +\frac{40}{3}cm$$

CUARTO PASO. Cálculo de la potencia óptica.

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow P = \frac{1}{\frac{40}{300}m} = +7,5 dioptrias$$

Respuesta. La potencia de la lente es 7,5 dioptrías.

24. Un objeto luminoso está a 40 cm de una pantalla, cuando una lente se coloca a 20 cm de la pantalla (entre el objeto y la pantalla) se produce la imagen real del objeto luminoso sobre la pantalla. ¿Qué tipo de lente es? ¿Cuál es la distancia focal? ¿Cuál es la potencia óptica?



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La lente es convergente. La distancia imagen es 20 cm, y la distancia entre el objeto y la imagen es 40 cm.

$$D_o + D_i = 40cm \Rightarrow D_o = D_i = 20cm$$

SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

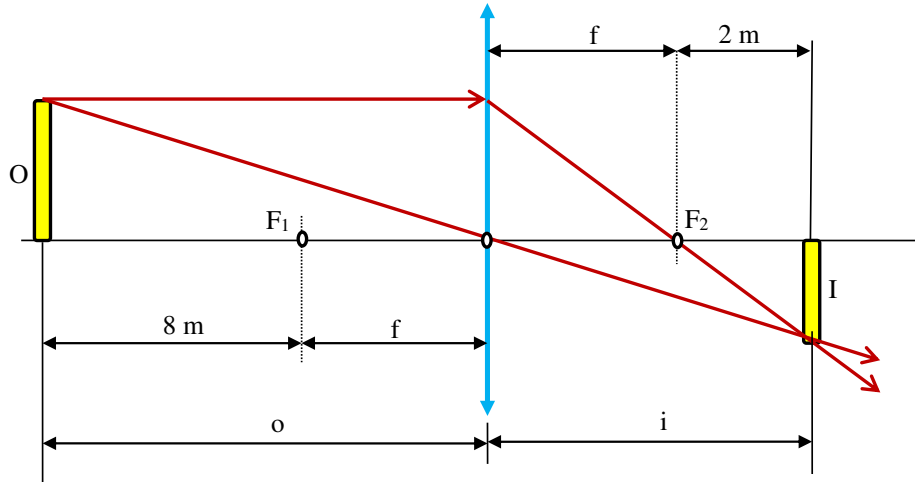
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \Rightarrow f = +10cm$$

TERCER PASO. Cálculo de la potencia óptica.

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow P = \frac{1}{0,1m} = +10 dioptrias$$

Respuesta. La potencia de la lente es 10 dioptrías.

25. En la figura se muestra la trayectoria de dos rayos luminosos a través de una lente convergente. Determine la distancia de la imagen hasta la lente.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Identificamos la distancia objeto y la distancia imagen.

$$D_o = |f| + 8 \quad \text{y} \quad D_i = f + 2$$

SEGUNDO PASO. La ecuación de los focos conjugados:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{f+2} + \frac{1}{8+|f|} \Rightarrow f = +4m$$

TERCER PASO. Cálculo de la distancia imagen:

$$D_i = f + 2 = 6m$$

Respuesta. La distancia imagen es 6 metros.

26. CONTINUARÁ.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

BLOQUE I

1. El cristal tiene índice de refracción 1,5. ¿Cuál es la rapidez de la luz en el diamante?
a) 10^8 m/s b) $2 \cdot 10^8$ m/s c) $3 \cdot 10^8$ m/s d) $4 \cdot 10^8$ m/s e) $5 \cdot 10^8$ m/s
2. Determine la altura que tiene la imagen de un objeto de 48 cm de altura, ubicado a 60 cm de una lente divergente de 20 cm de distancia focal.
a) 10 cm b) 11 cm c) 12 cm d) 13 cm e) 14 cm
3. Un objeto de 5 cm de altura se coloca a 24 cm de una lente convergente de 6 cm de distancia focal. Calcular el tamaño de la imagen.
a) 1,67 cm b) 0,1 cm c) 2,5 cm d) 3,3 cm e) 4,4 cm
4. Determine el tamaño de la imagen de un objeto de 4 cm de altura, ubicado a 20 cm de una lente convergente de distancia focal 12 cm.
a) 8 cm b) 6 cm c) 10 cm d) 12 cm e) 14 cm
5. Una lente menisco convergente tiene radios de 40 cm y 20 cm respectivamente. Si el índice de refracción de la lente es 2,0 y está inmersa en el aire, calcular su distancia focal.
a) 10 cm b) 40 cm c) 10 cm d) 12 cm e) 14 cm
6. Una lente biconvexa cuyo índice de refracción es 1,5 tiene radio de curvatura 30 cm y 60 cm. Si la lente se encuentra inmersa en el aire determine la distancia focal.
a) 10 cm b) 40 cm c) 10 cm d) 12 cm e) 14 cm
7. Se tiene una lente biconvexa de índice de refracción 1,5 y radios de curvatura 30 cm y 60 cm inmersa en el aire. ¿A qué distancia de una lente biconvexa se debe colocar un objeto para obtener un aumento igual a +4?
a) 5 cm b) 30 cm c) 15 cm d) 40 cm e) 49 cm
8. Calcular el índice de refracción de una lente convergente, si su distancia focal en el agua es el triple de su distancia focal en el aire. ($n_{\text{aire}} = 4/3$)
a) 1,2 b) 1,3 c) 1,4 d) 1,5 e) 1,6
9. Un objeto de 9 cm de altura se ubica a 20 cm de una lente divergente de distancia focal 10 cm. Determine el tamaño de la imagen.
a) 3 cm b) 2 cm c) 1 cm d) 5 cm e) 6 cm
10. Una lupa de vidrio ($n = 1,5$) de 4 cm de distancia focal se emplea para ampliar un objeto 5 veces. Para este aumento, ¿a qué distancia de la lupa debe colocarse el objeto?
a) 3,2 cm b) 1,6 cm c) 3,1 cm d) 1 cm e) 2 cm

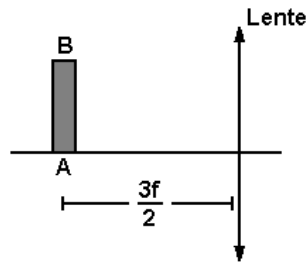
BLOQUE II

- 01.- Una lente biconvexa de vidrio de índice de refracción 1,6 tiene radios de curvatura de 10 cm y 15 cm. Hallar la distancia focal de la lente.
a) 10 cm b) 12 c) 15 d) 8 e) 5

- 02.- Los radios de curvatura de una lente menisco convergente de 10 cm y 7,5 cm y cuyo índice de refracción es 1,5 se encuentra en el aire. Hallar su distancia focal.
a) 15 cm b) -30 c) 60 d) -75 e) -60
- 03.- Una lente plano convexa de material sintético de índice de refracción 1,5; tiene un radio de curvatura de 40 cm, es sumergido en un líquido transparente de índice de refracción 2. Determinar la distancia focal de la lente.
a) 80 cm b) -80 c) 160 d) -160 e) 200
- 04.- Halle la distancia focal de una lente plano convexa cuya superficie curva tiene radio 30cm y fabricada de vidrio común ($n = 1,5$), ubicado en el vacío.
a) 15 cm b) 30 c) 45 d) 60 e) 90
- 05.- Una lente biconvexa de $n = 1,5$ y de radios de curvatura $R_1 = 10$ cm y de $R_2 = 20$ cm debe trabajar en el aire luego, es correcto afirmar que:
a) Su distancia focal es de 20 cm. b) Trabajara como lente divergente.
c) Su potencia es de 5 dioptrías. d) Su distancia focal es de 40 cm.
e) Su potencia es de 7,5 dioptrías.
- 06.- Una lente divergente de 30 cm de distancia focal forma la imagen a 20 cm del centro óptico. ¿A qué distancia se colocó el objeto?
a) 30 cm b) 50 c) 60 d) 100 e) 12
- 07.- Una lente convergente tiene una longitud focal de 24 cm, si se coloca un objeto a 9 cm de la lente. Calcular la distancia a la cual se encuentra la imagen de la lente.
a) 14,4 cm b) 23,4 c) 25,2 d) 10 e) 4
- 08.- Un objeto luminoso se coloca a 40 cm de una lente convergente de 30 cm de distancia focal. ¿A qué distancia de la lente se forma la imagen?
a) 0,6 m b) 1,0 c) 1,2 d) 1,6 e) 2,0
- 09.- Halle la potencia, en dioptrías de una lente cuya distancia focal es de 20 cm.
a) -2,5 b) 3 c) 5 d) 0,2 e) 0,05
- 10.- Hallar la potencia de una lente plano cóncava de índice de refracción $n = 1,5$; siendo su radio de curvatura 90 cm.
a) -0,4 dp b) -0,5 c) -0,6 d) -0,8 e) -0,9
- 11.- Calcular la potencia óptica de un lente plano cóncava de radio 50 cm cuyo índice de refracción es 1,4.
a) 0,8 dp b) -0,8 c) 1,6 d) -1,6 e) 0,4
- 12.- Una lente bicóncava cuyos radios son iguales a 20 cm cada una tiene un índice de refracción de 1,5. ¿Cuál es la potencia óptica de esta lente?
a) -0,5 dp b) -1 c) -2,5 d) -5 e) -7,5

BLOQUE III

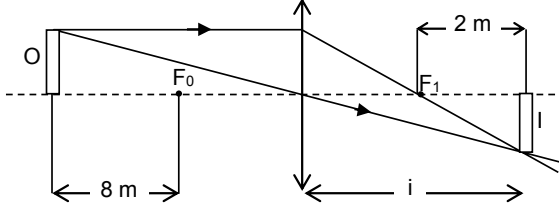
- 01.- Calcular el índice de refracción de una lente convergente, si su distancia focal en el agua es el triple de su distancia focal en el aire.
a) 1,1 b) 1,2 c) 1,5 d) 1,6 e) 1,8
- 02.- Dos lentes delgadas de 12 cm y 24 cm de distancias focales están en contacto. ¿Cual es la potencia del sistema?
a) 5 dp b) 7,5 c) 10 d) 12,5 e) 15
- 03.- Halle la distancia mínima entre un objeto y su imagen real producida por una lente convergente de distancia focal “f”.
a) f b) 2f c) 3f d) 4f e) 5f
- 04.- ¿A qué distancia de una lente convergente de distancia focal 6 cm se debe colocar un objeto a fin de que forme una imagen real de tamaño doble que el objeto?
a) 3 cm b) 6 c) 9 d) 12 e) 15
- 05.- Delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal se coloca un objeto y a 4 cm de la lente. Si el tamaño del objeto es 12 cm. ¿Cuál es el tamaño de la imagen?
a) 10 cm b) 15 c) 20 d) 30 e) 40
- 06.- Una lente de 30 cm de distancia focal da una imagen virtual 1,5 veces más pequeña que el objeto, determinar a qué distancia de la lente está el objeto.
a) 5 cm b) 10 c) 15 d) 20 e) 25
- 07.- La lente mostrada en la figura es delgada y tiene una distancia focal “f”, ¿cuál será la altura de la imagen del objeto AB de 2 cm de altura?

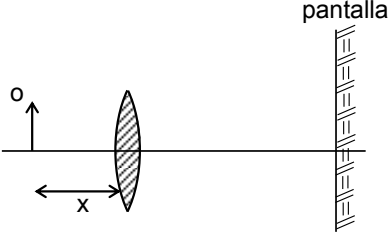


- a) 2 cm b) 3 c) 4 d) 5 e) N.A.
- 08.- Un objeto está colocado a 80 cm de una lente plana cóncava y entrega una imagen reducida 5 veces. Si el índice de refracción de la lente es 1,5. ¿Cuál es su radio de curvatura?
a) 50 cm b) 40 c) 28 d) 20 e) 10

SEGUNDA PARTE

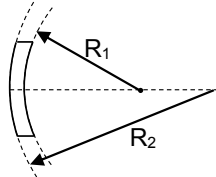
01. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Una lente, biconvexa tiene una potencia positiva.
II. La magnificación de una lente bicóncava es siempre negativa.

- III. Si un objeto se coloca entre el foco y el centro óptico de una lente biconvexa, entonces su magnificación es mayor que la unidad.
 A) FFF B)FFV C) FVV D) VVV E) VFV
02. Un objeto está 2 m a la izquierda de una pantalla plana. Una lente convergente de longitud focal $f = 0,8\text{m}$ se coloca entre el objeto y la pantalla. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
 I. Hay dos posiciones de la lente para los cuales se forman imágenes en la pantalla.
 II. En $p = 100\text{ cm}$ y $q = 400\text{ cm}$ se forma una imagen real, invertida y cuatro veces mayor.
 III. En $p = 400\text{ cm}$ se forma una imagen virtual, derecha y un cuarto del tamaño del objeto.
 A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y II E) II y III
03. Un objeto luminoso está a 40 cm de una pantalla, cuando una lente se coloca a 20 cm de la pantalla (entre el objeto y la pantalla) se produce la imagen real del objeto luminoso sobre la pantalla. Determine el tipo de lente y el valor de la distancia focal.
 A) convergente, 10 cm B) convergente, 8 cm C) convergente, 13,3 cm
 D) divergente, 10 cm E) divergente, 15,3
04. Un objeto de 12 cm de altura colocado frente a una lente genera una imagen real de 5 cm de altura, si la distancia entre el objeto y la imagen es de 60 cm, determine la distancia focal (en cm) de la lente.
 A) +26,6 B) -26,6 C) 13,3 D) -13,6 E) ninguna
05. En la figura se muestra la trayectoria de dos rayos luminosos a través de una lente convergente, halle "i" (en m)
- 
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
06. Un objeto de 12 cm de altura es colocado frente a una lente convergente produciéndose una imagen virtual de 5 cm de altura. Si el objeto está ubicado a 20 cm de su imagen. Determine la potencia de la lente (en dioptrías).
 A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) ninguna
07. Una lente de distancia focal 30 cm proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto amplificándolo 9 veces. La distancia, en centímetros entre la lente y la pantalla es:
 A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) ninguna
08. Un objeto se coloca a 20 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal. Otra lente convergente de 7 cm de distancia focal se coloca a 40 cm detrás de la primera lente. Determine la posición de la imagen.
 A) A 12,5 cm de la primera lente. B) A 17,5 cm de la primera lente.

- C) A 17,5 cm de la segunda lente.
E) ninguna
- D) A 22,5 cm de la segunda lente.
09. Una lente convergente de 6 cm de distancia focal se sostiene a 30 cm de una página impresa sobre una letra de 2 mm de longitud. Calcule la posición (en cm) y aumento de la imagen de esa letra.
A) -10 ; 2,5 B) 10 ; 2,5 C) -12 ; 3 D) 12 ; -3 E) ninguna
10. Sobre una lente divergente incide un haz en forma de cilindro circular de 2 cm de radio cuyo eje coincide con el eje principal de la lente. Del otro lado de ésta y a 30 cm de distancia se dispone una pantalla normal al eje sobre la cual se observa un círculo luminoso de 10 cm de diámetro. Calcule la distancia focal de la lente.
A) 10 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) 30 cm
11. Un objeto se coloca a 18 cm de una pantalla. ¿En qué punto entre el objeto y la pantalla puede ser colocada una lente, con longitud focal $f = 4$ cm, para obtener una imagen en la pantalla?
- 
- A) 3 y 15 cm B) 4 y 14 cm C) 6 y 12 cm D) 8 y 10 cm E) 2 y 16 cm
12. Una lente plana convexa se coloca entre un objeto y una pantalla distante entre sí 100 cm. Se obtiene sobre la pantalla la imagen del objeto para dos posiciones de la lente que distan 24 cm. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?
A) 16 cm B) 18 cm C) 20 cm D) 24 cm E) ninguna
13. Un objeto de 15 cm de altura se halla situado a 30 cm de una lente, formando una imagen virtual de 3 cm. ¿Cuál es la potencia de la lente en dioptrías?
A) 13,3 B) -15,2 C) 15,2 D) 10 E) ninguna
14. Con relación al tema de lentes delgadas indique verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
I. La potencia de una lente convergente puede ser una cantidad negativa.
II. Si un objeto se ubica entre el foco y el centro óptico de una lente, entonces su imagen es real.
III. La imagen de un objeto frente a una lente divergente es erguida y virtual.
A) FFV B) FFF C) VFF D) VVF E) VVV
15. Respecto a las lentes delgadas identifique la proposición falsa:
A) Una lente convergente concentra los rayos de luz.
B) Una lente divergente separa los rayos de luz.
C) Una lente biconvexa siempre es convergente.
D) Una lente bicóncava puede ser convergente.
E) Lentes de potencia óptica grande tienen pequeño radio de curvatura.

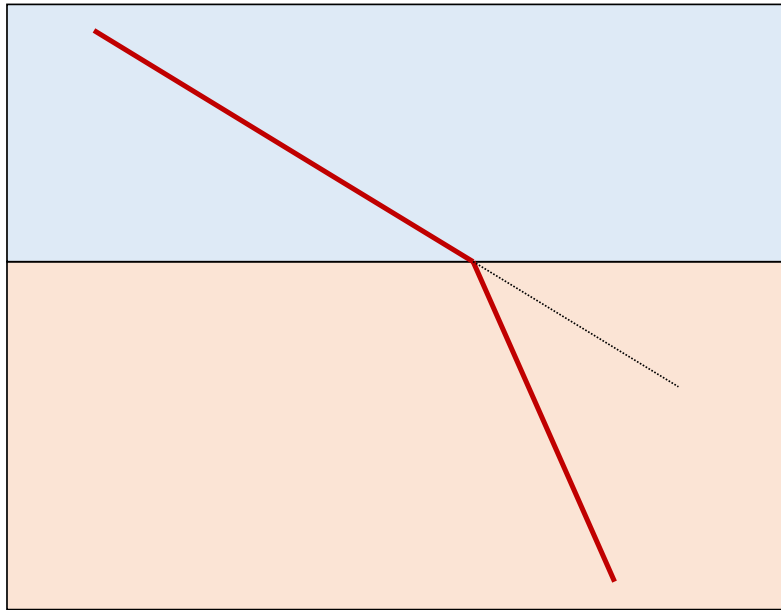
16. Frente a una lente de $+50$ dioptrías y a 1 cm de ésta se coloca un objeto de $0,5$ cm de altura. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?
- Se forma una imagen real de 10 cm de altura.
 - La imagen se forma detrás de la lente y a 2 cm de ésta.
 - La longitud focal de la lente es de 2 cm.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Todas E) Ninguna

17. La lente mostrada en la figura está elaborada de vidrio ($n = 1,5$) y limitada por dos caras cuyos radios son $R_1 = 20$ cm y $R_2 = 20$ cm. Si colocamos un objeto frente a esta lente, se forma una imagen 3 veces menor. ¿A qué distancia (en m) se encuentran el objeto y su imagen?



- A) 1,0 B) 1,2 C) 1,5 D) 1,6 E) ninguna
18. Una lente de longitud focal “ f ” proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto luminoso con amplificación “ M ”. Halle la distancia de la lente a la pantalla.
- A) f B) Mf C) f/M D) $(M - 1)f$ E) $(M + 1)f$
19. Una lente biconvexa de vidrio de índice de refracción $1,5$ tiene sus dos caras de la misma curvatura de radio 40 cm. Se coloca delante de este lente un objeto a 22 cm, halle la distancia de la imagen a la lente.
- A) 11 cm B) 22 cm C) 33 cm D) 44 cm E) 55 cm
20. Una lente biconvexa de vidrio ($n = 1,5$), es utilizado totalmente sumergida en el agua ($n = 4/3$). Determine el cambio de su potencia, respecto a la que tenía en el aire ($n = 1$).
- A) Aumenta en 25% B) Aumenta en 50% C) Aumenta en 75%
 D) Disminuye en 50% E) Disminuye en 75%
21. A una distancia de 4 cm a uno de otro lado de uno de los focos de una lente convergente de 5 dioptrías se colocan 2 puntos luminosos sobre el eje principal. Halle la distancia que separa las imágenes de estos 2 puntos.
- A) 40 cm B) 60 cm C) 80 cm D) 120 cm E) 200 cm
22. Una lente de vidrio plano convexa está rodeada de agua siendo su radio menor 3 m. Determine la potencia (en dioptrías) de la lente sabiendo que los índices del vidrio y el agua son de $3/2$ y $4/3$ respectivamente.
- A) $1/12$ B) $1/15$ C) $1/24$ D) $1/28$ E) $1/32$

PRINCIPIO DE FERMAT



1. INTRODUCCIÓN: Imagina que nos encontramos en la costa, lejos de la orilla, en un punto A y en el mar, alejado de la orilla, una persona cae de una barca en un punto B.

Nosotros vemos el accidente y podemos acudir corriendo y luego nadando... ¿Qué hacemos? ¿Vamos en línea recta? ¡Sí, sin duda!...

Sin embargo, si usáramos un poco más la inteligencia nos daríamos cuenta que es ventajoso correr una distancia un poco mayor por tierra para disminuir la distancia que debemos nadar, porque nos movemos más lentamente por el mar que por la tierra.

Es preferible recorrer un mayor camino para tardar el menor tiempo posible ya que ésta es la magnitud que interesa para salvar a la persona de morir ahogada.

Pues bien, esto es lo que hace la luz para ir de A hacia B cuando cambia de medio de propagación.

Este principio afirma lo siguiente:

El camino que, entre todos los posibles, sigue un rayo de luz para ir de un punto a otro, es aquel en que la luz emplea un tiempo mínimo.

Y si cumple este principio debe incidir y rebotar con los ángulos que se expresan en la ley de la reflexión y refracción (ley de Snell).

Por lo tanto, el principio de Fermat y las Leyes de la reflexión y refracción son la explicación del mismo hecho desde dos puntos de vista diferentes.

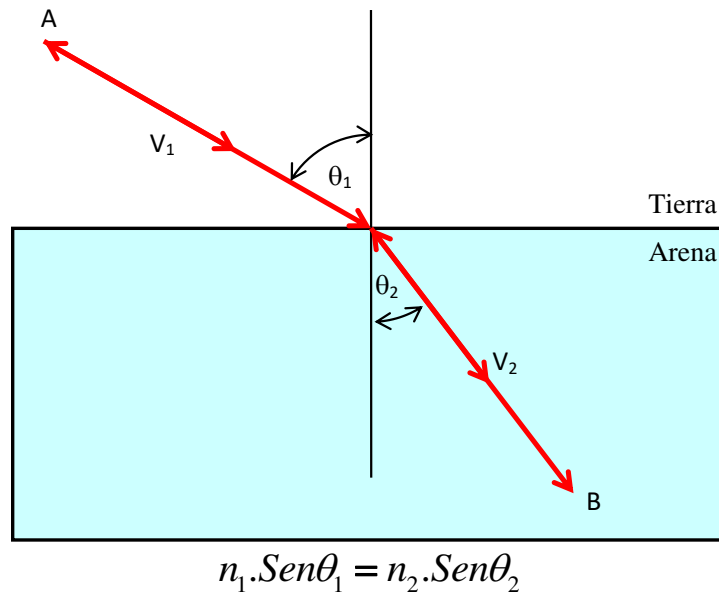
2. Explicación matemática del Principio de Fermat.

Analicemos la propagación de una onda electromagnética en el fenómeno de refracción. El medio superior aire tiene de índice de fracción n_1 y el otro medio (agua) n_2 . La rapidez de la luz en el vacío es “C” y la velocidad en cada medio V_1 y V_2 .

$$V_1 = \frac{C}{n_1} \quad \text{y} \quad V_2 = \frac{C}{n_2}$$

3. LEY DE SNELL:

De todos los caminos posibles, el elegido por la luz, en la refracción, es aquel en el que emplea un tiempo mínimo.



Esto demuestra que la luz, cuando va de un lugar a otro, e incluso cuando cambia de medio, siempre va por el camino donde emplea menos tiempo, incidiendo y saliendo con los ángulos dados por la ley de Snell.

4. APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE FERMAT AL MOVIMIENTO MECÁNICO:

Si un cuerpo se desplaza desde el punto A hasta el punto B pasando por un punto P que se encuentra en la línea de *interfase* entre dos superficies diferentes (tierra y arena), entonces se deduce del *principio de Fermat* que la rapidez del móvil en cada superficie es directamente proporcional a su rapidez, es decir debe recorrer mayor longitud en la superficie donde desarrolla mayor rapidez.

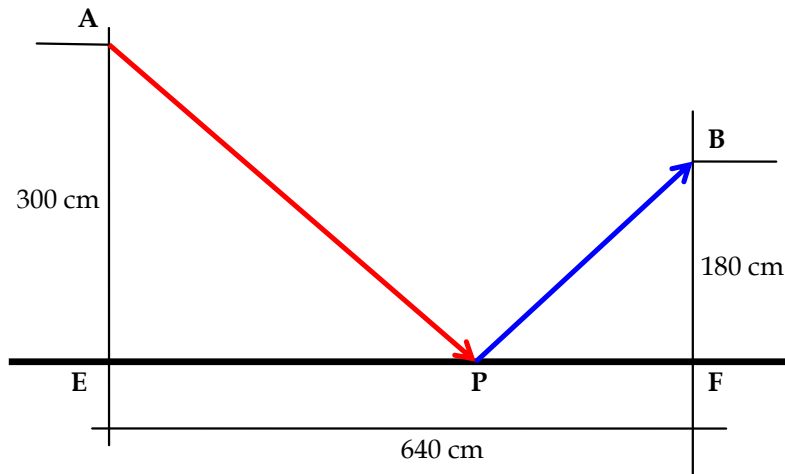
$$\frac{C}{V_1} \cdot \text{Sen}\theta_1 = \frac{C}{V_2} \cdot \text{Sen}\theta_2$$

Simplificado tenemos que:

$$\frac{\text{Sen}\theta_1}{V_1} = \frac{\text{Sen}\theta_2}{V_2} \Leftrightarrow \frac{V_1}{\text{Sen}\theta_1} = \frac{V_2}{\text{Sen}\theta_2}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

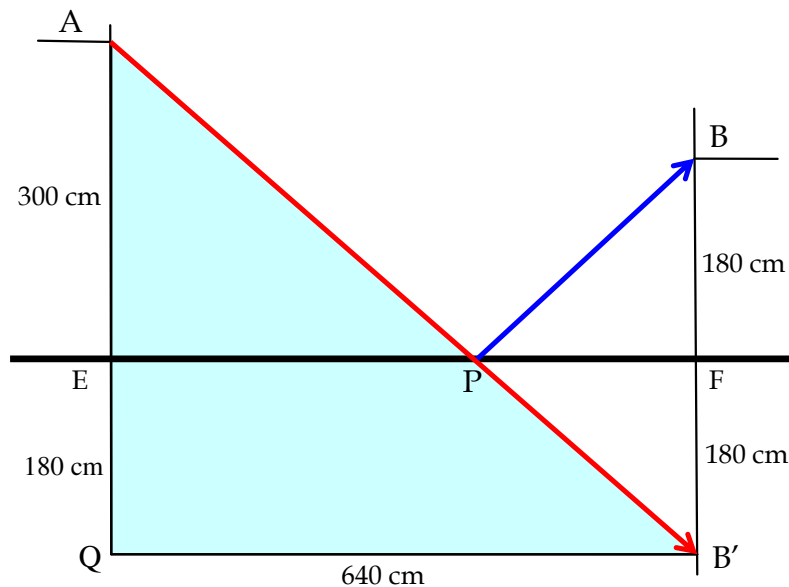
EJEMPLO 01: Un ratón se encuentra en la posición A sobre un piso horizontal. Si el ratón quiere llegar a su agujero ubicado en la posición B, desplazándose con rapidez constante de 4 m/s,



recogiéndolo previamente un grano de arroz de la línea horizontal EF. Determinar el intervalo de tiempo mínimo, empleado por el ratón, en este proceso desde A hasta B.

RESOLUCIÓN

Si el ratón se comportara como un rayo de luz y la superficie EF como un espejo plano, entonces el punto B' sería la imagen del extremo B; el tiempo empleado sería mínimo. Por simetría PB y PB' tienen la misma longitud.



Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo AQB' deducimos que:

$$AB' = \sqrt{(480)^2 + (640)^2} = 800 \text{ cm}$$

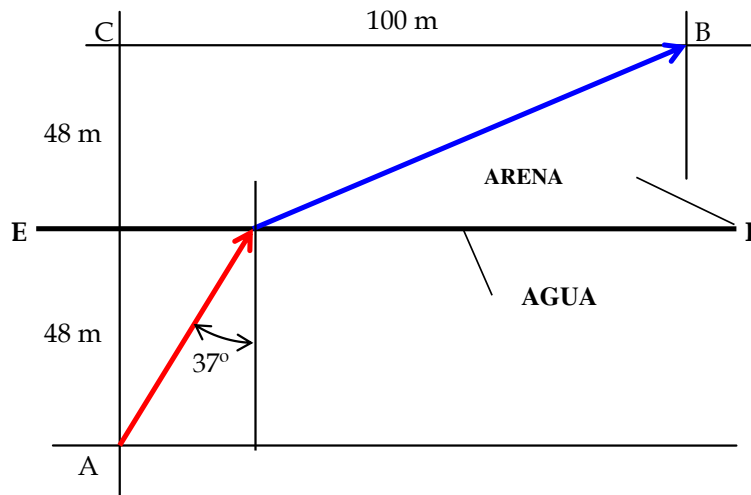
La distancia $AB' = AP + PB = 8$ metros. Su equivalente sería que el ratón viaja en línea recta desde A hasta B' (imagen).

Cálculo del tiempo empleado:

$$t = \frac{d}{V} = \frac{8m}{\frac{4m}{s}} = 2 s$$

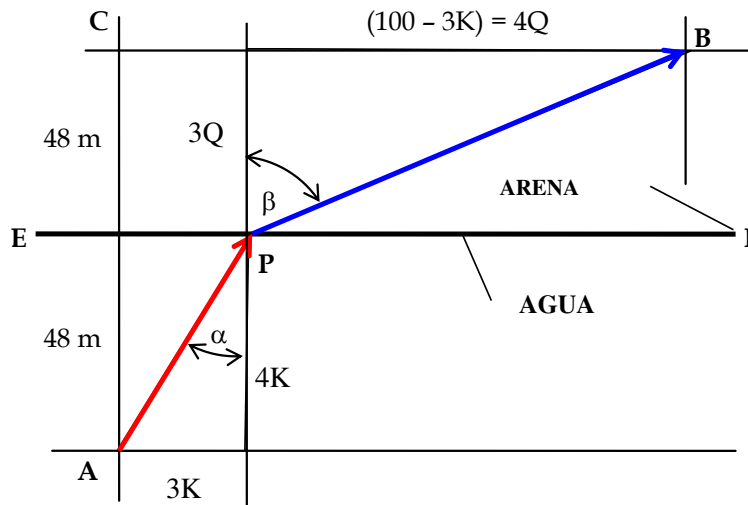
Respuesta: El intervalo de tiempo, mínimo, empleado por el ratón es 2 segundos.

EJEMPLO 02: Un joven deportista debe desplazarse desde la posición A en un lago hasta el punto B sobre la arena, dividida entre sí por un segmento EF. En el lago nada con rapidez de 6 m/s y por la arena corre con una rapidez de 8 m/s. Determine el intervalo de tiempo mínimo que demora para trasladarse desde A hasta B.



Resolución

Si el joven se comportara como un rayo de luz y la línea EF como la superficie que divide dos medios donde las rapidez es diferentes, entonces el tiempo empleado sería mínimo.



$$\frac{\text{Sen}\alpha}{V_1} = \frac{\text{Sen}\beta}{V_2} \Rightarrow \frac{\text{Sen}\alpha}{6} = \frac{\text{Sen}\beta}{8}$$

Resolviendo el sistema: $\alpha = 37^\circ$ y $\beta = 53^\circ$

Resolviendo cada triángulo tenemos que: $4K = 48$, entonces $K = 12$

$4Q = 64$, entonces: $Q = 16$

Cálculo de AP: $5K = 60$ metros

Cálculo del tiempo en el agua:

$$t_1 = \frac{d}{V} = \frac{60m}{\frac{6m}{s}} = 10 \text{ s}$$

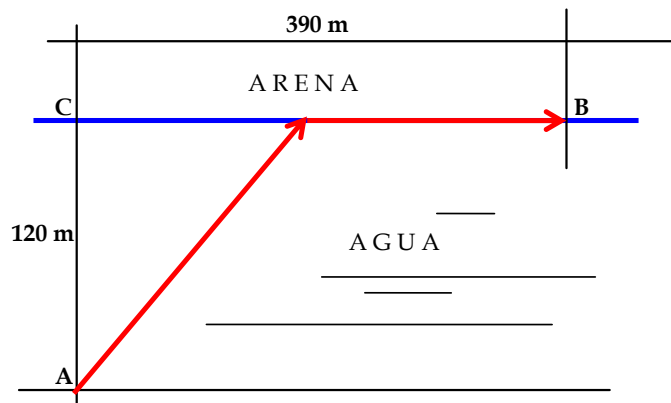
Cálculo de PB: $5Q = 80$ metros

Cálculo del tiempo en la arena:

$$t_2 = \frac{d}{V} = \frac{80m}{\frac{8m}{s}} = 10 \text{ s}$$

Respuesta: el *mínimo* tiempo empleado, para ir de desde A hasta B es 20 segundos.

EJEMPLO 03: Juan se encuentra en la posición A de un lago donde nada con rapidez constante de 3 m/s y en la orilla sobre la arena corre con rapidez de 5 m/s. Determinar el intervalo de tiempo mínimo que emplea el llegar a su cabaña situado en la posición B.



- A) 110 s B) 130 s C) 140 s D) 150 s E) 160 s

RESOLUCIÓN

Si Juan se comportara como un rayo de luz y la línea CB como la superficie que divide dos medios donde las rapideces son diferentes, entonces el tiempo empleado sería mínimo.

$$\frac{\text{Sen}\alpha}{V_1} = \frac{\text{Sen}\beta}{V_2} \Rightarrow \frac{\text{Sen}\alpha}{3} = \frac{\text{Sen}90^\circ}{5}$$

$$\text{Sen}\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = 37^\circ$$

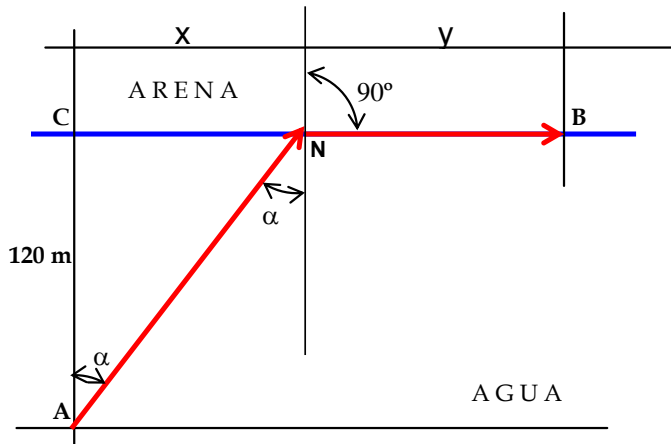
En el triángulo rectángulo ACN:

$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{3}{4} = \frac{x}{120} \Rightarrow x = 90 \text{ m}$$

Del gráfico: $x + y = 390 \text{ m} \Rightarrow y = 300 \text{ m}$

Cálculo de AN, en el triángulo rectángulo ACN:

$$\operatorname{Cos} \alpha = \frac{4}{5} = \frac{120}{AN} \Rightarrow AN = 150 \text{ m}$$



Cálculo del tiempo en el agua:

$$t_1 = \frac{AN}{V_1} = \frac{150 \text{ m}}{\frac{3 \text{ m}}{\text{s}}} = 50 \text{ s}$$

Cálculo del tiempo en la arena:

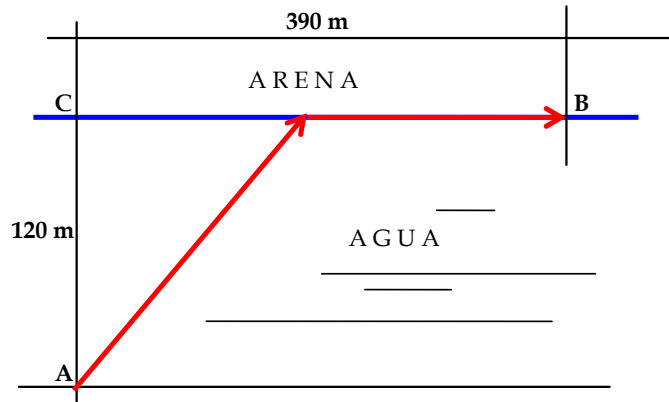
$$t_2 = \frac{NB}{V_2} = \frac{300 \text{ m}}{\frac{5 \text{ m}}{\text{s}}} = 60 \text{ s}$$

Cálculo del tiempo total empleado:

$$t_1 + t_2 = 110 \text{ s}$$

Respuesta: el *mínimo* tiempo empleado, para ir de desde A hasta B es 110 segundos.

EJEMPLO 04: Juan se encuentra en la posición A de un lago donde nada con rapidez constante de 3 m/s y en la orilla sobre la arena corre con rapidez de 5 m/s. Determinar el intervalo de tiempo mínimo que emplea el llegar a su cabaña situado en la posición B.



A) 110 s

B) 130 s

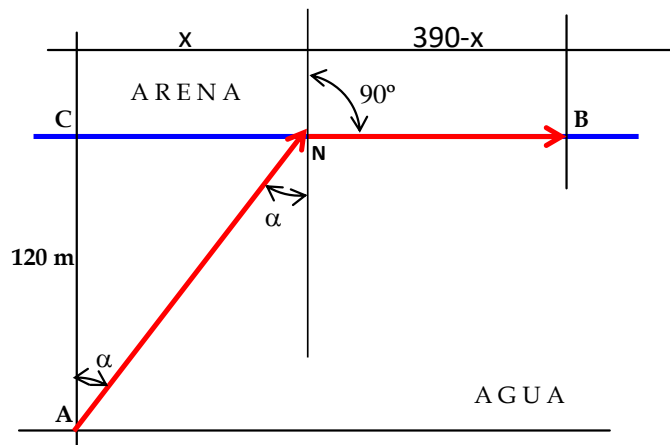
C) 140 s

D) 150 s

E) 160 s

RESOLUCIÓN

Si Juan se comportara como un rayo de luz y la línea CB como la superficie que divide dos medios donde las rapidezces son diferentes, entonces el tiempo empleado sería mínimo.



Cálculo del tiempo en el agua:

$$t_1 = \frac{AN}{V_1} = \frac{\sqrt{(120)^2 + x^2}}{3}$$

Cálculo del tiempo en la arena:

$$t_2 = \frac{NB}{V_2} = \frac{390 - x}{5}$$

Cálculo del tiempo total empleado:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{(120)^2 + x^2}}{3} + \frac{390 - x}{5}$$

El tiempo es mínimo, caso crítico, derivada del tiempo respecto de x , igual a cero.

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) \frac{2x}{2\sqrt{(120)^2 + x^2}} + \frac{(-1)}{5} = 0$$

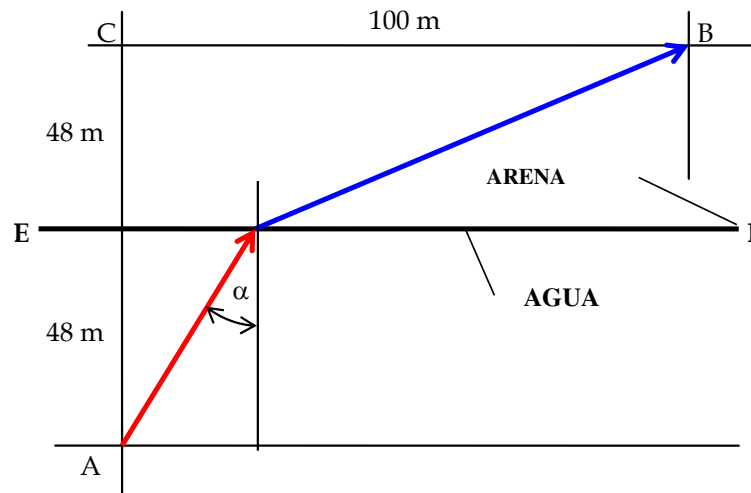
Resolviendo $x = 90$ metros

Reemplazamos en:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{(120)^2 + (90)^2}}{3} + \frac{390 - 90}{5} = 110$$

Respuesta: el *mínimo* tiempo empleado, para ir de desde A hasta B es 110 segundos.

EJEMPLO 05: Un joven deportista debe desplazarse desde la posición A en un lago hasta el punto B sobre la arena, dividida entre sí por un segmento EF. En el lago nada con rapidez de 6 m/s y por la arena corre con una rapidez de 8 m/s. Determine el intervalo de tiempo mínimo que demora para trasladarse desde A hasta B.

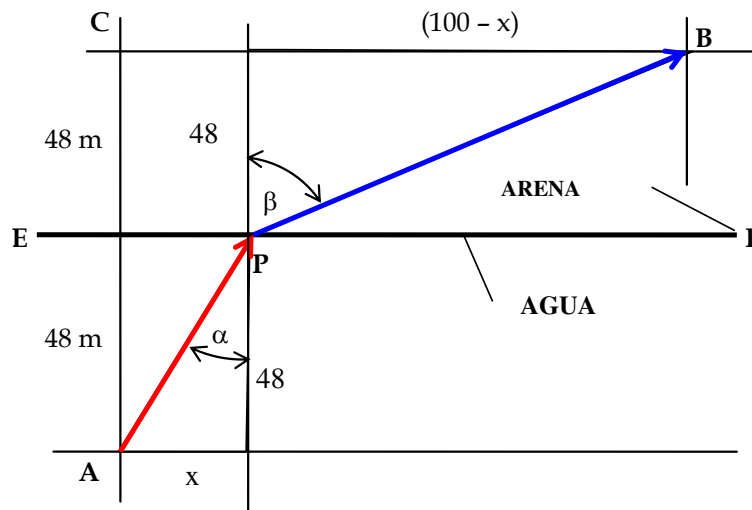


RESOLUCIÓN

Si el joven se comportara como un rayo de luz y la línea EF como la superficie que divide dos medios donde las rapidez es diferentes, entonces el tiempo empleado sería mínimo.

Cálculo del tiempo en el agua:

$$t_1 = \frac{AP}{6} = \frac{\sqrt{(48)^2 + x^2}}{6}$$



Cálculo del tiempo en la arena:

$$t_2 = \frac{PB}{8} = \frac{\sqrt{(48)^2 + (100 - x)^2}}{8}$$

Cálculo del tiempo total empleado:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{(48)^2 + x^2}}{6} + \frac{\sqrt{(48)^2 + (100 - x)^2}}{8}$$

El tiempo es mínimo, caso crítico, derivada del tiempo respecto de x, igual a cero.

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\left(\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{2x}{2\sqrt{(48)^2 + x^2}} + \left(\frac{1}{8}\right) \cdot \frac{2(100 - x)(-1)}{2\sqrt{(48)^2 + (100 - x)^2}} = 0$$

Resolviendo $x = 36$ metros

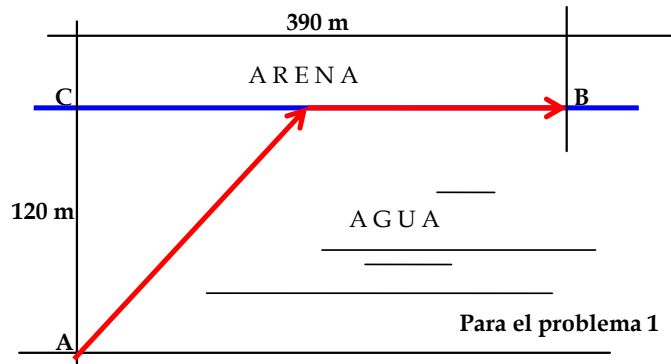
Reemplazamos en:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{(48)^2 + (36)^2}}{6} + \frac{\sqrt{(48)^2 + (100 - 36)^2}}{8}$$

Respuesta: el *mínimo* tiempo empleado, para ir de desde A hasta B es 20 segundos.

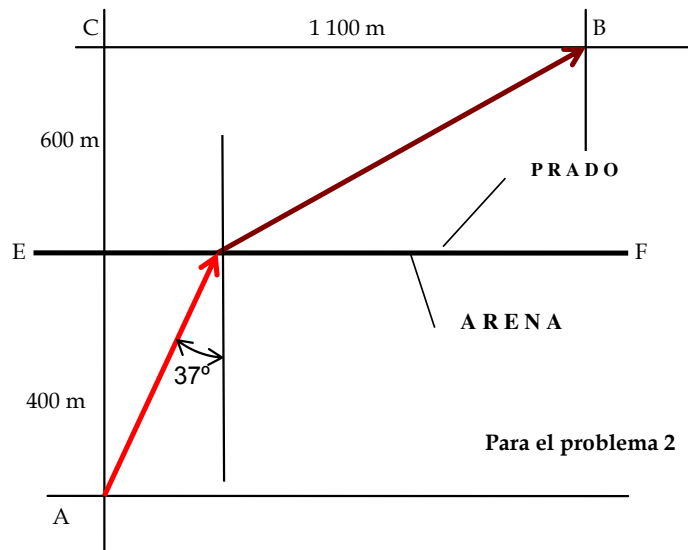
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Ray se encuentra en la posición A de un lago donde nada con rapidez constante de 4 m/s y en la orilla sobre la arena corre con rapidez de 5 m/s. Determinar el intervalo de tiempo mínimo que emplea el llegar a su cabaña situado en la posición B.



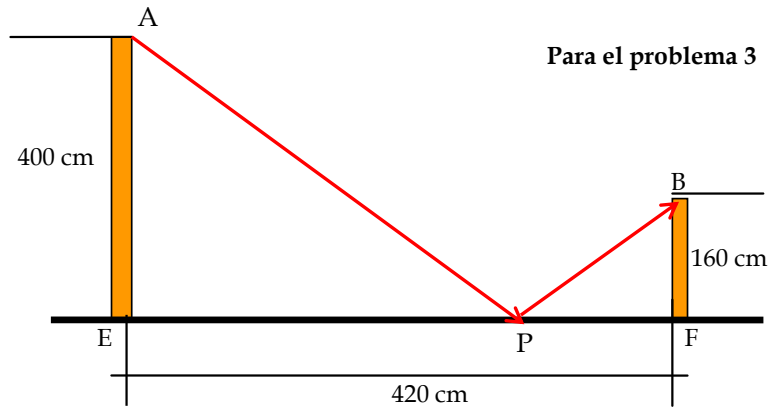
- A) 110 s B) 130 s C) 140 s D) 150 s E) 160 s

2. Un soldado de caballería debe llevar un documento desde la posición A a la tienda de campaña de su jefe, el cual se encuentra en el punto B. Le separa de dicha tienda dos zonas, una formada por arenas profundas y otra un prado, divididas entre sí por un segmento EF. Por la arena el caballo marcha con una rapidez de 3 m/s y por el prado con una rapidez de 4 m/s. Determine el intervalo de tiempo mínimo que demora para trasladarse desde A hasta B.

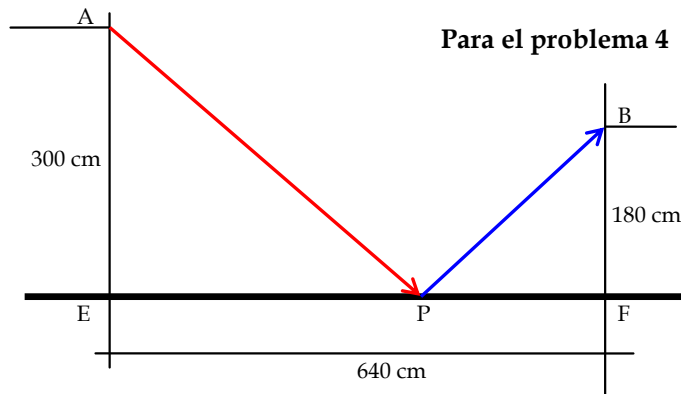


- A) 6,9 min B) 7,9 min C) 8,9 min D) 9,9 min E) 10,9 min

3. Una paloma se encuentra en la posición A sobre un poste de 4 00 cm de altura. Si la paloma quiere posarse sobre en el punto B sobre el poste de altura 160 cm, desplazándose con rapidez constante de 7 m/s, recogiendo previamente un grano de maíz del piso horizontal EF. Determinar el intervalo de tiempo mínimo en este proceso.

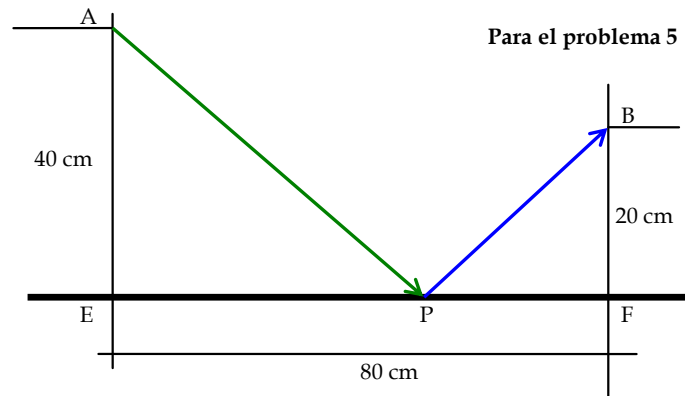


- A) 1 s B) 2 s C) 3 s D) 4 s E) 5 s
4. Un ratón se encuentra en la posición A sobre un piso horizontal. Si el ratón quiere llegar a su agujero ubicado en la posición B, desplazándose con rapidez constante de 8 m/s, recogiendo previamente un grano de maíz de la línea horizontal EF. Determinar el intervalo de tiempo mínimo en este proceso.



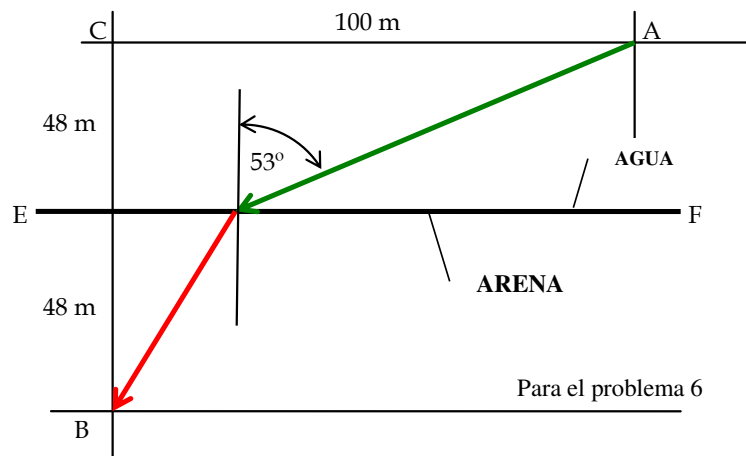
- A) 1 s B) 2 s C) 3 s D) 4 s E) 5 s

5. Sobre una mesa de billar, la bola A es impulsada con el taco tal que choque con la esfera B en la posición mostrada, chocando previamente con la banda horizontal EF. Si la bola tiene rapidez constante de 0,5 m/s y el choque es perfectamente elástico, determine el intervalo de tiempo mínimo en este proceso.



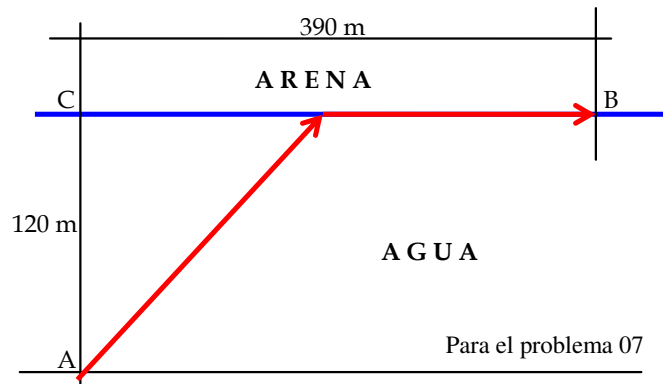
- A) 1 s B) 2 s C) 3 s D) 4 s E) 5 s

6. Un joven deportista debe desplazarse desde la posición A en un lago hasta el punto B sobre la arena, dividida entre sí por un segmento EF. En el lago nada con rapidez de 8 m/s y por la arena corre con una rapidez de 6 m/s. Determine el intervalo de tiempo mínimo que demora para trasladarse desde A hasta B.



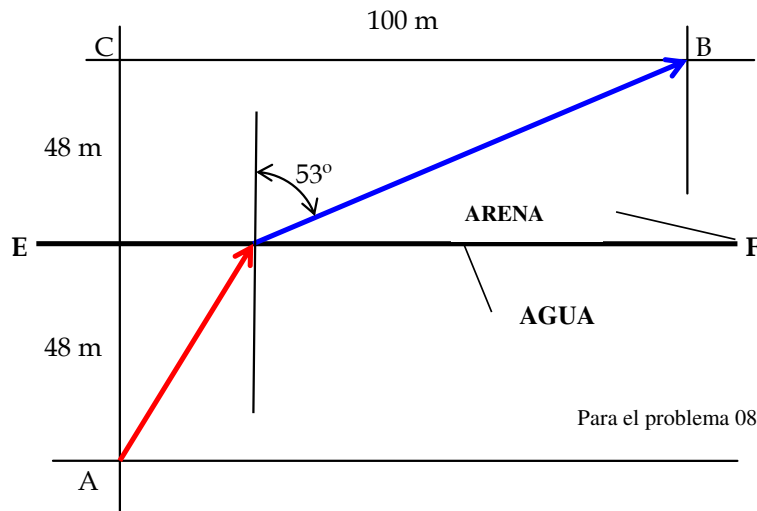
- A) 10 s B) 20 s C) 30 s D) 40 s E) 50 s

7. Jacky se encuentra en la posición A de un lago donde desarrolla una rapidez constante de 1,5 m/s y en la orilla sobre la arena desarrolla una rapidez de 2,5 m/s, Determinar el intervalo de tiempo mínimo que emplea el llegar a su cabaña situado en la posición B.



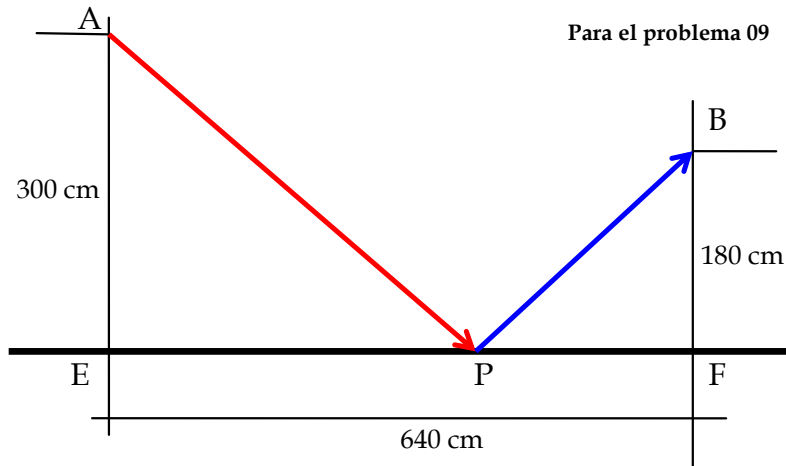
- A) 10 s B) 20 s C) 30 s D) 40 s E) ninguna anterior

8. Un joven deportista debe desplazarse desde la posición A en un lago hasta el punto B sobre la arena, dividida entre sí por un segmento EF. En el lago nada con rapidez de 3 m/s y por la arena corre con una rapidez de 4 m/s. Determine el intervalo de tiempo mínimo que demora para trasladarse desde A hasta B.



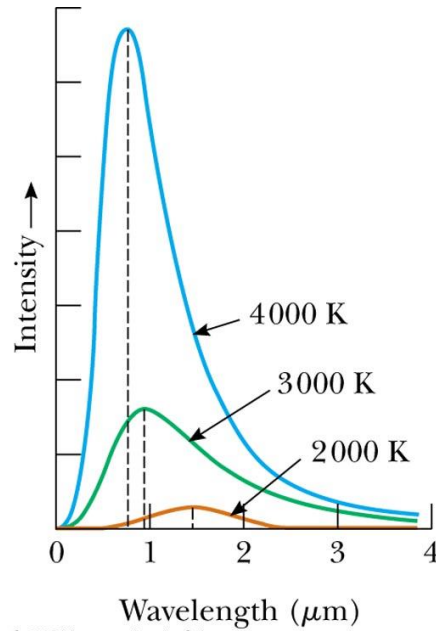
- A) 10 s B) 20 s C) 30 s D) 40 s E) ninguna anterior

9. Un ratón se encuentra en la posición A sobre un piso horizontal. Si el ratón quiere llegar a su agujero ubicado en la posición B, desplazándose con rapidez constante de 8 m/s, recogiendo previamente un grano de maíz de la línea horizontal EF. Determinar el intervalo de tiempo mínimo en este proceso desde A hasta B.

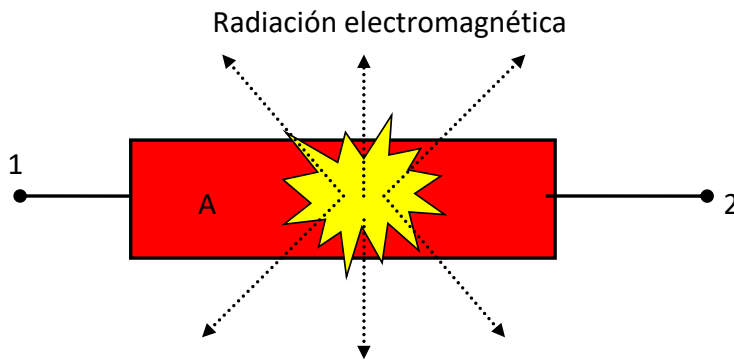


- A) 10 s B) 20 s C) 30 s D) 40 s E) ninguna anterior

RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO



1. RADIACIÓN TÉRMICA. Es la energía electromagnética que emite un cuerpo debido a la temperatura. Los cuerpos más calientes irradian mayor energía.



2. LEY DE STEFAN-BOLTZMANN. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

I : intensidad de radiación $\left(\frac{W}{m^2}\right)$

E : energía radiante (J)

A : área (m^2)

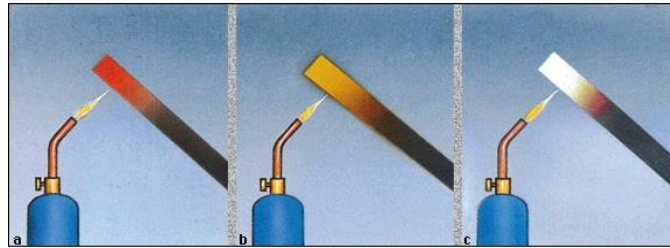
P : potencia (W)

t : tiempo de radiación (s)

T : temperatura absoluta (K)

e : emisividad (1)

σ : constante universal de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$



3. LA EMISIVIDAD (e) toma los valores entre 0 y 1, y expresa la capacidad que tiene un cuerpo para absorber o emitir radiación. Los espejos reflejan toda la luz que reciben, por lo tanto, son malos cuerpos para absorber el calor ($e = 0$)

EJEMPLO 01: Nuestro cuerpo en virtud a su temperatura ($36^\circ C$) emite radiación infrarroja la cual es invisible a nuestros ojos.

EJEMPLO 02: Un foco, debido al filamento caliente, emite radiación visible a la cual llamamos luz. No toda radiación es visible.

4. CONCEPTO DE CUERPO NEGRO: Un cuerpo negro se define como aquel que absorbe toda la energía que incide en la superficie, por lo tanto, es un cuerpo que absorbe el 100% de la energía, ($e = 1$)

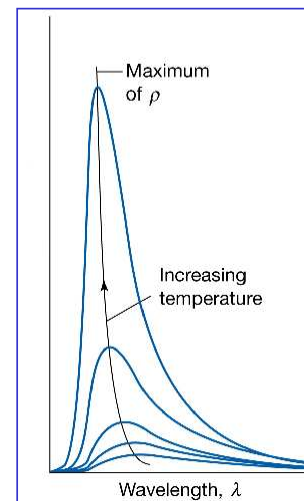
5. LEY DE DESPLAZAMIENTO DE WIEN.

Al aumentar la temperatura absoluta del cuerpo negro, la longitud de onda máxima ($\lambda_{\max}$) correspondiente al máximo pico del espectro se desplaza hacia las longitudes de onda más cortas. Ese corrimiento obedece a una relación conocida como **ley de desplazamiento** de Wien (en honor al físico Wilhelm Wien).

W. Wien demostró que la longitud de onda máxima, correspondiente al máximo de la distribución de energía (pico de la curva), multiplicada por la temperatura absoluta (T) es una constante, esto es:

$$\lambda_1 \cdot T_1 = \lambda_{\max} \cdot T = 2,898 \times 10^{-3} m \cdot K = \text{CONSTANTE}$$

La ley de desplazamiento de Wien es muy útil para determinar la temperatura de los cuerpos caliente, como hornos o estrellas, pues permite hallar la longitud de onda para la cual la intensidad emitida por intervalo de longitud de onda es máxima.



EJEMPLO: Calcule la temperatura superficial de la estrella gigante roja que radia con longitud de onda pico ($\lambda_{\max}$) de 650 nm.

Resolución

La ley de desplazamiento de Wien es muy útil para determinar la temperatura de las estrellas.

$$\lambda_{\max}(T) = 2,898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

Reemplazando el dato tenemos:

$$650 \cdot 10^{-9} m \cdot (T) = 2,898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

$$T = 4\,458,46 \text{ K}$$

Transformado de kelvin a grados centesimales:

$$T = 4\,185,46 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Determine la rapidez de radiación para un cuerpo negro cuya temperatura es $-73 \text{ }^{\circ}\text{C}$, en $\left(\frac{W}{m^2}\right)$

$$\sigma : \text{constante universal de Stefan-Boltzmann } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

RESOLUCIÓN

La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

T : temperatura absoluta (K)

$$T = -73^{\circ}\text{C} + 273 = 200 \text{ K}$$

emisividad ($e = 1$)

$$\text{Reemplazando: } I = e \cdot \sigma \cdot T^4 = (1)(5,67 \cdot 10^{-8})(200)^4$$

$$I = 90,72 \frac{W}{m^2}$$

Respuesta: la rapidez de radiación del cuerpo negro es $90,72 \frac{W}{m^2}$

2. Calcule la energía que irradia un hombre desnudo durante un minuto, la temperatura de su cuerpo es $37 \text{ }^{\circ}\text{C}$. La emisividad es 0,8 y su cuerpo presenta un área de $0,9 \text{ m}^2$

$$\sigma : \text{constante universal de Stefan-Boltzmann } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

RESOLUCIÓN

Ley de Stefan-Boltzmann. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$E = A \cdot t \cdot e \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$T = 37^{\circ}\text{C} + 273 = 310 \text{ K}$$

emisividad ($e = 0,8$)

$$\text{Reemplazando: } E = (0,9) \cdot (60) \cdot (0,8) \cdot (5,67 \cdot 10^{-8}) \cdot (310)^4$$

$$E = 22\,621 \text{ J}$$

Respuesta: la energía liberada en un minuto es 22,621 kJ

3. Una plancha eléctrica, cuya área es de 200 cm^2 está a 127°C , ¿Qué potencia irradia la plancha?

La emisividad es 0,2. σ : constante universal de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

RESOLUCIÓN

Ley de Stefan-Boltzmann. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$P = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Temperatura absoluta: $T = 127^\circ\text{C} + 273 = 400 \text{ K}$

Área: $A = 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$

Emisividad ($e = 0,2$)

$$\begin{aligned} \text{Reemplazando: } P &= (0,2) \cdot (5,67 \cdot 10^{-8}) \cdot (2 \cdot 10^{-2}) \cdot (400)^4 \\ P &= 5,8 \text{ W} \end{aligned}$$

Respuesta: la potencia liberada es 5,8 W

4. El radio de una esfera es de 20 cm y se encuentra a 27°C . Calcule la potencia que irradia esta esfera. La emisividad de la esfera es 0,3. σ : constante universal de Stefan-

Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

RESOLUCIÓN

Ley de Stefan-Boltzmann. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$P = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Temperatura absoluta: $T = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}$

Área: $A = 4\pi R^2 = 4\pi (2 \cdot 10^{-1} \text{ m})^2 = 16\pi \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$

Emisividad ($e = 0,3$)

$$\begin{aligned} \text{Reemplazando: } P &= (0,3) \cdot (5,67 \cdot 10^{-8}) \cdot (16\pi \cdot 10^{-2}) \cdot (300)^4 \\ P &= 69,3 \text{ W} \end{aligned}$$

Respuesta: la potencia liberada es 69,3 W

5. La temperatura superficial de una estrella es de $4\,000 \text{ K}$. Determine la energía que irradia en cada minuto, el radio de la estrella es $5 \cdot 10^8 \text{ m}$. Considere que la estrella se comporta como un cuerpo negro.

RESOLUCIÓN

Ley de Stefan-Boltzmann. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$E = e \cdot \sigma \cdot A \cdot t \cdot T^4$$

Temperatura absoluta: $T = 4\,000\text{ K}$

Área: $A = 4\pi R^2 = 4\pi(5 \cdot 10^8\text{ m})^2 = \pi \cdot 10^{18}\text{ m}^2$

Emisividad ($e = 1$)

Reemplazando: $E = (1) \cdot (5,67 \cdot 10^{-8}) \cdot (\pi \cdot 10^{18}) \cdot (60) \cdot (4000)^4$

$$E = 1,1 \cdot 10^{25}\text{ J}$$

Respuesta: la potencia liberada es 11 cuatrillones de J

6. La esfera caliente irradia una potencia de 40 W . Calcule la nueva potencia si se duplica la temperatura absoluta. Constante universal de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

RESOLUCIÓN

Ley de Stefan-Boltzmann. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$P = e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 = 40\text{ W}$$

La nueva potencia es: $P_1 = e \cdot \sigma \cdot A \cdot (2T)^4$

$$P_1 = 16 \cdot e \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 = 16 \cdot P$$

$$P_1 = 16 \cdot (40\text{ W}) = 640\text{ W}$$

Respuesta: la nueva potencia liberada es 640 W

7. Una persona desnuda está en la habitación a 17°C . La temperatura de la persona es 37°C . Calcule el calor neto que pierde la persona cada 10 segundos. Emisividad de la piel 0,7. El área superficial del cuerpo humano es $0,8\text{ m}^2$. Constante universal de Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

RESOLUCIÓN

Así como la persona irradia calor hacia el medio ambiente, también absorbe calor del medio ambiente. El calor neto que pierde el hombre es:

$$E = e \cdot \sigma \cdot A \cdot t \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$T_1 : \text{temperatura del cuerpo de la persona } T_1 = 37 + 273 = 310\text{ K}$$

$$T_2 : \text{temperatura del ambiente } T_2 = 17 + 273 = 290\text{ K}$$

Reemplazando: $E = (0,7) \cdot (5,67 \cdot 10^{-8}) \cdot (0,8) \cdot (10) \cdot (310^4 - 290^4)$

$$E = 687\text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de calor que pierde es 687 J

8. Determine la rapidez de radiación emitida por un cuerpo negro que se encuentra a 127°C .

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

RESOLUCIÓN

La ley de Stefan-Boltzmann para la cavidad radiante a una temperatura $T = 127 + 273 = 400\text{ K}$, queda expresada matemáticamente así:

$$I = \sigma \cdot T^4$$

reemplazando los datos tenemos:

$$I = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} (400K)^4$$

$$I = 1451,52 \frac{W}{m^2}$$

Respuesta: La rapidez de radiación emitida por el cuerpo negro es $I = 1,45 \times 10^3 \frac{W}{m^2}$

9. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

I. Max Planck propuso explicar la curva: densidad de energía emitida por un cuerpo negro en función de la longitud de onda a una temperatura T.

II. Un agujero en una cavidad se comporta como un cuerpo negro.

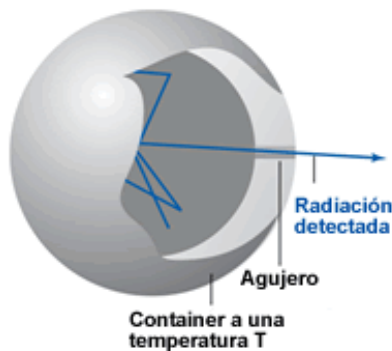
III. Todos los cuerpos negros que se encuentran a la misma temperatura emiten radiación térmica con el mismo espectro.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. En 1900 el físico alemán Max Planck descubrió una fórmula para la radiación del cuerpo negro, que concordaba por completo con los experimentos, para todas las longitudes de onda. La función propuesta por Planck es la siguiente:

$$I_{(\lambda;T)} = \frac{2\pi \cdot C^2 \cdot h}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right]} \quad y \quad E = h \cdot f$$

II. VERDADERO. Se dice que es un cuerpo negro, a un cuerpo que es un absorbente ideal o un radiador ideal. Un agujero en una cavidad se comporta como un cuerpo negro, porque no deja escapar a la radiación que ingresa por el agujero.



III. VERDADERO. La rapidez con la cual un cuerpo irradia energía es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t} = e \cdot \sigma \cdot T^4$$

Entonces se emitirán radiaciones de igual longitud de onda, es decir, radiación el mismo espectro

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Determine la rapidez de radiación para un cuerpo negro cuya temperatura es $-73\text{ }^{\circ}\text{C}$, en $\left(\frac{W}{m^2}\right)$

$$\sigma : \text{constante universal de Stefan-Boltzmann } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Respuesta: la rapidez de radiación del cuerpo negro es $90,72 \frac{W}{m^2}$

2. Calcule la energía que irradia un hombre desnudo durante un minuto, la temperatura de su cuerpo es $37\text{ }^{\circ}\text{C}$. La emisividad es 0,8 y su cuerpo presenta un área de $0,9\text{ m}^2$

$$\sigma : \text{constante universal de Stefan-Boltzmann } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Respuesta: la energía liberada en un minuto es $22,621\text{ kJ}$

3. Una plancha eléctrica, cuya área es de 200 cm^2 está a $127\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿Qué potencia irradia la plancha?

La emisividad es 0,2. $\sigma : \text{constante universal de Stefan-Boltzmann } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

Respuesta: la potencia liberada es $5,8\text{ W}$

4. El radio de una esfera es de 20 cm y se encuentra a $27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Calcule la potencia que irradia esta esfera. La emisividad de la esfera es 0,3. $\sigma : \text{constante universal de Stefan-Boltzmann}$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Respuesta: la potencia liberada es $69,3\text{ W}$

5. La temperatura superficial de una estrella es de $4\,000\text{ K}$. Determine la energía que irradia en cada minuto, el radio de la estrella es $5 \cdot 10^8\text{ m}$. Considere que la estrella se comporta como un cuerpo negro.

Respuesta: la potencia liberada es $11\text{ cuatrillones de J}$

6. La esfera caliente irradia una potencia de 40 W . Calcule la nueva potencia si se duplica la temperatura absoluta. Constante universal de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

Respuesta: la nueva potencia liberada es 640 W

7. Una persona desnuda está en la habitación a $17\text{ }^{\circ}\text{C}$. La temperatura de la persona es $37\text{ }^{\circ}\text{C}$. Calcule el calor neto que pierde la persona cada 10 segundos. Emisividad de la piel 0,7. El área superficial del cuerpo humano es $0,8\text{ m}^2$. Constante universal de Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Respuesta: la cantidad de calor que pierde es 687 J

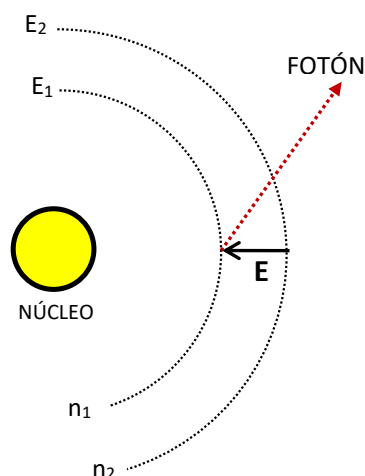
8. Determine la rapidez de radiación emitida por un cuerpo negro que se encuentra a 127 °C.

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Respuesta: La rapidez de radiación emitida por el cuerpo negro es $I = 1,45 \times 10^3 \frac{W}{m^2}$

9. CONTINUARÁ.

TEORÍA CUÁNTICA DE PLANCK (LEY DE RADIACIÓN DE PLANCK)



- 1. RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO E HIPÓTESIS DE PLANCK.** Un cuerpo a cualquier temperatura emite energía radiante debido a la vibración de sus átomos en la superficie el cuerpo.

GOTA. La vibración de los átomos en la superficie del cuerpo hace que este irradie energía hacia el medio ambiente.

- 2. PLANTEAMIENTO DE PLANCK.** El científico alemán Max Planck hizo las siguientes suposiciones:

GOTA 1. Los átomos al vibrar emiten energía radiante en paquetes discretos llamados fotones.

GOTA 2. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en forma de partículas llamadas cuantos o fotones.

GOTA 3. La energía de un fotón es directamente proporcional a la frecuencia de vibración del átomo.

$$E = h \cdot f$$

donde h se denomina constante de Planck cuyo valor es:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

De este modo Max Planck suponía que:

A) La energía radiante está cuantizada, es decir está constituida por pequeñas partículas llamadas cuantos o fotones. De ese modo Max Planck plantea que la radiación electromagnética tiene naturaleza corpuscular.

B) La energía del fotón es proporcional a su frecuencia. $E = h \cdot f$

Si expresamos la frecuencia en función de la longitud de onda: $E = h \cdot \left(\frac{C}{\lambda} \right)$

$$E = \frac{h \cdot C}{\lambda}$$

Para varios fotones:

$$E = \frac{n \cdot h \cdot C}{\lambda}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3 \bullet 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

3. **POTENCIA DE RADIACIÓN.** La potencia es la energía “E” por cada unidad de tiempo “t”:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot h \cdot f}{t}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot h \cdot C}{t \cdot \lambda} \Rightarrow n = \frac{P \cdot \lambda \cdot t}{h \cdot C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \bullet 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

4. **RADIACIÓN DEL CUERPO NEGRO. TEORÍA DE PLANCK.**

Vamos a considerar ahora el problema que dio origen a la física cuántica. Este es el problema del equilibrio entre la radiación electromagnética y la materia.

Consideremos una cavidad cuyas paredes están a cierta temperatura y dentro de la cual se ha hecho el vacío. Los átomos que componen las paredes emiten continuamente radiación electromagnética; al mismo tiempo, absorben radiación emitida por otros átomos de las paredes. Como consecuencia, se establece una radiación electromagnética que ocupa la cavidad y que se encuentra en equilibrio con los átomos de las paredes cuando la energía por unidad de tiempo que emiten dichos átomos es igual a la energía absorbida, también por unidad de tiempo.

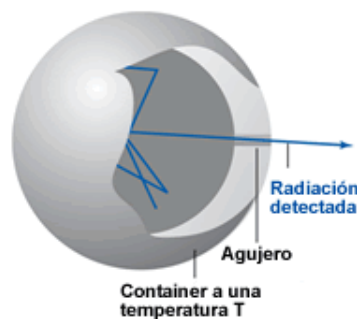
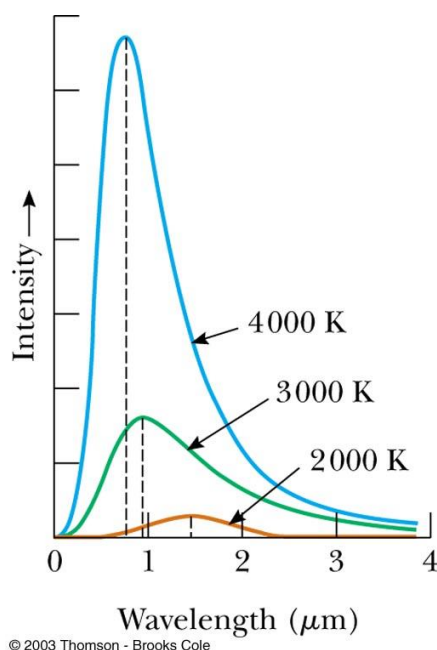


figura 8.1

Para observar la radiación atrapada en la cavidad, se abre un pequeño orificio en sus paredes; esto permite que escape un poco de la radiación. A elevadas temperaturas cuando la intensidad de la radiación es grande, el agujero es muy brillante, pero a bajas temperaturas el agujero aparece prácticamente negro, porque la radiación atrapada es muy poco intensa en la zona del espectro visible. Por ello, en el siglo XIX, se designó inicialmente a la radiación observada con el nombre de *radiación del cuerpo negro*.

Quienes primero analizaron la radiación del cuerpo negro fueron los físicos alemanes Lummer y Pringsheim en 1899. El resultado experimental fue que la distribución de la energía para las distintas frecuencias de la radiación eran independientemente del material de las paredes de la cavidad y dependía sólo de la temperatura del cuerpo.



En la figura se ha ilustrado la distribución de la energía de radiación del cuerpo negro para diversas temperaturas. Se observa que hay una frecuencia para la cual la energía es máxima y que esa frecuencia varía, aumentando con la temperatura. Así se explica el cambio de color de un cuerpo radiante a medida que su temperatura varía.

Igualmente podemos estimar la temperatura del Sol, de una estrella, y aun de una lámpara, determinando la frecuencia a la que la radiación electromagnética emitida tiene su valor máximo.

El primero en explicar este comportamiento de la radiación del cuerpo negro fue el físico alemán Max Planck (1858-1947), quien, alrededor de 1900, sugirió por primera vez el concepto de cuantización de la energía. En efecto, Planck propuso la hipótesis de que los átomos de la cavidad se comportaban como osciladores de frecuencia f y que sólo podían emitir o absorber energía radiante en una cantidad proporcional a su frecuencia de vibración. Designando por h la constante de proporcionalidad que ahora llamamos **constante de Planck**, se tiene que (energía emitida o absorbida por los átomos) $E = h \cdot f$

donde f es la frecuencia de la radiación en equilibrio con los átomos de la cavidad.

Suponiendo que los átomos se comportan como osciladores, resulta entonces que la energía de los átomos sólo pueden tener valores: $0, hf, 2hf, 3hf, \dots$; o sea, que está cuantizado. Sin embargo, Planck no llegó a introducir el concepto de fotón, que apareció más tarde con el análisis hecho

por Albert Einstein del efecto fotoeléctrico en 1905.

Basado en la hipótesis de la cuantización de la energía, Planck fue capaz de explicar teóricamente la forma de las curvas de la figura mostrada, con lo cual surgió la teoría cuántica, base y fundamento de la física moderna.

5. **TEORIA CUANTICA DE PLANCK (LEY DE RADIACION DE PLANCK).** En 1900 el fisico aleman Max Planck descubrio una fórmula para la radiacion del cuerpo negro, que concordaba por completo con los experimentos, para todas las longitudes de onda. La funcion propuesta por Planck es la siguiente:

$$I_{(\lambda;T)} = \frac{2\pi.C^2.h}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right]}$$

$$E = h.f$$

T: temperatura absoluta (K)

C: rapidez de la luz en el vacío = 3×10^8 m/s

k: constante de Boltzmann = $1,38 \times 10^{-23}$ J/K

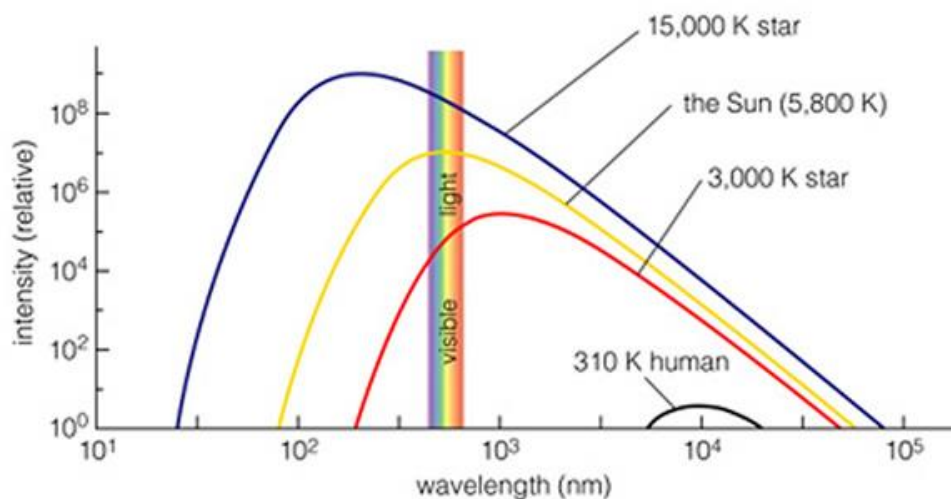
h: constante de Planck = $6,63 \times 10^{-34}$ J.s

e: base del logaritmo natural o neperiano = 2,71828

$I_{(\lambda,T)}$: radiancia espectral del cuerpo negro (W/m^3)

Para desarrollar su teoría, Planck supuso que los átomos que conforman las paredes de la cavidad se comportan como pequeños osciladores electromagnéticos cada uno caracterizado por una frecuencia de oscilación. Además, cada onda electromagnética emitida por la cavidad o cuerpo negro tiene una frecuencia igual a la del oscilador.

Es así que Max Planck, considerando el fundador de la teoría cuántica, plantea las siguientes hipótesis respecto de la radiación del cuerpo negro:



GOTA 1. Los osciladores electromagnéticos no pueden tener cualquier energía, solo pueden tener valores de energía discreta dada por la ecuación:

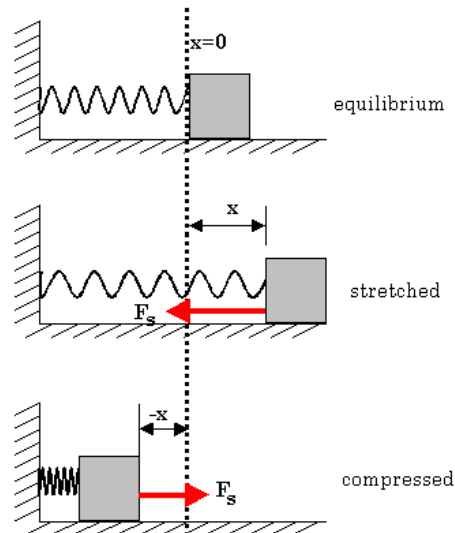
$$E_n = n.h.f$$

f: frecuencia del oscilador

h: Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

n: número entero denominado número cuántico.

E_n : energía correspondiente a un estado cuántico (J)



GOTA 2. Los osciladores atómicos emiten y absorben unidades discretas llamados **cuantos** cuya energía es $h.f$

GOTA 3. Sólo se absorbe o se emite cuando el oscilador cambia de estado cuántico y lo hace en saltos.

6. EXTENSIÓN DE LA TEORÍA CUÁNTICA DE PLANCK

Max Planck en su teoría cuántica había cuantizado la energía de los osciladores atómicos (los osciladores eran considerados como fuentes de radiación electromagnética) y que la absorción y la emisora se llevaba a cabo en porciones discretas llamados **cuantos**.



El físico alemán Albert Einstein Koch llevó esta idea a un más lejos y propuso que las radiaciones electromagnéticas (luz) puede considerarse como una corriente de fotones. Esto es, la energía de la radiación electromagnética es transportada en *paquetes* llamados *fotones*, donde cada fotón tiene una energía $E = h \cdot f$.

GOTA 1. La energía de cada fotón es directamente proporcional a la frecuencia de radiación de la onda electromagnética. $E = h \cdot f$

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

f: frecuencia de radiación

E: energía del fotón.

GOTA 2. El termino *fotón* reemplazó a los *cuantos* de Planck. Por lo tanto, el termino fotón o cuanto se puede utilizar de manera indistinta.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Calcule la energía de un fotón cuya frecuencia es $6,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Expresé su resultado aproximadamente en eV . Considere $1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

La energía de un fotón es directamente proporcional a la frecuencia de vibración del átomo.

$$E = h \cdot f$$

donde h se denomina constante de Planck cuyo valor es: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Reemplazando: $E = (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(6,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) = 41,1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

$$E = 41,1 \cdot 10^{-20} \text{ J} \left(\frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \right) = 2,6 eV$$

Respuesta: la energía del fotón es aproximadamente $2,6 eV$

2. Imagínese una fuente ideal que emite 100 W de luz monocromática verde con una longitud de onda $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. ¿Cuántos fotones por segundo están saliendo de la fuente?

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot h \cdot f}{t}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot h \cdot C}{t \cdot \lambda} \Rightarrow n = \frac{P \cdot \lambda \cdot t}{h \cdot C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(100)(5 \cdot 10^{-7})(1,0)}{(6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8)} = 2,5 \cdot 10^{20}$$

Respuesta: representa aproximadamente $2,5 \cdot 10^{20}$ fotones

3. Determine la energía de un fotón cuya frecuencia es $5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Constante de Planck:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

RESOLUCIÓN

Max Planck hizo las siguientes suposiciones:

- a) Los átomos al vibrar emiten energía radiante en paquetes discretos llamados fotones. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en forma de partículas llamadas cuantos o fotones.
- b) La energía de un fotón es directamente proporcional a la frecuencia de vibración del átomo.

$$E = h \cdot f$$

donde h se denomina constante de Planck cuyo valor es: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Reemplazando:
$$E = (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) = 3,315 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E = 3,315 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Respuesta: la energía del fotón es $3,315 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

4. Respecto del modelo de Max Planck de la radiación electromagnética. Marcar la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

- I. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en paquetes discretos.
- II. Una sustancia gaseosa como el neón, emite energía radiante de cualquier valor.
- III. La energía de cada paquete es proporcional a la longitud de onda de la radiación.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en forma de paquetes discretos llamados cuantos o fotones. Los átomos al vibrar emiten energía radiante en paquetes discretos llamados fotones. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en forma de partículas llamadas cuantos o fotones.

II. FALSO. No se puede emitir en energía radiante de cualquier valor, porque la energía cuantizada y debe ser múltiplo de " $h \cdot f$ ", $E_n = n \cdot h \cdot f$

III. FALSO. La energía de un cuanto es proporcional a la frecuencia e inversamente a la longitud

de onda.
$$E = h \cdot f = \frac{1}{\lambda} \cdot (h \cdot C)$$

5. Determine la energía de un fotón (en eV) cuya frecuencia es $4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$.

Considere:
$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Constante de Planck:
$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

RESOLUCIÓN

Max Planck hizo las siguientes suposiciones:

- a) Los átomos al vibrar emiten energía radiante en paquetes discretos llamados fotones. Los cuerpos calientes emiten energía radiante en forma de partículas llamadas cuantos o fotones.
- b) La energía de un fotón es directamente proporcional a la frecuencia de vibración del átomo.

$$E = h \cdot f$$

donde h se denomina constante de Planck cuyo valor es: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Reemplazando: $E = (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}) (4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) = 26,52 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$E = 26,52 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 16,58 \text{ eV}$$

Respuesta: la energía del fotón es 16,58 eV

6. Calcule la energía de un cuanto cuya longitud de onda 400 nm .

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La energía del fotón es proporcional a su frecuencia. $E = h.f$

Si expresamos la frecuencia en función de la longitud de onda:

$$E = h \cdot \left(\frac{C}{\lambda} \right) \Rightarrow E = \frac{h.C}{\lambda}$$

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando: $E = (6,63 \cdot 10^{-34}) \left(\frac{3,0 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} \right) = 4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: la energía del fotón es $4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

7. Una fuente luminosa emite $4 \cdot 10^{20}$ fotones con una longitud de onda de 300 nm . Calcule la energía de radiación. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La energía del fotón es proporcional a su frecuencia. $E = h.f$

Si expresamos la frecuencia en función de la longitud de onda:

$$E = h \cdot \left(\frac{C}{\lambda} \right) \Rightarrow E = \frac{h.C}{\lambda}$$

Para varios fotones $E = \frac{n.h.C}{\lambda}$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando: $E = \frac{(4 \cdot 10^{20})(6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8)}{300 \cdot 10^{-9}} = 265,2 \text{ J}$

Respuesta: la energía de los fotones es 265,2 J

8. El ojo humano puede detectar hasta 10^{-15} J de energía electromagnética. ¿Cuántos fotones de 400 nm representa aproximadamente? Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La energía del fotón es proporcional a su frecuencia. $E = h.f$

Si expresamos la frecuencia en función de la longitud de onda:

$$E = h \left(\frac{C}{\lambda} \right) \Rightarrow E = \frac{h.C}{\lambda}$$

Para varios fotones:

$$E = \frac{n.h.C}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E.\lambda}{h.C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \bullet 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(10^{-15})(400 \bullet 10^{-9})}{(6,63 \bullet 10^{-34})(3,0 \bullet 10^8)} = 2\,011$$

Respuesta: representa aproximadamente 2 011 *fotones*

9. Si la potencia de un láser es de 80 *mW* emitiendo $8 \bullet 10^{10}$ *fotones* en cada segundo. Determine la frecuencia de radiación. Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.f}{t} \Rightarrow f = \frac{P.t}{n.h}$$

Reemplazando:
$$f = \frac{(80 \bullet 10^{-3})(1,0)}{(8 \bullet 10^{10})(6,63 \bullet 10^{-34})} = 1,5 \bullet 10^{21} \text{ Hz}$$

Respuesta: la frecuencia de radiación es $1,5 \bullet 10^{21} \text{ Hz}$

10. Una fuente de luz de longitud de onda 400 *nm* emite 16 *W* de potencia radiante. Calcule el número de fotones emitidos por segundo. Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.f}{t}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.C}{t.\lambda} \Rightarrow n = \frac{P.\lambda.t}{h.C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \bullet 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(16)(400 \bullet 10^{-9})(1,0)}{(6,63 \bullet 10^{-34})(3,0 \bullet 10^8)} = 3,2 \bullet 10^{19}$$

Respuesta: representa aproximadamente $3,2 \bullet 10^{19}$ *fotones*

11. Una lámpara emite luz con una longitud de onda de 400 nm y potencia 2 W . Calcule el número de fotones que emite la lámpara en cada minuto. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.f}{t}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.C}{t.\lambda} \Rightarrow n = \frac{P.\lambda.t}{h.C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(2)(400 \cdot 10^{-9})(60)}{(6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8)} = 2,4 \cdot 10^{20}$$

Respuesta: representa aproximadamente $2,4 \cdot 10^{20}$ fotones

12. Un transmisor de radio frecuencia emite 10^{30} fotones por segundo. Si la frecuencia del transmisor es de 2 MHz . Determine la potencia del transmisor en kW . Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.f}{t}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$P = \frac{(10^{30})(6,63 \cdot 10^{-34})(2 \cdot 10^6)}{(1,0)} = 13,26 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Respuesta: la potencia del transmisor es $1,33 \text{ kW}$

13. Una estación de radio frecuencia modulada transmite a 120 MHz con una potencia de salida de $66,3 \text{ kW}$. ¿Cuántos fotones emite durante una canción que dura cuatro minutos? Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.f}{t} \Rightarrow n = \frac{P.t}{h.f}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(66300)(4 \cdot 60)}{(6,63 \cdot 10^{-34})(120 \cdot 10^6)} = 2 \cdot 10^{32}$$

Respuesta: la estación de radio emite $2 \cdot 10^{32}$ fotones

14. En circunstancias favorables el ojo humano puede detectar $10^{-15} J$ de energía electromagnética. ¿Cuántos fotones de $600 nm$ representan aproximadamente?

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J.s$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía del fotón es proporcional a su frecuencia. $E = h.f$

Si expresamos la frecuencia en función de la longitud de onda:

$$E = h \cdot \left(\frac{C}{\lambda} \right) \Rightarrow E = \frac{h.C}{\lambda}$$

Para varios fotones:

$$E = \frac{n.h.C}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E.\lambda}{h.C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(10^{-15}).(600 \cdot 10^{-9})}{(6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8)} = 3017$$

Respuesta: representa aproximadamente 3017 fotones

15. Una estación de radio FM transmite a 90 MHz con una potencia de salida 66,3 kW. ¿Cuántos fotones emite durante una canción que dura 3 minutos? Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J.s$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n.h.f}{t} \Rightarrow n = \frac{P.t}{h.f}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:
$$n = \frac{(66300).(3 \cdot 60)}{(6,63 \cdot 10^{-34}).(90 \cdot 10^6)} = 2 \cdot 10^{32}$$

Respuesta: la estación de radio emite $2 \cdot 10^{32}$ fotones

16. Una fuente emite luz monocromática de longitud de onda 480 nm con una potencia de $1,25\text{ W}$. Considerando que esta luz incide sobre una superficie, determine aproximadamente el número de fotones que llegan sobre esta durante 2 segundos. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot h \cdot f}{t}$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot h \cdot C}{t \cdot \lambda} \Rightarrow n = \frac{P \cdot \lambda \cdot t}{h \cdot C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

λ : longitud de onda de la radiación.

Reemplazando:

$$n = \frac{(1,25) \cdot (480 \cdot 10^{-9}) \cdot (2)}{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3,0 \cdot 10^8)} = 6 \cdot 10^{18}$$

Respuesta: representa aproximadamente $6 \cdot 10^{20}$ fotones

17. Un transmisor RF emite, aproximadamente, 10^{31} fotones por segundo. Si la frecuencia del transmisor es de $1,5\text{ MHz}$, ¿Cual es aproximadamente, su potencia? Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La potencia es la energía por cada unidad de tiempo:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{n \cdot h \cdot f}{\Delta t}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazando los datos.

$$P = \frac{n \cdot h \cdot f}{\Delta t} = \frac{(10^{31}) \cdot (6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (1,5 \cdot 10^6)}{(1,0)} = 9,9 \cdot 10^3\text{ W}$$

$$P = 9,9\text{ kW}$$

Respuesta: la potencia es aproximadamente 9,9 kilowatts.

18. En circunstancias favorables el ojo humano puede detectar hasta 10^{-15} J de energía electromagnética. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:
- I. El ojo humano puede detectar más fotones de radiación monocromática verde que de radiación monocromática amarilla.
 - II. El ojo humano puede detectar menos fotones de radiación monocromática violeta que de radiación monocromática azul.
 - III. El número de fotones de radiación de $\lambda = 600\text{ nm}$ que el ojo puede detectar es aproximadamente 3017.

RESOLUCIÓN

I. FALSA. El ojo humano detectará más fotones de menor energía. Entonces detectará más fotones de radiación amarilla que verde.

II. VERDADERA. Detectará menos fotones de mayor energía. Entonces detectará menos

fotones de radiación violeta que azul.

color	longitud de onda (nm)
ROJO	618 - 780
ANARANJADO	581 - 618
AMARILLO	570 - 581
VERDE	497 - 570
CIAN	476 - 497
AZUL	427 - 476
VIOLETA	380 - 427

III. VERDADERA. Para varios fotones:

$$E = \frac{n \cdot h \cdot C}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot C}$$

n : número de fotones

h : constante de Planck

C : velocidad de la luz en el vacío. $C = 3,0 \bullet 10^8 \frac{m}{s}$

λ : longitud de onda de la radiación.

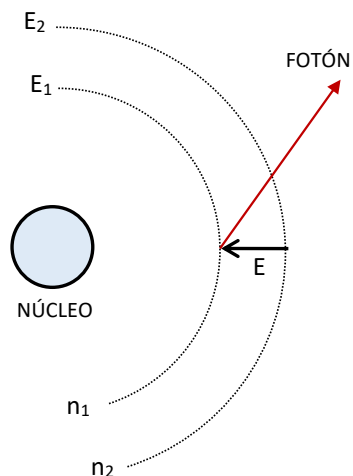
Reemplazando:

$$n = \frac{(10^{-15}) \cdot (600 \bullet 10^{-9})}{(6,63 \bullet 10^{-34}) (3,0 \bullet 10^8)} = 3017$$

Respuesta: representa aproximadamente 3017 *fotones*

- 19.** Cuando un electrón pasa de una orbita a otra contigua, un átomo emite un fotón de frecuencia $10^{14} Hz$. ¿Cuál es la diferencia de energía entre estas orbitas?

RESOLUCIÓN



La energía de un fotón es directamente proporcional a la frecuencia.

$$E = h \cdot f$$

donde h se denomina constante de Planck cuyo valor es: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} J \cdot s$

Reemplazando: $E = (6,63 \bullet 10^{-34} J \cdot s) \cdot (10^{14} Hz) = 6,63 \bullet 10^{-20} J$

$$E = 6,63 \cdot 10^{-20} \text{ J} \cdot \left(\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \right) = 0,4 \text{ eV}$$

Respuesta: la energía del fotón es 0,4 eV

20. Un transmisor de radio de 10 kW emite señales de frecuencia 1,5 MHz. ¿Cuál es la cantidad de fotones emitidos por segundo?

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Max Planck:

$$E = n \cdot h \cdot f \Rightarrow \frac{E}{\Delta t} = \frac{n \cdot h \cdot f}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{n \cdot h \cdot f}{\Delta t}$$

$$\frac{n}{\Delta t} = \frac{P}{h \cdot f} \Rightarrow \frac{n}{\Delta t} = \frac{10000}{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (1,5 \cdot 10^{15})}$$

$$\frac{n}{\Delta t} = 10^{31} \frac{\text{fotones}}{\text{segundo}}$$

21. CONTINUARÁ.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

- Según Max Planck, la luz o cualquier otra energía radiante está compuesta por:
A) ondas B) fotones C) cuantos **D) hay dos respuestas** E) ninguna
- La energía de un fotón es directamente proporcional a la:
A) frecuencia B) velocidad C) periodo D) longitud de onda E) ninguna
- Calcule la energía de un fotón cuya frecuencia es $6,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Expresé su resultado aproximadamente en eV. Considere $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Respuesta: la energía del fotón es aproximadamente 2,6 eV
- Imagínese una fuente ideal que emite 100 W de luz monocromática verde con una longitud de onda $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. ¿Cuántos fotones por segundo están saliendo de la fuente?
Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
Respuesta: representa aproximadamente $2,5 \cdot 10^{20} \text{ fotones}$
- Determine la energía de un fotón cuya frecuencia es $5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
Respuesta: la energía del fotón es $3,315 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
- Determine la energía de un fotón (en eV) cuya frecuencia es $4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Considere: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
Respuesta: la energía del fotón es 16,58 eV

7. Calcule la energía de un cuanto cuya longitud de onda 400 nm . Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: la energía del fotón es $4,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

8. Una fuente luminosa emite $4 \cdot 10^{20}$ fotones con una longitud de onda de 300 nm . Calcule la energía de radiación. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: la energía de los fotones es $265,2 \text{ J}$

9. El ojo humano puede detectar hasta 10^{-15} J de energía electromagnética. ¿Cuántos fotones de 400 nm representa aproximadamente? Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: representa aproximadamente $2\,011$ fotones

10. Si la potencia de un láser es de 80 mW emitiendo $8 \cdot 10^{10}$ fotones en cada segundo. Determine la frecuencia de radiación. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: la frecuencia de radiación es $1,5 \cdot 10^{21} \text{ Hz}$

11. Una fuente de luz de longitud de onda 400 nm emite 16 W de potencia radiante. Calcule el número de fotones emitidos por segundo. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: representa aproximadamente $3,2 \cdot 10^{19}$ fotones

12. Una lámpara emite luz con una longitud de onda de 400 nm y potencia 2 W . Calcule el número de fotones que emite la lámpara en cada minuto. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: representa aproximadamente $2,4 \cdot 10^{20}$ fotones

13. Un transmisor de radio frecuencia emite 10^{30} fotones por segundo. Si la frecuencia del transmisor es de 2 MHz . Determine la potencia del transmisor en kW . Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: la potencia del transmisor es $1,33 \text{ kW}$

14. Una estación de radio frecuencia modulada transmite a 120 MHz con una potencia de salida de $66,3 \text{ kW}$. ¿Cuántos fotones emite durante una canción que dura cuatro minutos? Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

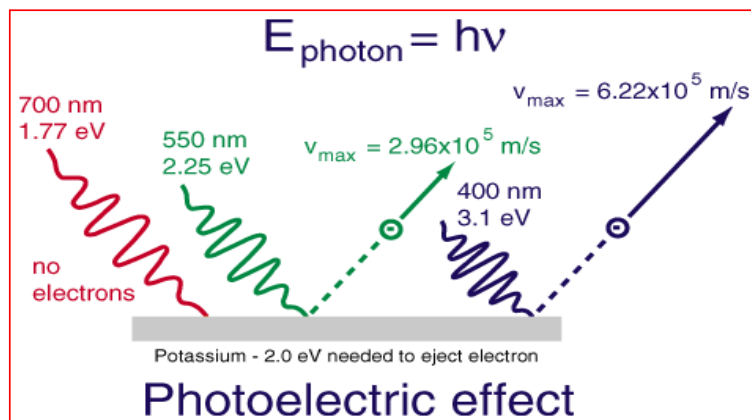
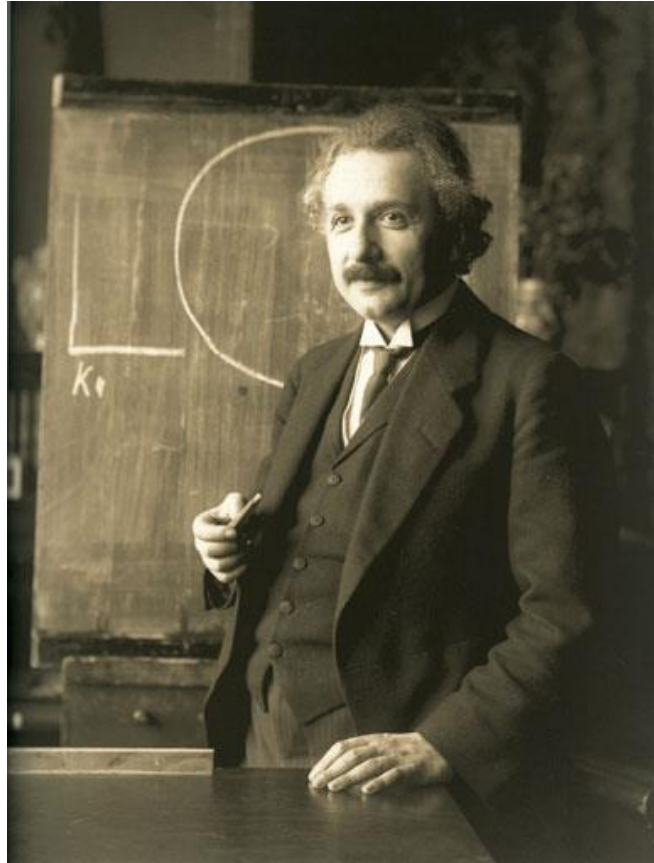
Respuesta: la estación de radio emite $2 \cdot 10^{32}$ fotones

15. Una fuente de luz monocromática de longitud de onda 600 nm emite 12 W de radiación electromagnética. En número aproximado de fotones emitidos por segundo es:
Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Respuesta: representa aproximadamente $3,62 \cdot 10^{19}$ fotones / segundo

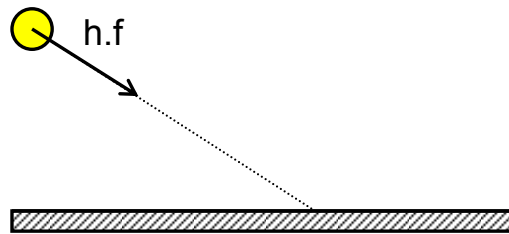
16. CONTINUARÁ.

EFECTO FOTOELÉCTRICO



1. CONCEPTO: Consiste en la emisión de electrones por una sustancia, especialmente los metales, cuando se irradia con ondas electromagnéticas de *frecuencia* apropiada. Los electrones emitidos de esta forma se llaman *fotoelectrones*. El efecto fotoeléctrico fue descubierto en 1888 por el físico alemán W. Wilhelm Hallwachs (1859 – 1922) al observar que una lámina de Zinc (Zn), cargada negativamente, se descargaba al iluminarla con luz ultravioleta. Fue precisamente para explicar el efecto fotoeléctrico que **Albert Einstein** concibió el concepto de **fotón**, en 1905, mucho antes se la observación del efecto Compton, y por ello recibió el premio Nobel en 1921.

2. CARACTERÍSTICAS DEL EFECTO FOTOELÉCTRICO. Se produce a partir de cierta frecuencia mínima, la cual es llamada **frecuencia umbral** (f_0). Si la luz incidente tiene una frecuencia menor que la “frecuencia umbral” no produce efecto fotoeléctrico. La lámina metálica no emite electrones si recibe una luz de baja frecuencia comparada con la frecuencia umbral.

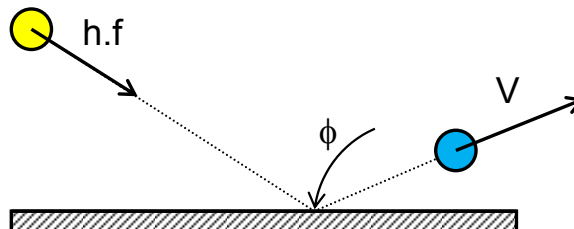


3. FUNCIÓN TRABAJO $[\phi]$: Es la energía que se gasta para liberar al electrón de la superficie de la lámina, cuyo valor depende del material del cuerpo metálico.

METAL	K	Na	Zn	Fe	Pt
FUNCIÓN TRABAJO (eV)	□2,24	□2,28	□4,31	□4,50	□6,35

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

4. ENERGÍA CINÉTICA DE LOS FOTO ELECTRONES. Aumenta con la frecuencia de radiación incidente cuyo valor es mayor a la frecuencia umbral ($f > f_0$). Los electrones emitidos son más veloces si la lámina recibe una luz con mayor frecuencia. La energía cinética de los electrones que emite la lámina metálica es independiente de la intensidad de radiación.



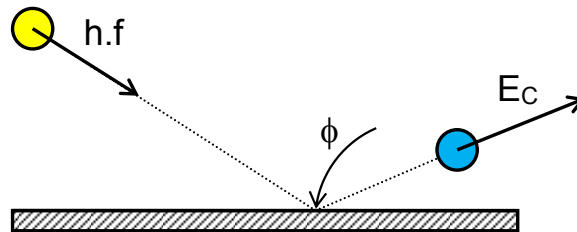
$$E_c = \frac{mV^2}{2}$$

m : masa del electrón. V : velocidad del electrón.

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

La masa de un electrón es $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

- 5. EFECTO FOTOELÉCTRICO.** Los fotones de la radiación al incidir sobre la lámina metálica transfieren su energía a los electrones superficiales de la lámina metálica excitándolos de modo que se liberan de la lámina y la energía sobrante le queda al electrón como energía cinética. Según la ecuación de Albert Einstein:



$$h.f = \phi + E_C$$

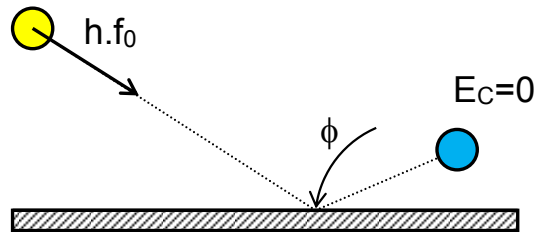
h : constante de Planck.

f : frecuencia de radiación.

ϕ : función trabajo o trabajo de extracción.

E_C : Energía cinética de los fotoelectrones.

- 6. FRECUENCIA UMBRAL (f_0):** Es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto foto eléctrico.



$$h.f_0 = \phi$$

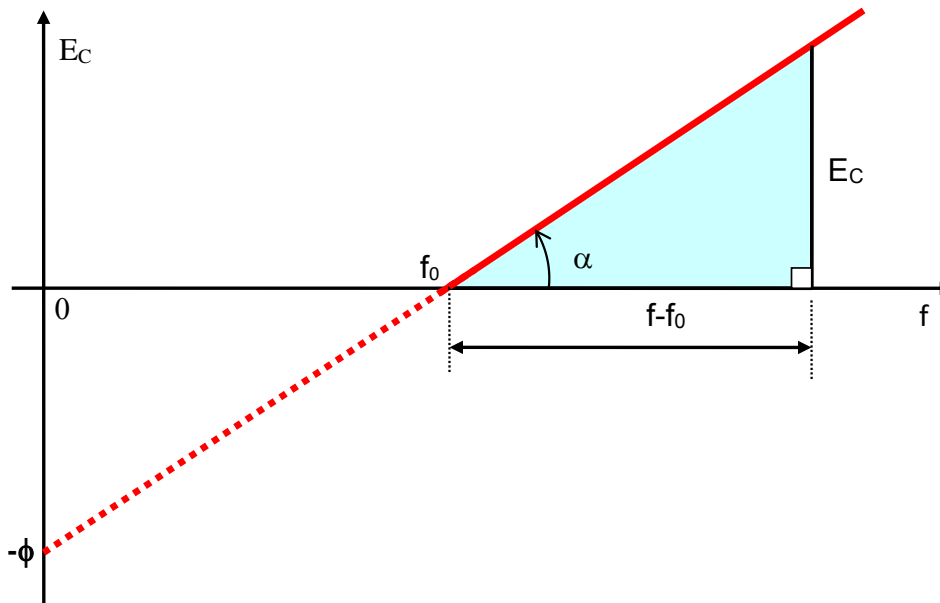
Los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Es decir es la mínima energía que tiene el fotón para arrancar un electrón de la superficie de la lámina metálica.

$$f_0 = \frac{\phi}{h}$$

Con la frecuencia umbral se puede calcular la longitud de onda umbral (λ_0) de la radiación.

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$$

7. LA CONSTANTE DE PLANCK (h). La pendiente de la recta en la gráfica Energía cinética versus frecuencia, se obtiene la constante de Planck.



Ley de Albert Einstein: $h \cdot f = \phi + E_C$

La frecuencia umbral: $h \cdot f = h \cdot f_0 + E_C$

Despejando: $h \cdot f - h \cdot f_0 = E_C \Rightarrow h \cdot (f - f_0) = E_C$

Pendiente de la recta: $h = \tan(\alpha) = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$$h = \frac{E_C}{(f - f_0)}$$

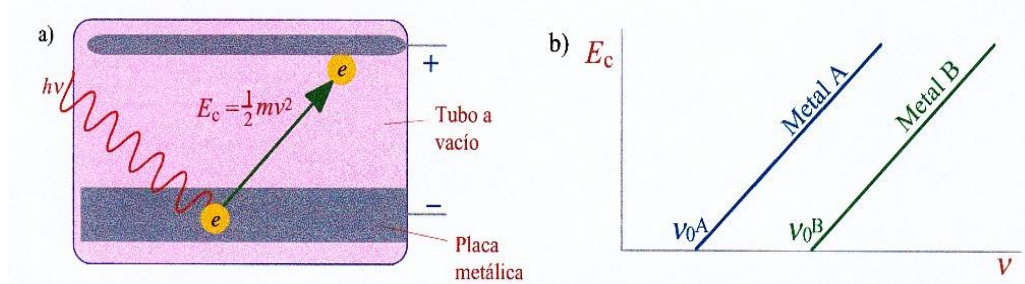
Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}$

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

8. OBSERVACIÓN. Para arrancar un electrón de un metal (o cualquier otra sustancia) se necesita gastar cierta energía. Luego, la energía cinética de un fotoelectrón se obtiene por la siguiente expresión:

El estudio experimental de la relación (1), utilizando radiaciones de distintas intensidades y frecuencias, ha llevado a las conclusiones siguientes:

- 1. Cuando se aumenta la intensidad de la radiación electromagnética incidente, sin variar su frecuencia, se aumenta el número de fotoelectrones, pero no se cambia su energía cinética.**
- 2. Cuando se aumenta la frecuencia de la radiación incidente, se aumenta la energía cinética de los fotoelectrones, independientemente de que la intensidad de la radiación se aumente o disminuya.**



Uno de los métodos más precisos de obtener la constante de Planck es a partir de experimentos que relacionan la energía cinética de los electrones versus la frecuencia de radiación. La interpretación de esta ecuación es muy sencilla: El electrón absorbe un **fotón** de energía $h \cdot f$ de la radiación incidente y gasta la energía E_0 en separarse del metal; el resto o sea: $h \cdot f - E_0$, queda como energía cinética del electrón. Por ello, la magnitud E_0 se denomina *energía de separación*. Cuando la frecuencia de la radiación es f_0 , de modo que $E_0 = h \cdot f_0$, la energía del fotón es apenas suficiente para llevar el electrón hasta la superficie del metal, pero no alcanza para comunicarle ninguna energía cinética y el electrón no puede desprenderse del metal. Para frecuencias inferiores a f_0 no se produce ninguna emisión electrónica, cualquiera que sea la intensidad de radiación.



Foto: Albert Einstein Koch

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

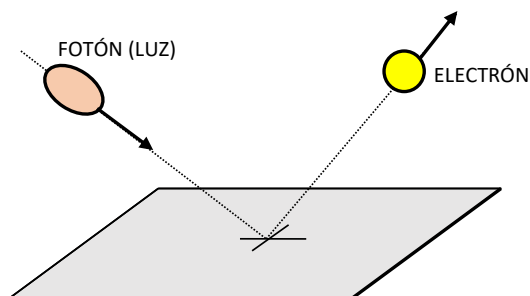
1. En el efecto fotoeléctrico la luz como un haz de fotones de energía $h.f$ incide sobre una superficie metálica de función trabajo ϕ . Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones.

I. La máxima energía cinética de los electrones liberados es $(h.f - \phi)$

II. La función trabajo representa la energía máxima con la cual un electrón está ligada a un átomo del metal.

III. La frecuencia de la luz incidente tiene una relación directa con la máxima energía cinética, donde la pendiente de la recta es h .

RESOLUCIÓN



I. VERDADERO. La energía de un fotón se transforma en función trabajo y el resto en energía cinética de los fotoelectrones. $h.f = \phi + E_C \Rightarrow E_C = h.f - \phi$

II. VERDADERO. La función trabajo es característica de cada metal.

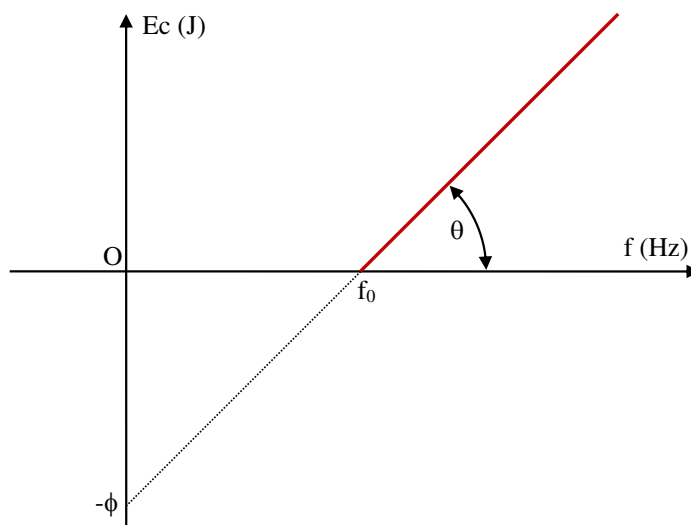
III. VERDADERO. De la ecuación de Einstein:

$$h.f = \phi + E_C \Rightarrow E_C = h.f - \phi$$

$$h.f = \phi + E_C \Rightarrow E_C = h.f - \phi \Rightarrow E_C > 0$$

Construimos la ecuación de la recta.

$$y = E_C, m = h, x = f, b = -\phi \Rightarrow y = m.x + b$$



OBSERVACIÓN. La pendiente de la recta es igual a la constante de Planck. $m = \tan \theta = h$. La frecuencia umbral f_0 se obtiene cuando la energía cinética de los fotoelectrones es nula. Si, $f > f_0$ entonces se produce el desprendimiento de los fotoelectrones.

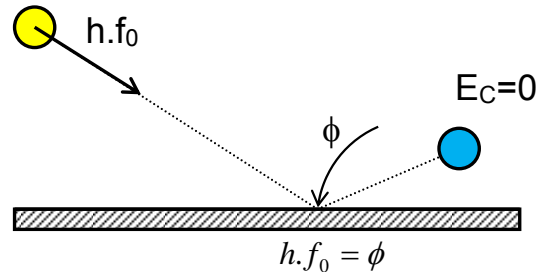
2. ¿Cuál es la mínima longitud de onda de luz que puede incidir sobre una superficie metálica de sodio, cuya función trabajo es $1,8 \text{ eV}$ para que no emitan fotoelectrones?

Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto fotoeléctrico.



Los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Es decir, es la mínima energía que tiene el fotón para arrancar un electrón de la superficie de la lámina metálica.

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow f_0 = \frac{1,8 \text{ eV}}{4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}} = 4,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Con la frecuencia umbral se puede calcular la longitud de onda umbral (λ_0) de la radiación.

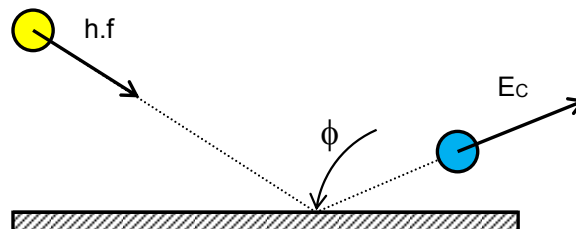
$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{4,3 \cdot 10^{14} \frac{1}{s}} = 6,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Respuesta: La longitud de onda umbral es aproximadamente 690 nm

3. Una superficie de sodio se ilumina con luz de 300 nm de longitud de onda, si la función trabajo para el sodio es $2,46 \text{ eV}$. Determine la energía cinética máxima de los electrones arrancados en eV . Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



Reemplazando los datos tenemos:

$$\frac{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,4 \text{ eV} + E_c$$

$$4,14 \text{ eV} = 2,46 \text{ eV} + E_c$$

Despejando: $E_C = 1,68 \text{ eV}$

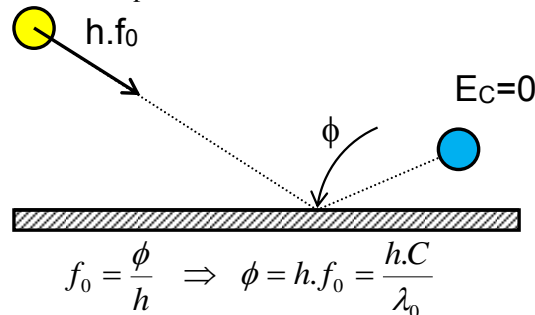
Respuesta: La energía de los fotoelectrones es $1,68 \text{ eV}$

4. Si la longitud umbral para el efecto fotoeléctrico en una lámina metálica de plata es $0,26 \mu\text{m}$. Determine la función trabajo en eV . Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

RESOLUCIÓN

Es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto fotoeléctrico: $h \cdot f_0 = \phi$

Los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Es decir es la mínima energía que tiene el fotón para arrancar un electrón de la superficie de la lámina metálica.



$$\phi = \frac{h \cdot C}{\lambda_0} = \frac{(4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})}{0,26 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4,77 \text{ eV}$$

Respuesta: La función trabajo del metal es $\phi = 4,77 \text{ eV}$

5. Respecto del efecto fotoeléctrico, señale verdadero (V) o falso (F) en las siguientes afirmaciones:
- Es la emisión de radiación, de un metal, al bombardearse con electrones muy energéticos.
 - Toda radiación que llega a un metal dado puede extraer electrones.
 - A mayor función trabajo de un metal, los fotoelectrones saldrán con mayor energía cinética de este metal.
 - A mayor intensidad de la radiación incidente, los fotoelectrones saldrán con mayor energía cinética.

RESOLUCIÓN

- FALSO. Es la emisión de fotoelectrones, cuando se hace incidir luz de alta frecuencia en dirección del metal.
- FALSO. Depende de la frecuencia de la radiación. Radiación de alta frecuencia.
- FALSO. La energía cinética de los fotoelectrones solo depende la radiación incidente. La función trabajo es constante. $h \cdot f = \phi + E_C$
- FALSO. No depende de la intensidad de radiación. Depende de la frecuencia de la luz incidente.

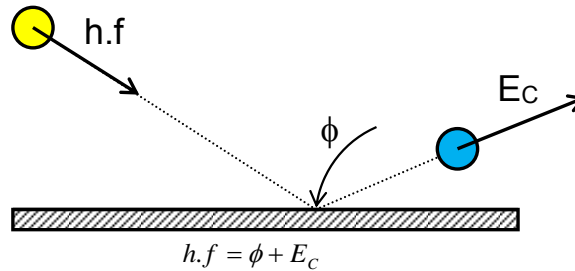
6. En experimento sobre el efecto fotoeléctrico los electrones emitidos tienen una energía cinética de $4,23 \text{ eV}$ y la función trabajo del metal es de $2,40 \text{ eV}$. Calcular la frecuencia de radiación.

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



Reemplazando los datos tenemos:

$$h.f = 2,40 eV + 4,23 eV$$

$$h.f = 6,63 eV$$

$$(6,62 \cdot 10^{-34} J.s) \cdot f = 6,63 eV \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} J}{1 eV} \right)$$

$$f = 1,6 \cdot 10^{15} Hz$$

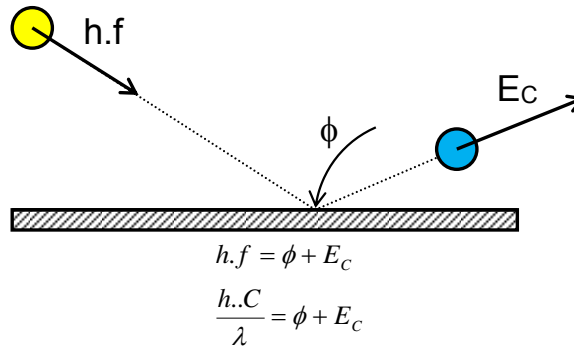
Respuesta: La frecuencia de radiación es $1,6 \cdot 10^{15} Hz$

7. Una radiación electromagnética con $200 nm$ de longitud de onda ilumina una superficie metálica cuya función trabajo es de $2,21 eV$. Calcule la energía cinética (en eV) de los fotoelectrones emitidos. Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} J.s$

Un electrón voltio (energía): $1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



Reemplazando los datos tenemos:

$$\frac{(6,62 \cdot 10^{-34} J.s)(3,0 \cdot 10^8 m/s)}{200 \cdot 10^{-9} m} = 2,21 eV + E_c$$

$$9,93 \cdot 10^{-19} J = 2,21 eV + E_c$$

$$(9,93 \cdot 10^{-19} J) \cdot \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 2,21 eV + E_c$$

$$6,21eV = 2,21eV + E_c$$

$$E_c = 4,0 eV$$

Respuesta: La energía de los fotoelectrones es $4,0 eV$

8. La función trabajo del litio es $2,3 eV$. ¿Cuál es la energía cinética máxima de los fotoelectrones cuando la superficie se ilumina con luz de longitud de onda de $\lambda = 400 nm$?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía incidente:

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot C}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{400 \cdot 10^{-9}} = 4,9725 \cdot 10^{-19} J$$

$$E = 4,9725 \cdot 10^{-19} J \cdot \left(\frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19}} \right) = 3,1 eV$$

SEGUNDO PASO. Ley de Albert Einstein:

$$E = \phi_0 + E_c \Rightarrow 3,1 = 2,3 + E_c \Rightarrow E_c = 0,8 eV$$

Respuesta. La energía cinética máxima de los fotoelectrones es $0,8 eV$.

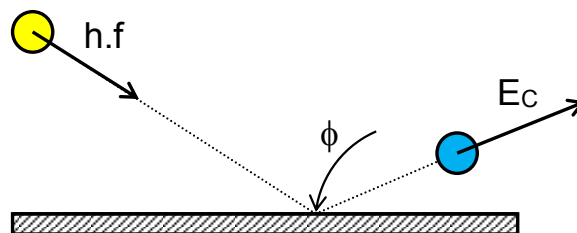
9. Una superficie de metal cuya función trabajo es $4,0 \cdot 10^{-19} J$ se ilumina con luz de $200 nm$ con longitud de onda. Calcular la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} J \cdot s$

Un electrón voltio (energía): $1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



$$h \cdot f = \phi + E_c \Rightarrow \frac{h \cdot C}{\lambda} = \phi + E_c$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$\frac{(6,62 \cdot 10^{-34} J \cdot s)(3,0 \cdot 10^8 m/s)}{200 \cdot 10^{-9} m} = 4,0 \cdot 10^{-19} J + E_c$$

$$9,93 \cdot 10^{-19} J = 4,0 \cdot 10^{-19} J + E_c$$

$$E_c = 5,93 \cdot 10^{-19} J$$

Respuesta: La energía de los fotoelectrones es $5,93 \cdot 10^{-19} J$

10. Respecto del efecto fotoeléctrico, señale verdadero (V) o falso (F) en las siguientes afirmaciones:

- I. La función trabajo es la mínima energía que requiere el electrón para escapar de la placa fotoeléctrica.
- II. Tanto mayor es la intensidad de la luz incidente, sobre la placa, mayor es la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.
- III. La detección de la fotocorriente solo es posible, si es que se establece un voltaje acelerador entre la placa emisora y el ánodo detector.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. De la ecuación de Einstein: $h.f = \phi + E_c$

II. FALSO. A mayor intensidad de la luz incidente, mayor es el número de fotoelectrones extraídos. Pero la energía cinética de los fotoelectrones no depende de la intensidad, sino de la frecuencia de la radiación.

III. VERDADERO. Según el arreglo experimental.

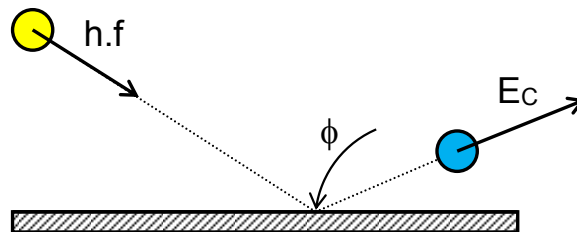
11. Se irradia una luz de frecuencia $2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ sobre una lámina de la cual se desprenden electrones con una energía cinética 5 eV . Calcular la función trabajo de la lámina metálica en (eV).

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



$$(\text{energía del foton}) = [\text{trabajo}] + (\text{energía cinética})$$

$$h.f = \phi + E_c$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) = \phi + 5 \text{ eV}$$

$$13,24 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \phi + 5 \text{ eV}$$

$$13,24 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \phi + 5 \text{ eV}$$

$$8,275 \text{ eV} = \phi + 5 \text{ eV} \Rightarrow \phi = 3,275 \text{ eV}$$

Respuesta: La función trabajo para esta lámina metálica es $\phi = 3,275 \text{ eV}$

12. En un experimento fotoeléctrico se comprueba que la emisión de los fotoelectrones se inicia cuando la radiación luminosa recibida por la muestra tiene una longitud de onda de $\lambda_0 = 681 \text{ nm}$. Si luego se irradia la muestra con luz de longitud de onda $\lambda_1 = 480 \text{ nm}$, determine la máxima energía cinética de los fotoelectrones desprendidos. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

Ley de Albert Einstein: $h.f = \phi + E_c$

La frecuencia umbral: $h.f = h.f_0 + E_c$

$$E_c = h.(f - f_0) = hC \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$E_c = (6,63 \cdot 10^{-34}) (3,0 \cdot 10^8) \cdot \left(\frac{1}{480 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{681 \cdot 10^{-9}} \right)$$

$$E_c = 1,22 \cdot 10^{-19} J$$

Respuesta: La energía cinética de los fotoelectrones es $1,22 \cdot 10^{-19} J$

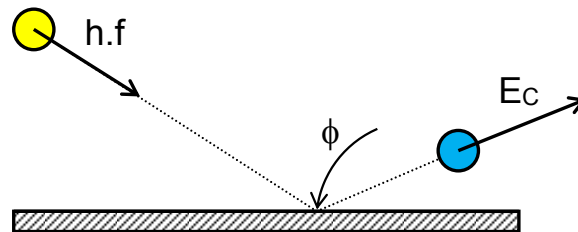
13. La función trabajo de una lámina de sodio es $3,7 \cdot 10^{-19} J$, si esta lamina se ilumina con una luz de $3,0 \cdot 10^{15} Hz$. Calcular la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} J.s$

Un electrón voltio (energía): $1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



$$E_{radiacion} = E_{extraccion} + E_{cinetica}$$

$$h.f = \phi + E_c$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$(6,62 \cdot 10^{-34} J.s)(3,0 \cdot 10^{15} Hz) = 3,7 \cdot 10^{-19} J + E_c$$

$$19,86 \cdot 10^{-19} J = 3,7 \cdot 10^{-19} J + E_c$$

$$E_c = 16,16 \cdot 10^{-19} J$$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es $E_c = 1,62 \cdot 10^{-18} J$

14. Se hacen dos experimentos de efecto fotoeléctrico sobre una misma superficie metálica. Se observa que cuando la frecuencia de la luz es $f_1 = 1,9324 \cdot 10^{15} Hz$ la energía cinética máxima de los fotoelectrones es K y cuando la frecuencia de luz es $f_2 = 2,4155 \cdot 10^{15} Hz$ la energía cinética máxima es $1,5K$. ¿Cuál es la función trabajo del metal? $h = 4,14 \cdot 10^{-15} eV.s$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía incidente:

$$E_1 = h.f_1 \Rightarrow E_1 = (4,14 \cdot 10^{-15}) \cdot (1,9324 \cdot 10^{15}) = 8 eV$$

$$E_2 = h.f_2 \Rightarrow E_2 = (4,14 \cdot 10^{-15}) \cdot (2,4155 \cdot 10^{15}) = 10 eV$$

SEGUNDO PASO. Ley de Albert Einstein:

$$E_1 = \phi_0 + E_{c1} \Rightarrow 8 = \phi_0 + K \quad \dots (1)$$

$$E_2 = \phi_0 + E_{c2} \Rightarrow 10 = \phi_0 + 1,5K \quad \dots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2): $\phi_0 = 4 \text{ eV}$

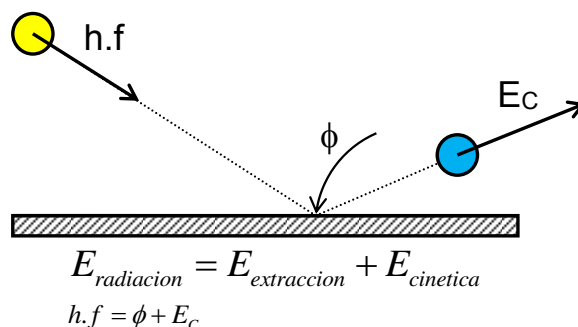
Respuesta. La función trabajo del material es 4 eV.

15. Determinar la máxima energía cinética (en eV) de los fotoelectrones emitidos por el sodio si este está sometido a una radiación cuya frecuencia es de $3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Sabiendo que la función trabajo de sodio es 2,3 eV, además: Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Resolución

Para arrancar un electrón de un metal (o cualquier otra sustancia) se necesita gastar cierta energía. Luego, la energía cinética de un fotoelectrón se obtiene por la siguiente expresión:



Reemplazando los datos tenemos:

$$(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,3 \text{ eV} + E_c$$

$$12,4 \text{ eV} = 2,3 \text{ eV} + E_c$$

La energía cinética máxima del fotoelectrón es: $E_c = 10,1125 \text{ eV}$

16. Cuando incide luz de frecuencia $f_1 = 8 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ sobre una placa metálica. Este emite electrones con velocidad máxima de $8 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$, por efecto fotoeléctrico. Si incidiera luz de frecuencia $f_2 = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ¿la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos sería?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La función trabajo es la mínima energía para extraer un electrón de una lámina metálica determinada por sus propiedades químicas.

$$h.f = \phi + E_c \Rightarrow \phi = h.f - \frac{m \cdot (V)^2}{2}$$

$$\frac{\phi}{m} = \left(\frac{h}{m} \right) \cdot f - \frac{(V)^2}{2} = \text{CONSTANTE}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la propiedad anterior para cada caso:

$$\left(\frac{h}{m} \right) \cdot f_1 - \frac{(V_1)^2}{2} = \left(\frac{h}{m} \right) \cdot f_2 - \frac{(V_2)^2}{2}$$

$$\left(\frac{h}{m}\right) \cdot (f_1 - f_2) = \frac{(V_1)^2}{2} - \frac{(V_2)^2}{2} * \left(\frac{h}{m}\right) = 7,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Reemplazando tenemos que:

$$V_2 = 5,4 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta: si la frecuencia de la luz incidente disminuye, también disminuye la velocidad de los fotoelectrones.

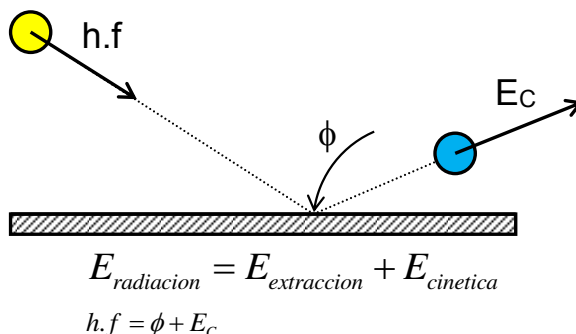
17. Cuando se hace incidir una radiación electromagnética de frecuencia $3,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ sobre la superficie de un metal, se observa que los fotoelectrones abandonan la superficie con una cantidad de energía cinética máxima de 6,89 eV. Determine la función trabajo del metal.

Además: Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Resolución

Para arrancar un electrón de un metal (o cualquier otra sustancia) se necesita gastar cierta energía. Luego, la energía cinética de un fotoelectrón se obtiene por la siguiente expresión:



Reemplazando los datos tenemos:

$$(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(3,2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \phi + 6,89 \text{ eV}$$

$$13,24 \text{ eV} = \phi + 6,89 \text{ eV}$$

La función trabajo del metal, energía umbral o energía para extraer un fotoelectrón es:

$$\phi = 6,35 \text{ eV}$$

18. Al irradiar luz sobre una lámina metálica se observa que el efecto fotoeléctrico empieza cuando la longitud de onda es 600 nm . Si luego de irradiar con longitud de onda de 420 nm . Calcular la energía cinética de los fotoelectrones emitidos. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

RESOLUCIÓN

Ley de Albert Einstein: $h.f = \phi + E_c$

La frecuencia umbral: $h.f = h.f_0 + E_c$

$$E_c = h.(f - f_0) = hC \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$E_c = (6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8) \cdot \left(\frac{1}{420 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{600 \cdot 10^{-9}} \right)$$

$$E_c = 1,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

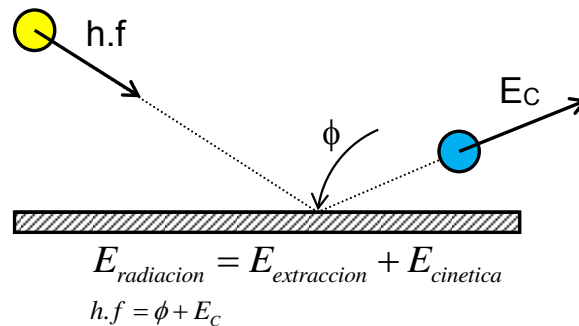
Respuesta: La energía cinética de los fotoelectrones es $1,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

19. La frecuencia umbral para el potasio es $4,22 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. ¿Qué cantidad de energía cinética máxima (en eV) tendrán los fotoelectrones cuando sobre la superficie del potasio se hace incidir una radiación cuya frecuencia es $12,66 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$? Además: Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Resolución

Para arrancar un electrón de un metal (o cualquier otra sustancia) se necesita gastar cierta energía. Luego, la energía cinética de un fotoelectrón se obtiene por la siguiente expresión:



Reemplazando los datos tenemos:

$$h.f_1 = h.f_2 + E_c$$

$$(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(12,66 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) = (6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(4,22 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) + E_c$$

$$55,8728 \cdot 10^{-20} \text{ J} = E_c$$

Transformando de J a eV:

$$55,8728 \cdot 10^{-20} \text{ J} \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = E_c$$

La energía cinética máxima de cada fotoelectrón es: $E_c = 3,5 \text{ eV}$

20. La función trabajo del potasio es $2,24 \text{ eV}$. Si incide sobre el blanco de potasio luz de longitud de onda $3,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Determine la velocidad máxima de los fotoelectrones.

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ La masa de un electrón es $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Para arrancar un electrón de un metal (o cualquier otra sustancia) se necesita gastar cierta energía. Luego, la energía cinética de un fotoelectrón se obtiene por la siguiente expresión:

$$E_{radiacion} = E_{extraccion} + E_{cinetica}$$

$$h.f = \phi + E_c \Rightarrow h \cdot \left(\frac{c}{\lambda} \right) = \phi + E_c$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$(6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}) \left(\frac{3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}}{3,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \right) \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,24 \text{ eV} + E_C$$

$$3,45 \text{ eV} = 2,24 \text{ eV} + E_C \Rightarrow E_C = 1,25 \text{ eV}$$

SEGUNDO PASO. La energía cinética del electrón es,

$$E_C = 1,25 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}) = 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

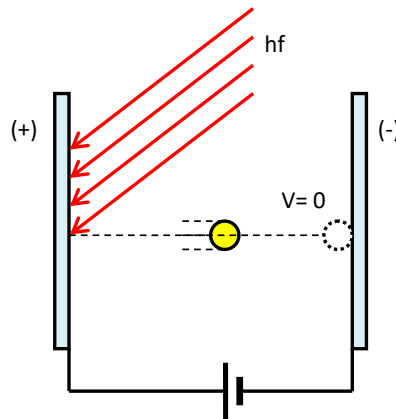
$$E_C = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 2 \cdot 10^{-19} = \frac{(9,1 \cdot 10^{-31}) \cdot v^2}{2}$$

$$v^2 = 0,44 \cdot 10^{12} \Rightarrow v = 0,66 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta: La velocidad del fotoelectrón es $660 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

21. La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos por el cátodo de Zinc es de $55 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Determinar el potencial eléctrico retardador (en V) necesario para frenar los fotoelectrones. Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El campo eléctrico del condensador frena a los fotoelectrones.

El trabajo neto, es igual a la variación de la energía cinética:

$$W^{NETO} = E_C(\text{final}) - E_C(\text{inicial})$$

SEGUNDO PASO. El campo eléctrico realiza trabajo negativo, pues se opone al movimiento del electrón. De la condición del problema la rapidez final del electrón es cero.

$$-F \cdot d = 0 - E_C(i) \Rightarrow E_C(i) = E \cdot q \cdot d \dots (1)$$

TERCER PASO. La diferencia de potencial ($\Delta V = E \cdot q$) entre las placas del condensador es igual al producto de del campo eléctrico por la distancia entre las placas del ánodo y el cátodo

$$E_C(i) = (E \cdot d) \cdot q \Rightarrow E_C(i) = \Delta V \cdot q \dots (2)$$

$$55 \cdot 10^{-20} = \Delta V \cdot (1,6 \cdot 10^{-19}) \Rightarrow \Delta V = 3,44 \text{ volts}$$

Respuesta. La diferencia de potencial entre las placas del condensador es:

$$\Delta V = 3,44 \text{ volts}$$

22. La función trabajo del litio es 2,3 eV. Si el potencial de frenado fuera de 0,6 V, ¿Cuál sería la longitud de onda de la radiación incidente?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El valor de la función trabajo es:

$$\phi_0 = 2,3 \text{ eV} = 2,3 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right) = 3,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. Ley de Albert Einstein:

$$E = \phi_0 + E_c \Rightarrow \frac{hC}{\lambda} = \phi_0 + |q_e| \cdot \Delta V$$

$$\frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{\lambda} = 3,68 \cdot 10^{-19} + (1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (0,6)$$

Resolviendo: $\lambda = 428 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 428 \text{ nm}$

Respuesta. La longitud de onda de la luz incidente es 428 nm

23. Una lámina de sodio se somete a una radiación de frecuencia $f = 2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Determinar la velocidad de los fotoelectrones desprendidos. La función trabajo del sodio es $\phi = 2,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ La masa de un electrón es $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

Para arrancar un electrón de un metal (o cualquier otra sustancia) se necesita gastar cierta energía. Luego, la energía cinética de un fotoelectrón se obtiene por la siguiente expresión:

$$E_{\text{radiacion}} = E_{\text{extraccion}} + E_{\text{cinetica}}$$

$$h \cdot f = \phi + E_c$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) = (6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(2,3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) + E_c$$

$$(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) = 2,3 \cdot 10^{-19} \text{ J} + E_c$$

$$E_c = 9,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La energía cinética del electrón es $E_c = 9,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 9,58 \cdot 10^{-19} = \frac{(9,1 \cdot 10^{-31})v^2}{2}$$

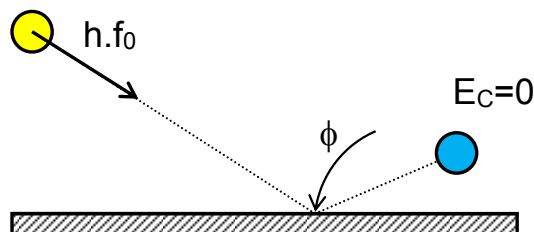
$$v^2 = 2,1 \cdot 10^{12} \Rightarrow v = 1,45 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta: La velocidad del fotoelectrón es $1450 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

24. Determine la frecuencia umbral para un metal cuya función trabajo es de 3 eV. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$. Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto fotoeléctrico. $h \cdot f_0 = \phi$



Los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Es decir, es la mínima energía que tiene el fotón para arrancar un electrón de la superficie de la lámina metálica.

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow f_0 = \frac{3 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}} = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Respuesta: La frecuencia umbral es $7,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

25. Un haz de luz monocromática con frecuencia $f = 10^{16} \text{ Hz}$ incide sobre un material cuya función trabajo es de 3 eV. Determine la frecuencia umbral del material.

RESOLUCIÓN

La función trabajo es la mínima energía para extraer un electrón de una lámina metálica.

$$h \cdot f = \phi + E_c \Rightarrow \phi_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{\phi_0}{h}$$

$$f_0 = \frac{3 \text{ eV}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}} = \frac{3 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} \right)}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}$$

Reduciendo: $f_0 = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

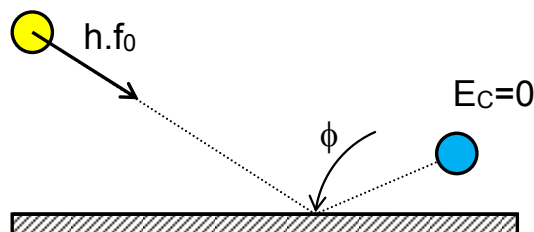
Respuesta: La frecuencia de la radiación incidente tiene que ser igual o mayor que la frecuencia umbral.

26. Determine la longitud de onda umbral para un metal cuya función trabajo es de 6 eV . Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto fotoeléctrico. $h \cdot f_0 = \phi$



Los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Es decir, es la mínima energía que tiene el fotón para arrancar un electrón de la superficie de la lámina metálica.

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow f_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,45 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Con la frecuencia umbral se puede calcular la longitud de onda umbral (λ_0) de la radiación.

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,45 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}} = 2,07 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Respuesta: La longitud de onda umbral es 207 nm

27. Calcular la función trabajo para una lámina si la longitud de onda umbral para dicho metal es $0,45 \mu\text{m}$. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Es la mínima frecuencia que debe tener una radiación tal que al incidir sobre una superficie metálica produzca efecto foto eléctrico.

$$h \cdot f_0 = \phi$$

Los fotoelectrones tienen energía cinética nula. Es decir, es la mínima energía que tiene el fotón para arrancar un electrón de la superficie de la lámina metálica.

$$f_0 = \frac{\phi}{h} \Rightarrow \phi = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0}$$

$$\phi = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})}{0,45 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Respuesta: La función trabajo del metal es $\phi = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

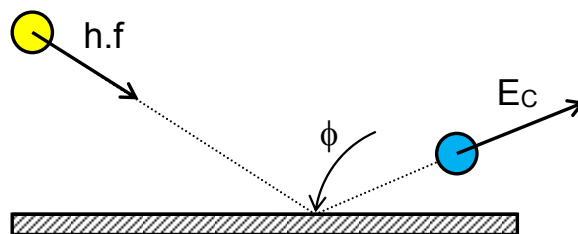
28. Una radiación electromagnética con 300 nm de longitud de onda ilumina una superficie metálica cuya función trabajo es de $2,3 \text{ eV}$. Calcule la energía cinética (en eV) de los fotoelectrones emitidos por la lámina metálica.

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Según la ecuación de Albert Einstein:



$$E_{\text{RADIACION}} = E_{\text{EXTRACCION}} + E_{\text{CINETICA}}$$

$$h.f = \phi + E_c \Rightarrow \frac{h.C}{\lambda} = \phi + E_c$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,3 \text{ eV} + E_c$$

$$\frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1})}{300 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,3 \text{ eV} + E_c$$

$$6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,3 \text{ eV} + E_c$$

$$4,14 \text{ eV} = 2,3 \text{ eV} + E_c$$

Despejando tenemos que: $E_c = 1,84 \text{ eV}$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es $1,84 \text{ eV}$

29. La frecuencia umbral de una lámina de metal es de $f_0 = 2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Calcular la energía cinética de los fotoelectrones que se desprenden de la lámina si recibe una radiación de frecuencia $f = 5,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

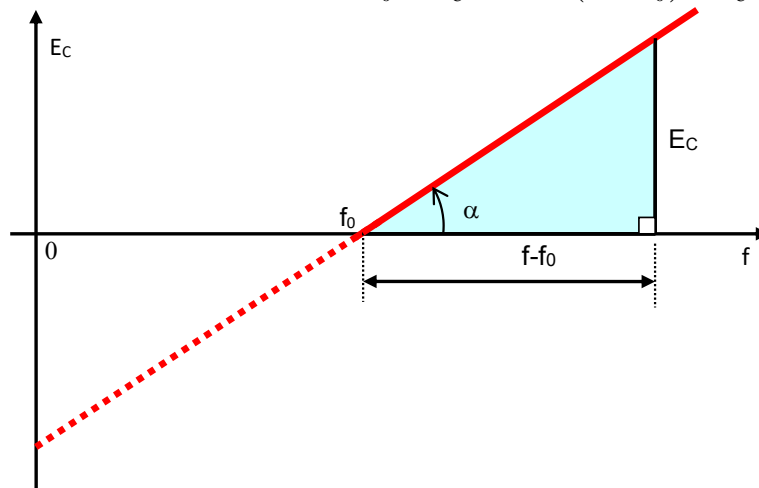
Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

RESOLUCIÓN

Ley de Albert Einstein: $h.f = \phi + E_c$

La frecuencia umbral: $h.f = h.f_0 + E_c$

Despejando: $h.f - h.f_0 = E_c \Rightarrow h.(f - f_0) = E_c$



La energía cinética de los fotoelectrones es:

$$E_c = h.(f - f_0) = (6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}).(5 \cdot 10^{15} - 2 \cdot 10^{15}) \text{ Hz}$$

$$E_c = 1,99 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es $1,99 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

30. En un experimento fotoeléctrico se comprueba que la emisión de los fotoelectrones se inicia cuando la radiación luminosa recibida por la muestra tiene una longitud de onda de $\lambda_0 = 681 \text{ nm}$. Si luego se irradia la muestra con luz de longitud de onda $\lambda_1 = 480 \text{ nm}$, determine la máxima velocidad de los fotoelectrones desprendidos. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

Ley de Albert Einstein: $h.f = \phi + E_C$

La frecuencia umbral: $h.f_0 = \phi + E_C$

$$E_C = h.(f - f_0) = hC \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\frac{m_e \cdot (V)^2}{2} = hC \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow (V)^2 = \frac{2hC}{m_e} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$V^2 = \frac{2(6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8)}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(\frac{1}{480 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{681 \cdot 10^{-9}} \right)$$

$$V = 5,1 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta: La rapidez de los fotoelectrones es $5,1 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$

31. Una superficie de sodio se ilumina con luz de longitud de onda $\lambda = 300 \text{ nm}$. La función trabajo para el sodio es $2,46 \text{ eV}$. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

- I. La energía de la luz incidente es suficiente para arrancar electrones de la superficie de sodio.
- II. La energía cinética máxima de los electrones emitidos es $1,68 \text{ eV}$.
- III. La longitud de onda de corte para el sodio es $\lambda_0 = 405 \text{ nm}$.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía del fotón.

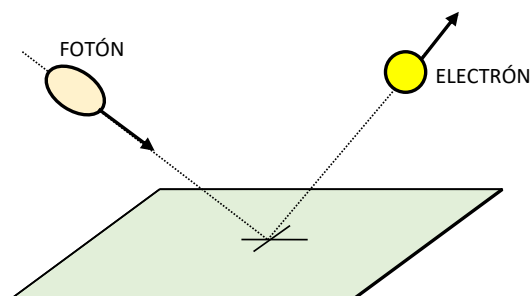
$$E = h.f = \frac{h.C}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{300 \cdot 10^{-9}} = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = (6,63 \cdot 10^{-19} \text{ J}) \cdot \left(\frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \right) = 4,14 \text{ eV}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la energía cinética máxima de los fotoelectrones.

Ley de Albert Einstein: $h.f = \phi + E_C$

$$4,14 = 2,46 + E_C \Rightarrow E_C = 1,68 \text{ eV}$$



I. VERDADERO. Ley de Albert Einstein: $E = \phi + E_C \Rightarrow E > \phi$

La energía de la luz incidente es suficiente para arrancar un electrón.

II. VERDADERO. La energía cinética de los fotoelectrones es $E_C = 1,68 \text{ eV}$

III. FALSO. La longitud de onda de corte, es la longitud necesaria para desprender un electrón de su órbita del átomo del metal.

$$\frac{h.C}{\lambda} = \phi + E_C \Rightarrow E_C = 0 \Rightarrow \frac{h.C}{\lambda_0} = \phi$$

Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}$

$$\lambda_0 = \frac{h.C}{\phi} = \frac{(4,14 \cdot 10^{-15}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{2,46} = 505 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

32. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones.

I. En el efecto fotoeléctrico una mayor intensidad de la radiación incidente sobre un metal aumentará la energía cinética de los electrones extraídos del material.

II. Los rayos X están formados por electrones que se mueven a gran velocidad.

III. Según el modelo de Max Planck, la energía de radiación electromagnética es un múltiplo entero de " $h.f$ ".

RESOLUCIÓN

I. FALSO. La energía cinética de los electrones extraídos del metal no depende de la intensidad de la radiación, depende de la frecuencia.

II. FALSO. Los rayos X son ondas electromagnéticas que no tienen masa ni carga eléctrica.

III. VERDADERO. La radiación electromagnética está formada por cuantos (según Max Planck) y la energía de cada cuanto es " $h.f$ ".

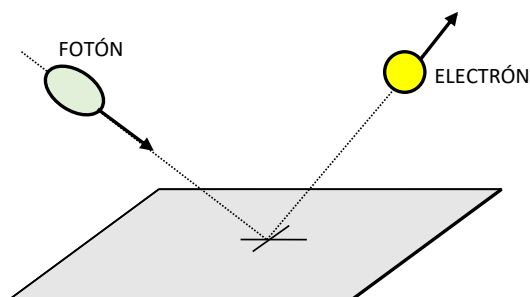
33. Respecto del efecto fotoeléctrico. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones.

I. La energía cinética de los fotoelectrones emitidos, depende de la intensidad de la radiación incidente.

II. La función trabajo del metal depende de la intensidad de la radiación incidente.

III. Para que exista foto electrones emitidos la frecuencia de la radiación incidente debe ser mayor que la frecuencia de corte o umbral.

RESOLUCIÓN



I. FALSO. Depende de la frecuencia “ f ” de radiación: $h \cdot f = \phi + E_c$

II. FALSO. Solo depende del tipo del metal.

III. VERDADERO. De la ecuación de Albert Einstein:

$$h \cdot f = \phi + E_c \Rightarrow h \cdot f = h \cdot f_0 + E_c$$

f : frecuencia de radiación y f_0 : frecuencia umbral o de corte

Para que exista electrones emitidos debe cumplirse que: $f > f_0$

34. En el efecto fotoeléctrico la luz como un haz de fotones de energía $h \cdot f$ incide sobre una superficie metálica de función trabajo ϕ . Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones.

I. Si, $h \cdot f < \phi$, un electrón del metal puede salir.

II. Si, $h \cdot f > 2\phi$, un fotón puede extraer 2 electrones del metal.

III. Si, $h \cdot f > \phi$, entonces $(h \cdot f - \phi)$ es la máxima energía cinética que puede alcanzar un electrón expulsado.

IV. Si se aumenta la intensidad de la luz manteniendo la misma frecuencia, el electrón extraído lo hará con mayor energía cinética.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Solo si $h \cdot f > \phi$ puede salir un electrón del metal.

II. FALSO. Un fotón puede extraer un solo electrón, el exceso se transforma en energía cinética de los fotoelectrones.

III. VERDADERO. De la ecuación de Einstein, $h \cdot f = \phi + E_c \Rightarrow E_c = h \cdot f - \phi$

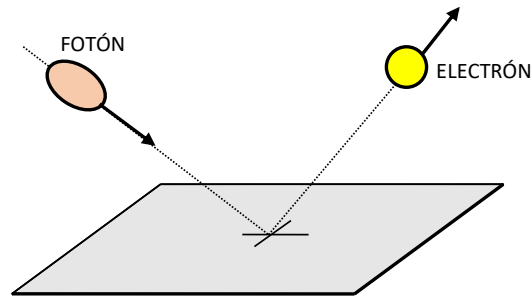
IV. FALSO. La energía cinética de los fotoelectrones depende de la frecuencia de la luz incidente, no de la intensidad (cantidad de fotones).

35. Respecto del efecto fotoeléctrico. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones.

I. La energía del fotón incidente se transforma totalmente en la energía cinética de los fotoelectrones.

II. El potencial de frenado depende de la intensidad de la luz y de su frecuencia.

III. Si la frecuencia umbral de un metal es f_0 , entonces para una radiación incide de luz con frecuencia f no hay emisión de foto electrones sí $f < f_0$.

**RESOLUCIÓN**

I. FALSO. La energía de un fotón se transforma en función trabajo y el resto en energía cinética de los fotoelectrones. $h \cdot f = \phi + E_C \Rightarrow E_C = h \cdot f - \phi$

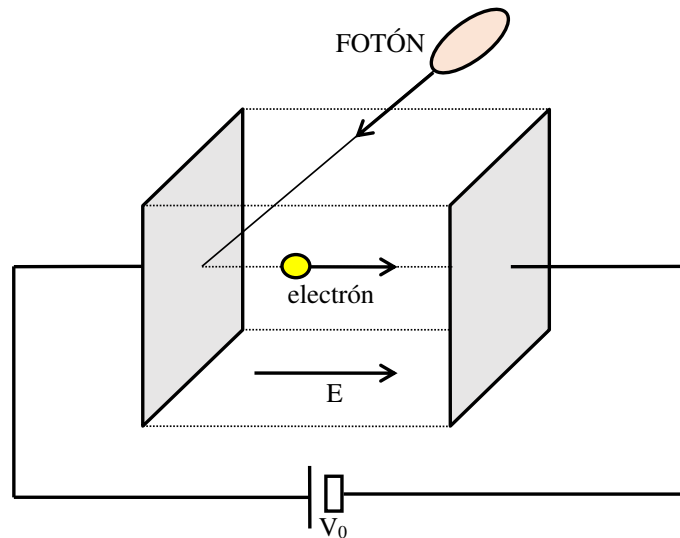
II. FALSO. El potencial de frenado, solo depende de la frecuencia de la onda electromagnética y no de la intensidad.

$$V_0 \cdot |q_e| = E_C \Rightarrow E_C = h \cdot f - \phi \Rightarrow V_0 = \frac{h \cdot f - \phi}{|q_e|}$$

III. VERDADERO. La energía del fotón incidente, debe ser mayor que, la función trabajo, para arrancar un electrón de la superficie metálica.

$$h \cdot f = \phi + E_C \Rightarrow E_C = h \cdot f - h \cdot f_0 = h \cdot (f - f_0)$$

36. Para detener los fotoelectrones emitidos por una superficie de plata, cuando se ilumina con luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 253,6 \text{ nm}$ es necesario un voltaje de frenado de $0,11 \text{ V}$. Calcular la función trabajo de la plata.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el teorema de la energía cinética:

$$W^{NETO} = E_C(\text{final}) - E_C(\text{inicial}) \Rightarrow -V_0 \cdot |q_e| = -E_C(\text{inicial})$$

La energía cinética final del electrón es nula. La energía cinética inicial de electrón es:

$$E = V_0 \cdot |q_e|$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ecuación de Einstein.

$$h.f = \phi + E_c \Rightarrow \frac{h.C}{\lambda} = \phi + |q_e|.V_0$$

$$\phi = \frac{h.C}{\lambda} - |q_e|.V_0 = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{253,6 \cdot 10^{-9}} - (1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (0,11)$$

$$\phi = 7,664 \cdot 10^{-19} J \cdot \left(\frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} \right) = 4,79 eV$$

Respuesta. La función trabajo del material es 4,79 eV.

37. Sobre una placa de crepesita cuya función trabajo es $\phi = 1,1 eV$ se hace incidir radiación de longitud de onda $\lambda = 400 nm$. ¿Cuál es la máxima energía cinética de los fotoelectrones?

$$(h.C = 1,24 \cdot 10^{-6} eV.m)$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía del fotón incidente es:

$$E = \frac{h.C}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{1,24 \cdot 10^{-6} eV.m}{400 \cdot 10^{-9} m} = 3,1 eV$$

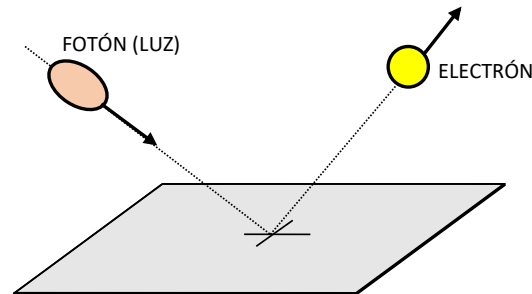
SEGUNDO PASO. De la ecuación de Einstein:

$$E = \phi + E_c \Rightarrow 3,1 = 1,1 + E_c \Rightarrow E_c = 2 eV$$

Respuesta. La energía cinética máxima de los fotoelectrones es 2 eV.

38. Sobre dos placas, una de cobre y otra de cesio inciden rayos de luz de igual frecuencia. ¿Cuál es la diferencia entre las energías cinéticas máximas con que los electrones abandonan la superficie de cobre y cesio? La función trabajo del cobre y de cesio son 4,3 eV y 1,9 eV respectivamente.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La energía de un fotón incidente, se transforma en función trabajo, y el resto en energía cinética de los fotoelectrones. Por condición del problema, la energía de la luz incidente tiene la misma frecuencia.

$$h.f = \phi + E_c \Rightarrow \phi_{Cu} + E_c(Cu) = \phi_{Cs} + E_c(Cs)$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos:

$$4,3 + E_c(Cu) = 1,9 + E_c(Cs)$$

$$E_c(Cs) - E_c(Cu) = 2,4 eV$$

OBSERVACIÓN. Estamos aplicando el principio de conservación de la energía a cada fotón incidente.

39. Se realizan experiencias del efecto fotoeléctrico, primero con luz roja, luego con luz verde y finalmente con luz azul. Las longitudes de onda son 650 nm, 500 nm y 450 nm. ¿Cuál es la relación que existe entre las energías de las radiaciones?

RESOLUCIÓN

color	longitud de onda (nm)
ROJO	618 – 780
ANARANJADO	581 - 618
AMARILLO	570 - 581
VERDE	497 - 570
CIAN	476 - 497
AZUL	427 - 476
VIOLETA	380 - 427

PRIMER PASO. La energía de la luz incidente es directamente proporcional a la frecuencia e inversamente proporcional a la longitud de onda:

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot C}{\lambda}$$

SEGUNDO PASO. La luz de mayor energía es el color violeta y el de menor energía es el color rojo.

$$E_{AZUL} > E_{VERDE} > E_{ROJO}$$

OBSERVACIÓN: el fotón que tiene mayor energía incidente, expulsará un electrón con mayor energía cinética. La función trabajo es constante.

40. En el laboratorio de la facultad de física se sabe que, la longitud de onda umbral para el cesio es 685 nm, si una luz de longitud de onda 470 nm ilumina una superficie de este metal, determine la rapidez máxima de los fotoelectrones. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

Ley de Albert Einstein: $h \cdot f = \phi + E_C$

La frecuencia umbral: $h \cdot f = h \cdot f_0 + E_C$

$$E_C = h \cdot (f - f_0) = h C \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\frac{m_e \cdot (V)^2}{2} = h C \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow (V)^2 = \frac{2h C}{m_e} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$V^2 = \frac{2(6,63 \cdot 10^{-34})(3,0 \cdot 10^8)}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(\frac{1}{470 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{685 \cdot 10^{-9}} \right)$$

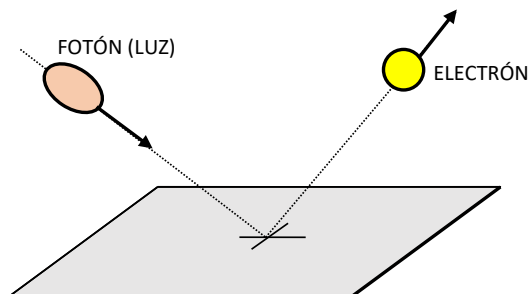
$$V = 5,4 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta: La rapidez de los fotoelectrones es $5,4 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$

41. En el laboratorio de física atómica y molecular, un grupo de estudiantes realizan un trabajo de investigación, se sabe que, un fotón de longitud de onda 470 nm, interactúa con un electrón que se encuentra en un átomo de la periferia de un metal desconocido. Se invierte el 90 % de la energía del fotón en extraer el electrón de la órbita del átomo. Determinar la rapidez de los fotoelectrones

extraídos. Constante de Planck: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. La energía de un fotón se transforma en función trabajo y el resto en energía cinética de los fotoelectrones.

$$h.f = \phi + E_c \Rightarrow E_c = (10\%)h.f \text{ y } \phi = (90\%)h.f$$

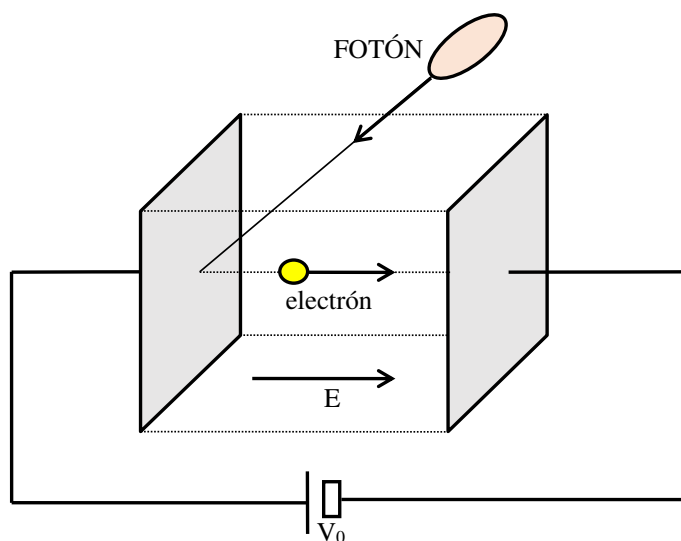
SEGUNDO PASO. Cálculo de la rapidez máxima de los fotoelectrones.

$$\begin{aligned} \frac{m.v^2}{2} &= (10\%) \frac{h.C}{\lambda} \Rightarrow v^2 = \frac{2(10\%)h.C}{m.\lambda} \\ v^2 &= \frac{2(0,1).(6,63 \cdot 10^{-34}).(3 \cdot 10^8)}{(9,1 \cdot 10^{-31}).(470 \cdot 10^{-9})} = 9,3 \cdot 10^{10} \text{ m}^2.\text{s}^{-2} \\ v &= 3 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1} = 300 \text{ km.s}^{-1} \end{aligned}$$

Respuesta. la rapidez de los fotoelectrones es, 300 km.s^{-1}

42. Una placa metálica se ilumina con luz ultravioleta de longitud de onda 207 nm. Calcule la máxima longitud de con la que puede producir el efecto fotoeléctrico, al aplicar un potencial de frenado de 1,0 volt para registrar una fotocorriente nula. Constante de Planck: $h = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}$,

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. PRIMERO PASO. Aplicamos el teorema de la energía cinética:

$$W^{NETO} = E_C(final) - E_C(inicial) \Rightarrow -V_0 \cdot |q_e| = -E_C(inicial)$$

La energía cinética final del electrón es nula. La energía cinética inicial de electrón es:

$$E_C = V_0 \cdot |q_e|$$

SEGUNDO PASO. Veamos las ecuaciones de conservación de energía.

Ley de Albert Einstein: $h \cdot f = \phi + E_C$

La frecuencia umbral: $h \cdot f = h \cdot f_0 + E_C$

$$E_C = h \cdot (f - f_0) = h \cdot C \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$|q_e| \cdot \Delta V = h \cdot C \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow \frac{|q_e| \cdot \Delta V}{h \cdot C} = \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\frac{(1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (1,0)}{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)} = \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$804424,3 = \left(\frac{1}{207 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \Rightarrow \lambda_0 = 248,4 \cdot 10^{-9} m$$

Respuesta: La máxima longitud de con la que puede producir el efecto fotoeléctrico es

$$\lambda_0 = 248,4 nm$$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Para detener los fotoelectrones emitidos por una superficie de plata, cuando se ilumina con luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 253,6 \text{ nm}$ es necesario un voltaje de frenado de $0,11 \text{ V}$. Calcular la función trabajo de la plata.

Respuesta: La función trabajo del material es $4,79 \text{ eV}$.

2. ¿Cuál es la mínima longitud de onda de luz que puede incidir sobre una superficie metálica de sodio, cuya función trabajo es $1,8 \text{ eV}$ para que no emitan fotoelectrones?

Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La longitud de onda umbral es aproximadamente 690 nm

3. Una superficie de sodio se ilumina con luz de 300 nm de longitud de onda, si la función trabajo para el sodio es $2,46 \text{ eV}$. Determine la energía cinética máxima de los electrones arrancados en eV . Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

Respuesta: La energía de los fotoelectrones es $1,68 \text{ eV}$

4. Si la longitud umbral para el efecto fotoeléctrico en una lámina metálica de plata es $0,26 \text{ }\mu\text{m}$. Determine la función trabajo en eV . Constante de Planck: $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$

Respuesta: La función trabajo del metal es $\phi = 4,77 \text{ eV}$

5. En experimento sobre el efecto fotoeléctrico los electrones emitidos tienen una energía cinética de $4,23 \text{ eV}$ y la función trabajo del metal es de $2,40 \text{ eV}$. Calcular la frecuencia de radiación.

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La frecuencia de radiación es $1,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

6. Una radiación electromagnética con 200 nm de longitud de onda ilumina una superficie metálica cuya función trabajo es de $2,21 \text{ eV}$. Calcule la energía cinética (en eV) de los fotoelectrones emitidos. Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía de los fotoelectrones es $4,0 \text{ eV}$

7. Una superficie de metal cuya función trabajo es $4,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ se ilumina con luz de 200 nm con longitud de onda. Calcular la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

Constante de Planck: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía de los fotoelectrones es $5,93 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

8. Se irradia una luz de frecuencia $2,0 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ sobre una lámina de la cual se desprenden electrones con una energía cinética 5 eV . Calcular la función trabajo de la lámina metálica en (eV).

Constante de Planck: $h = 6,62 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La función trabajo para ésta lámina metálica es $\phi = 3,275 \text{ eV}$

9. La función trabajo de una lámina de sodio es $3,7 \bullet 10^{-19} \text{ J}$, si esta lamina se ilumina con una luz de $3,0 \bullet 10^{15} \text{ Hz}$. Calcular la energía cinética de los fotoelectrones emitidos.

Constante de Planck: $h = 6,62 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es $E_c = 1,62 \bullet 10^{-18} \text{ J}$

10. Determinar la máxima energía cinética (en eV) de los fotoelectrones emitidos por el sodio si este está sometido a una radiación cuya frecuencia es de $3 \times 10^{15} \text{ Hz}$. Sabiendo que la función trabajo de sodio es 2,3 eV, además: Constante de Planck: $h = 6,62 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es: $E_c = 10,1125 \text{ eV}$

11. Cuando se hace incidir una radiación electromagnética de frecuencia $3,2 \times 10^{15} \text{ Hz}$ sobre la superficie de un metal, se observa que los fotoelectrones abandonan la superficie con una cantidad de energía cinética máxima de 6,89 eV. Determine la función trabajo del metal.

Además: Constante de Planck: $h = 6,62 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La función trabajo del metal, energía umbral o energía para extraer un fotoelectrón es: $\phi = 6,35 \text{ eV}$

12. La frecuencia umbral para el potasio es $4,22 \times 10^{14} \text{ Hz}$. ¿Qué cantidad de energía cinética máxima (en eV) tendrán los fotoelectrones cuando sobre la superficie del potasio se hace incidir una radiación cuya frecuencia es $12,66 \times 10^{14} \text{ Hz}$? Además: Constante de Planck: $h = 6,62 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía cinética máxima de cada fotoelectrón es: $E_c = 3,5 \text{ eV}$

13. Determine la frecuencia umbral para un metal cuya función trabajo es de 3 eV . Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La frecuencia umbral es $7,2 \bullet 10^{14} \text{ Hz}$

14. Determine la longitud de onda umbral para un metal cuya función trabajo es de 6 eV . Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La longitud de onda umbral es 207 nm

15. Una radiación electromagnética con 300 nm de longitud de onda ilumina una superficie metálica cuya función trabajo es de $2,3 \text{ eV}$. Calcule la energía cinética (en eV) de los fotoelectrones emitidos por la lámina metálica.

Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

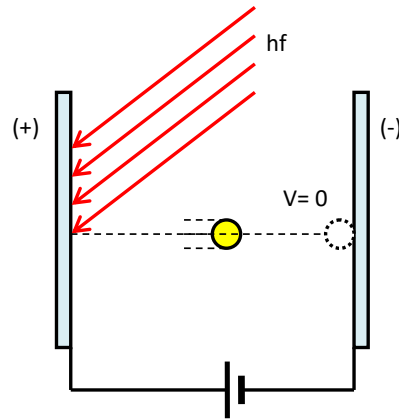
Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es $1,84 \text{ eV}$

16. La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos por el cátodo de Zinc es de $55 \times 10^{-20} \text{ J}$. Determinar el potencial eléctrico retardador (en V) necesario para frenar los fotoelectrones.

Además: Constante de Planck: $h = 6,62 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$



Respuesta: La diferencia de potencial entre las placas del condensador es: $\Delta V = 3,44 \text{ volts}$

17. La frecuencia umbral de una lámina de metal es de $f_0 = 2,0 \bullet 10^{15} \text{ Hz}$. Calcular la energía cinética de los fotoelectrones que se desprenden de la lámina si recibe una radiación de frecuencia $f = 5,0 \bullet 10^{15} \text{ Hz}$

Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La energía cinética máxima del fotoelectrón es $1,99 \bullet 10^{-18} \text{ J}$

18. Calcular la función trabajo para una lámina si la longitud de onda umbral para dicho metal es $0,45 \mu\text{m}$. Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

Un electrón voltio (energía): $1 \text{ eV} = 1,6 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Respuesta: La función trabajo del metal es $\phi = 4,42 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

19. Al irradiar luz sobre una lámina metálica se observa que el efecto fotoeléctrico empieza cuando la longitud de onda es 600 nm . Si luego de irradiar con longitud de onda de 420 nm . Calcular la energía cinética de los fotoelectrones emitidos. Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$

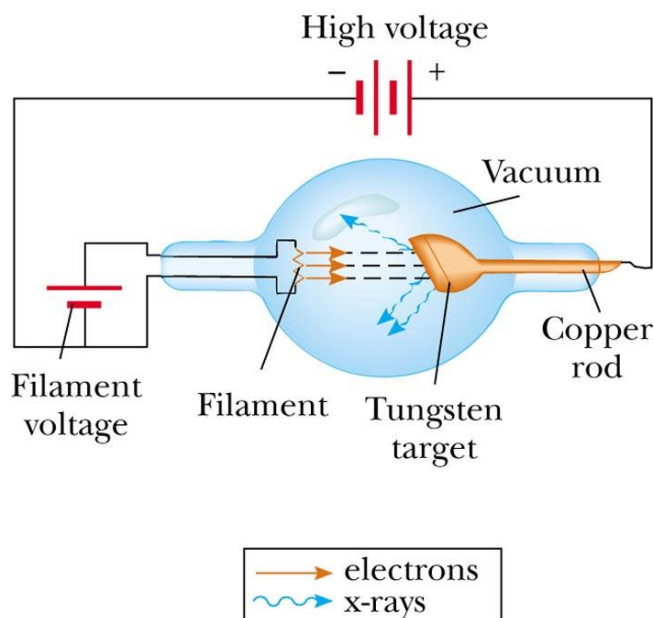
Respuesta: La energía cinética de los fotoelectrones es $1,42 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

20. Una lámina de sodio se somete a una radiación de frecuencia $f = 2,0 \bullet 10^{15} \text{ Hz}$. Determinar la velocidad de los fotoelectrones desprendidos. La función trabajo del sodio es $\phi = 2,3 \bullet 10^{-19} \text{ J}$

Constante de Planck: $h = 6,63 \bullet 10^{-34} \text{ J.s}$ La masa de un electrón es $9,1 \bullet 10^{-31} \text{ kg}$.

Respuesta: La velocidad del fotoelectrón es 1450 km/s

RAYOS "X"

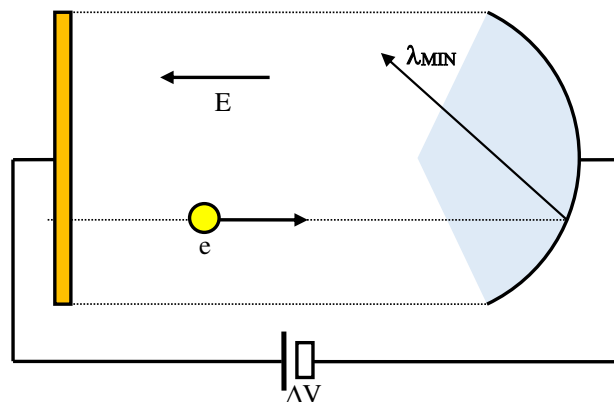


© 2003 Thomson - Brooks Cole

(a)

1. RAYOS X O RADIACIÓN POR FRENAMIENTO. Fue el físico alemán *Wilhelm Conrad Roentgen*, que en 1895 descubrió en forma accidental los rayos X, cuando hacía experimentos en un tubo de rayos catódicos. Este observó que al chocar los rayos catódicos (haz de electrones energéticos acelerados) sobre un cuerpo sólido (metal) colocado en el ánodo se producía una radiación que él desconocía, y que se detectó por la fluorescencia que aparecía. A esta radiación electromagnética Roentgen lo llamó "Rayos X".

2. ARREGLO EXPERIMENTAL.



Un mecanismo muy eficaz para producir radiación electromagnética consiste en frenar muy rápidamente un electrón de alta energía, o sea: de varios miles de eV o más. En efecto, cuando un

haz de electrones choca con un sólido, y es detenido bruscamente, parte de su energía cinética es transferida a los átomos del sólido, que se calienta, pero otra parte es trasformada en radiación electromagnética mediante emisión de uno o varios fotones. La frecuencia máxima de la radiación corresponde al caso en que la energía cinética del electrón se transforma en radiación, emitiéndose un sólo *fotón*. En este caso debe cumplirse que

$$E_C = \frac{m.V^2}{2} = h.f_{max}$$

3. MÍNIMA LONGITUD DE ONDA.

Este fotón corresponde a la mínima longitud de onda de la radiación. Haciendo $f = \frac{C}{\lambda}$, tenemos

Energía cinética:
$$E_C = \frac{h.C}{\lambda_{min}}$$

Longitud de onda:
$$\lambda_{min} = \frac{h.C}{E_C}$$

Estas relaciones han sido verificadas experimentalmente. Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \bullet |q_e| = \frac{h \bullet C}{\lambda_{MINIMO}}$$

Despejando:
$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \bullet C}{V_{ac} \bullet |q_e|}$$

La longitud de onda de los rayos X estan en elorden de, $\lambda_x = 10^{-10} m = 0,1 \eta m$

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \bullet C}{V_{ac} \bullet |q_e|} = \frac{1,24 \bullet 10^{-6}}{V_{ac}}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

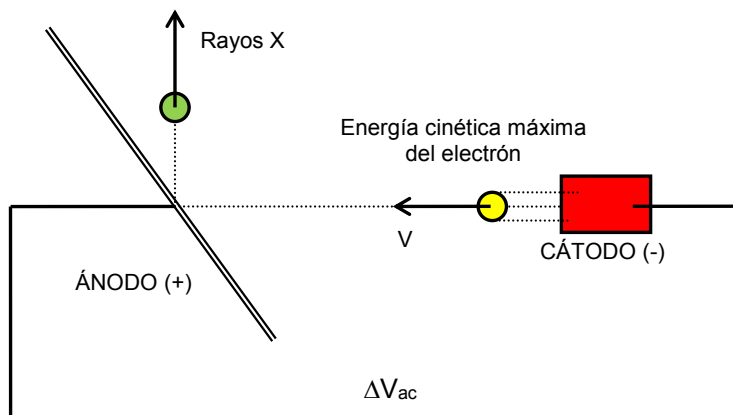
PROBLEMA 01. La longitud de onda de los rayos X proveniente de un tubo es $1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Determine la velocidad que alcanzan los electrones desprendidos del cátodo. Datos del electrón:

$$q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \text{ y } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

RESOLUCIÓN

La frecuencia máxima de la radiación corresponde al caso en que la energía cinética del electrón se transforma en radiación, emitiéndose un sólo **fotón**. En este caso debe cumplirse que:

Por principio de conservación de la energía. La energía cinética máxima del electrón se transforma en energía del fotón (rayos X):



$$E_{C(MAXIMA)} = E_{FOTON} \Rightarrow \frac{m_e \cdot V^2}{2} = \frac{h \cdot C}{\lambda_x}$$

Reemplazando:

$$\frac{(9,11 \cdot 10^{-31}) \cdot V^2}{2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) (3 \cdot 10^8)}{1,24 \cdot 10^{-10}}$$

Despejando:

$$V = 5,93 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

Respuesta: la velocidad de los electrones que salen del cátodo es $5,93 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

PROBLEMA 02. Cuando los electrones bombardean un objetivo metálico, la menor longitud de onda es de $0,05 \text{ nm}$. ¿Cuál es la diferencia de potencial del acelerador?

Datos del electrón: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ y $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{MINIMO}}$$

Reemplazando:

$$V_{ac} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19}) = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) (3 \cdot 10^8)}{5 \cdot 10^{-11}}$$

Despejando:

$$V_{ac} = 24,8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Respuesta: la diferencia de potencial es $V_{ac} = 24,8 \text{ kV}$

PROBLEMA 03. La radiación X tiene longitud de onda $0,24 \text{ nm}$. ¿Cuál es la tensión eléctrica del tubo de rayos X? Datos del electrón: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ y $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

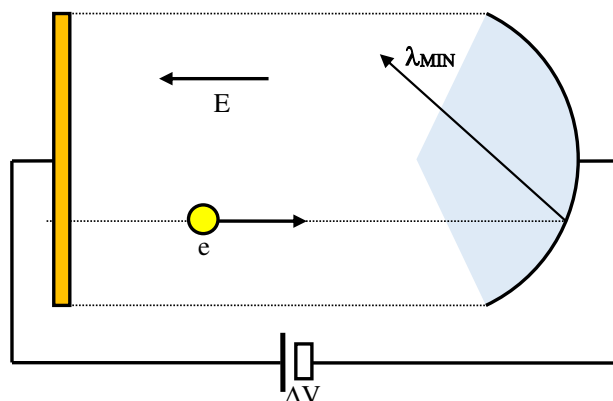
$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{MINIMO}}$$

Reemplazando: $V_{ac} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19}) = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})(3 \cdot 10^8)}{0,24 \cdot 10^{-9}}$

Despejando: $V_{ac} = 5,167 \cdot 10^3 V$

Respuesta: la diferencia de potencial es $V_{ac} = 5,2 kV$

PROBLEMA 04. Si el potencial acelerador es $10 kV$ en un tubo de rayos X. ¿Cuál es la longitud de onda mínima de los rayos X?

RESOLUCIÓN

Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{MINIMO}}$$

Despejando: $\lambda_{MINIMO} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|}$

Reemplazando: $\lambda_{MINIMO} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|}$

Reemplazando: $\lambda_{MINIMO} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{(10^4) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})} = 1,24 \cdot 10^{-10} m$

Respuesta: la longitud de onda mínima es $0,124 \text{ } \eta m$

PROBLEMA 05. Respecto de la generación de los rayos X. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

- I. Tos los electrones acelerados por el campo eléctrico, que impactan sobre el blanco generan rayos X.
- II. A mayor diferencia de potencial para acelerar los electrones, será mayor la longitud de onda de los rayos X generados.
- III. Todos los fotones emitidos por el ángulo que corresponden a la radiación de rayos X, tienen igual energía.

RESOLUCIÓN

- I. FALSO. Solo los más energéticos.
 II. FALSO. A mayor diferencia de potencial es menor la longitud de onda y la frecuencia aumenta de los rayos X.
 III. FALSO. No todos.

PROBLEMA 06. Respecto de la generación de los rayos X. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

- I. La radiación de frecuencia $f = 3 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ pertenece a la región de los rayos X.
 II. Si el potencial acelerador es $\Delta V = 10 \text{ kV}$ la mínima longitud de onda de los rayos X emitidos es $\lambda_{\text{MIN}} = 0,124 \eta m$
 III. Con un potencial acelerador de $\Delta V = 100 \text{ V}$ no se emiten rayos X.

RESOLUCIÓN

- I. FALSO. No pertenece a los rayos X. Los rayos X tienen longitudes de onda que va desde $10 \eta m$ hasta $0,001 \eta m$ lo cual explica su alta penetración.

$$\lambda = \frac{C}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}}{3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}} = 10^{-7} \text{ m} = 100 \eta m$$

- II. VERDADERO.

$$\lambda_{\text{MINIMO}} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|}$$

Reemplazando:

$$\lambda_{\text{MINIMO}} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{(10^4) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Respuesta: la longitud de onda mínima es $0,124 \eta m$

III. VERDADERO.

$$\lambda_{\text{MINIMO}} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|}$$

Reemplazando:

$$\lambda_{\text{MINIMO}} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{(10^2) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})} = 12,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Respuesta: la longitud de onda mínima es $12,4 \eta m$ no corresponde a los rayos X.

PROBLEMA 07. Respecto de la generación de los rayos X. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

- I. Fueron descubiertos en forma casual por el físico alemán Wilhem Conral Roentgen en 1895.
 II. Roentgen lo llamó "X" a los rayos descubiertos por su naturaleza desconocida.
 III. Los rayos X tienen longitudes de onda que va desde $10 \eta m$ hasta $0,001 \eta m$ lo cual explica su alta penetración.

RESOLUCIÓN

- I. VERDADERO. Historia. Testimonio.
 II. VERDADERO. Porque se desconocía en ese momento.
 III. VERDADERO. Es el rango de su longitud de onda de los rayos X.

PROBLEMA 08. Las imágenes en los televisores convencionales se generan en tubos de rayos catódicos que operan a diferencias de potenciales de varios kilovolts. Calcule la mínima longitud de onda de los rayos X producidos por un tubo de televisión que funciona a $15,0 \text{ kV}$.

Datos del electrón: $q_e = 1,6 \bullet 10^{-19} C$ y $m_e = 9,11 \bullet 10^{-31} kg$

RESOLUCIÓN

Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \bullet |q_e| = \frac{h \bullet C}{\lambda_{MINIMO}}$$

Despejando:

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \bullet C}{V_{ac} \bullet |q_e|}$$

Formula practica:

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \bullet C}{V_{ac} \bullet |q_e|} = \frac{1,24 \bullet 10^{-6}}{V_{ac}}$$

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{1,24 \bullet 10^{-6}}{15000} = 0,08829 \bullet 10^{-9} m = 0,0829 \eta m$$

Respuesta. La mínima longitud de onda de la radiación X es $\lambda_{MINIMO} = 82,9 pm$

PROBLEMA 09. Un haz de electrones en un tubo es acelerado por una diferencia de potencial de 20 kV al impactar conta un blanco metálico. Determine la gráfica de la intensidad relativa de la longitud de onda de los fotones de los rayos X.

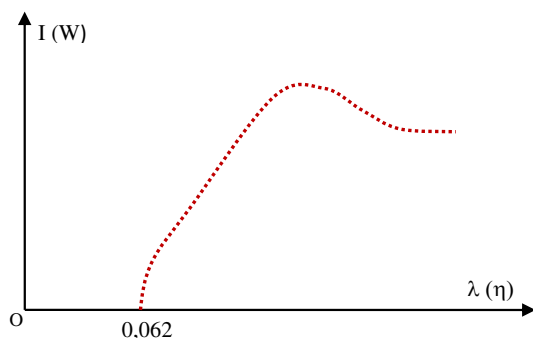
RESOLUCIÓN

Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \bullet |q_e| = \frac{h \bullet C}{\lambda_{MINIMO}}$$

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \bullet C}{V_{ac} \bullet |q_e|} = \left(\frac{h \bullet C}{|q_e|} \right) \cdot \frac{1}{V_{ac}} = \frac{1,24 \bullet 10^{-6}}{V_{ac}}$$

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{1,24 \bullet 10^{-6}}{20000} = 0,062 \bullet 10^{-9} m = 0,062 \eta m$$

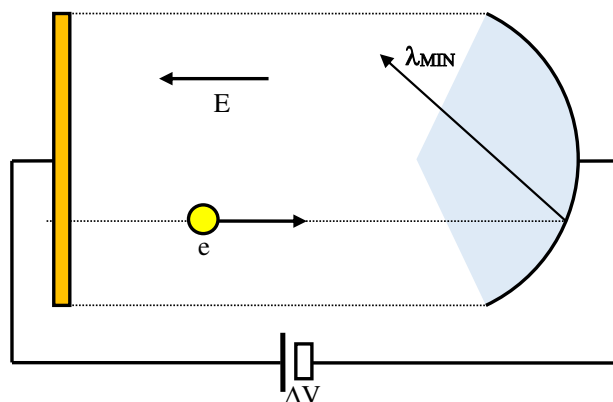


Respuesta. La mínima longitud de onda de la radiación X es $\lambda_{MINIMO} = 62 pm$

PROBLEMA 10. Para producir rayos X se aplica una tensión de $10^5 volts$ entre dos electrodos en el interior de un tubo de vacío, determine la rapidez de los fotones desprendidos.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Teorema del trabajo y la energía mecánica. El trabajo hecho por el campo eléctrico en el interior del tubo de vacío es igual a la energía cinética del electrón instante antes del choque con la superficie metálica.



SEGUNDO PASO. Cálculo de la velocidad.

$$W^{CAMPO} = E_C \Rightarrow |q_e| \cdot \Delta V = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$(1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (10^5) = \frac{(9,1 \cdot 10^{-31}) \cdot v^2}{2} \Rightarrow v = 1,8 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

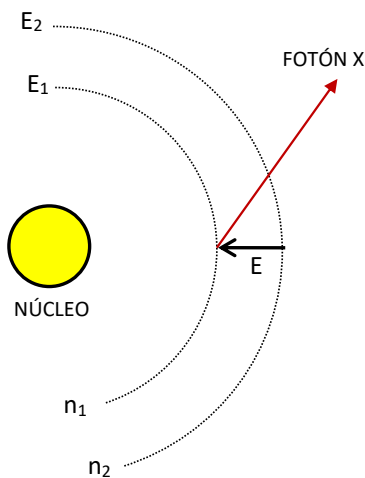
Respuesta. La rapidez de los fotones desprendidos es $180 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$

PROBLEMA 11. Respecto de la generación de rayos X (RX), señalar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

- I. Los fotones X más energéticos son producidos por materiales “blanco” cuyos electrones se encuentran débilmente ligados al núcleo del átomo.
- II. Los electrones de energía 40 keV dan lugar a la longitud de onda mínima que es el doble que para electrones de 20 keV

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Se desestabiliza los electrones periféricos, produciéndose un salto energético de mayor a menor nivel energético, $E_2 \rightarrow E_1$



II. VERDADERO. Fórmula práctica: $\lambda_{MINIMO} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{V_{ac}}$

PROBLEMA 12. Se dispone de una fuente de $\Delta V = 80 \text{ kV}$. ¿Cuál es la longitud de onda mínima que se puede lograr si se utiliza este voltaje para la generación de rayos X?

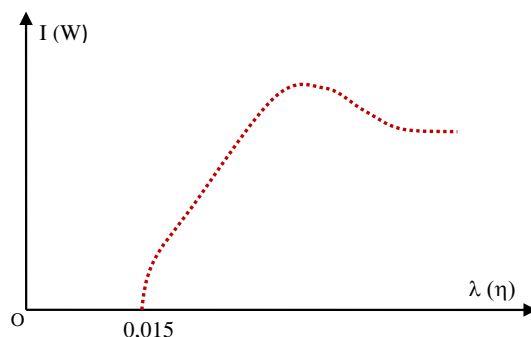
RESOLUCIÓN

Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow V_{ac} \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{MINIMO}}$$

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|} = \left(\frac{h \cdot C}{|q_e|} \right) \cdot \frac{1}{V_{ac}} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{V_{ac}}$$

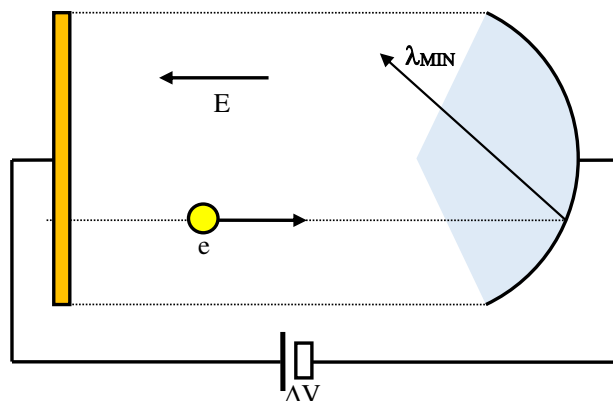
$$\lambda_{MINIMO} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{80000} = 0,015 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 0,015 \text{ nm}$$



Respuesta. La mínima longitud de onda de la radiación X es $\lambda_{MINIMO} = 15 \text{ pm}$

PROBLEMA 13. ¿Cuál es aproximadamente la mínima diferencia de potencial entre el filamento y el anticátodo de un tubo de rayos X, para que se produzcan rayos X de $\lambda = 0,05 \text{ nm}$?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow \Delta V \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{MINIMO}}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos, de los cuáles tres son constantes.

$$\Delta V = \frac{h \cdot C}{|q_e| \cdot \lambda_{\text{MINIMO}}} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^8)}{(1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (5 \cdot 10^{-11})} = 24860 \text{ volts}$$

Respuesta. La diferencia de potencial es 24,86 kilovolts.

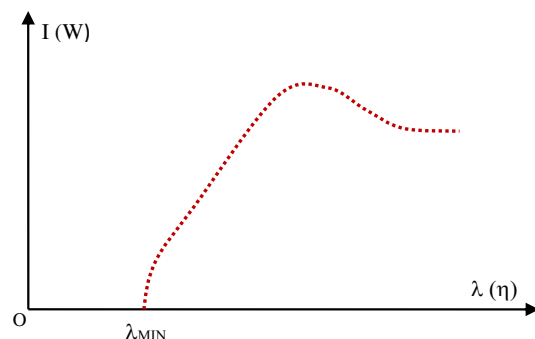
PROBLEMA 14. En un tubo de generación de rayos X los electrones son acelerados por una diferencia de potencial V (en volts). Señalar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

I. Se emitirán fotones de todas las frecuencias hasta una frecuencia máxima o longitud de onda mínima.

II. Se emitirán radiación de una sola longitud de onda o de una sola frecuencia.

III. Se emitirán fotones con cualquier valor de longitud de onda.

RESOLUCIÓN



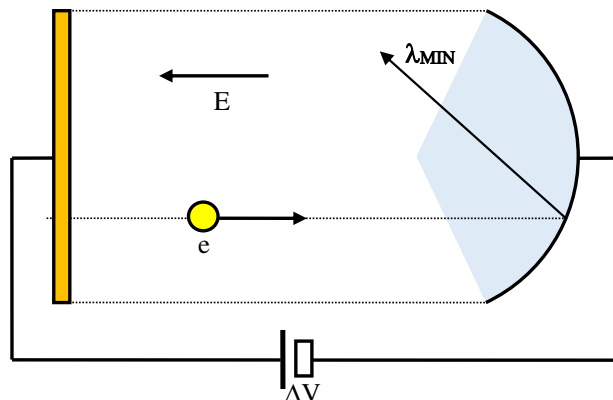
I. VERDADERO. Existe un valor mínimo de la longitud de onda de los fotones emitidos.

II. FALSO. Se emite fotones de diferentes longitudes de onda, pero existe un valor mínimo.

III. FALSO. Pero hasta un valor mínimo de longitud de onda.

PROBLEMA 15. En un tubo de rayos X los electrones se aceleran con voltaje 50 kV antes de impactar con el blanco metálico. ¿Cuál es la longitud de onda de radiación X que puede salir de metal?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W_{\text{CAMPO ELECTRICO}} = E_{\text{FOTON}} \Rightarrow \Delta V \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{\text{MINIMO}}}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos, de los cuáles tres son constantes.

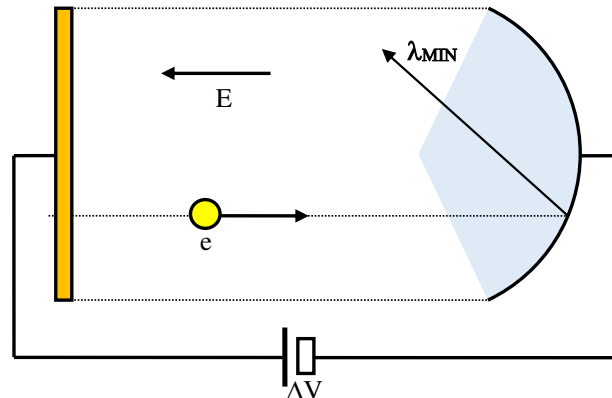
$$\lambda_{MINIMO} = \frac{h \cdot C}{V_{ac} \cdot |q_e|} = \left(\frac{h \cdot C}{|q_e|} \right) \cdot \frac{1}{V_{ac}} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{V_{ac}}$$

$$\lambda_{MINIMO} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{50000} = 0,0248 \cdot 10^{-9} m = 0,0248 \eta m$$

Respuesta. La longitud de onda del fotón X que se expulsa es $0,0248 \eta m$.

PROBLEMA 16. ¿Cuál es el potencial acelerador mínimo para generar rayos X de una frecuencia $3 \cdot 10^{18} Hz$?

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Sabemos por teoría que: El trabajo hecho por el campo eléctrico es igual a la energía del fotón.

$$W^{CAMPO\ ELECTRICO} = E_{FOTON} \Rightarrow \Delta V \cdot |q_e| = \frac{h \cdot C}{\lambda_{MINIMO}}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos, de los cuáles tres son constantes.

$$\Delta V = \frac{h \cdot f}{|q_e|} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34}) \cdot (3 \cdot 10^{18})}{(1,6 \cdot 10^{-19})} = 12,4 \cdot 10^3 \text{ volts}$$

Respuesta. La diferencia de potencial es 12,4 kilovolts.

PROBLEMA 17. En el interior de un condensador cuya diferencia de potencial entre las placas es 2100 volts, un protón sale del reposo desde la placa positiva y se desplaza rectilíneamente hacia la placa negativa, y sale por pequeño agujero. ¿Cuál es el valor de velocidad con que abandona la segunda placa?

$$q_p = +1,6 \cdot 10^{-19} C \text{ y } m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} kg$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El trabajo hecho por el campo eléctrico entre las placas del condensador plano, es igual a la energía cinética que alcanza el protón en llegar a la segunda placa con carga negativa.

SEGUNDO PASO. Teorema de la energía cinética.

$$W^{CAMPO} = E_{CINETICA} \Rightarrow q_p \cdot \Delta V = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$(1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (2100) = \frac{(1,67 \cdot 10^{-27}) \cdot v^2}{2}$$

Respuesta. La rapidez del protón es: $v = 6,3 \cdot 10^5 m.s^{-1}$

EMISIÓN Y ABSORCIÓN DE RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA POR UN ÁTOMO.

Cuando la luz u otra radiación electromagnética pasa a través de una sustancia, su intensidad disminuye, no solo por dispersión, sino también porque su energía es absorbida por los átomos o moléculas de la sustancia.

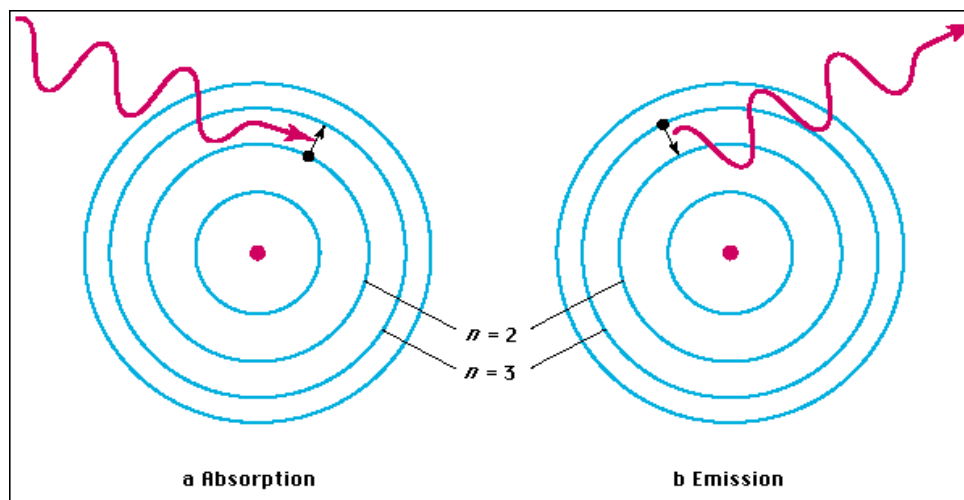
A la inversa, si excitamos los átomos o moléculas de una sustancia, ya sea porque lanzamos una descarga eléctrica, como en los tubos de los anuncios luminosos, o porque aumentamos su temperatura, como ocurre con el filamento de una lámpara, los átomos así excitados emiten su exceso de energía en forma de radiación electromagnética que puede caer dentro de la región visible del espectro. Este es precisamente el principio de las lámparas o bombillas eléctricas (gas de Argón o de Neón).

Según lo que hemos explicado, cabe suponer que lo que absorbe o emite un átomo, al absorber o emitir radiación electromagnética, es un fotón.

ABSORCIÓN: *Atomo normal + foton $\rightarrow$ Atomo excitado*

EMISIÓN: *Atomo excitado $\rightarrow$ Atomo normal + foton*

Estos dos procesos han sido representados en la figura. Los cambios de energía y el momentum del átomo son iguales en cada caso a la energía y al momentum del fotón absorbido o emitido, o sea:



Cambio de energía del átomo = energía del foton

$$\Delta E = h \cdot f$$

Cambio del momentum del átomo = momentum del foton

$$\Delta p = \frac{h}{\lambda}$$

En el caso de **absorción**, la energía del átomo aumenta en la cantidad $\Delta E = h \cdot f$ y el átomo recibe un momentum $\Delta p = \frac{h}{\lambda}$ (como un cuerpo al absorber un proyectil).

En la **emisión**, la energía del átomo disminuye en la cantidad $\Delta E = h \cdot f$ y el átomo retrocede (como el arma de fuego al ser disparada) con un momentum $\Delta p = \frac{h}{\lambda}$.

Cuando un átomo emite o absorbe un fotón, se dice que experimenta una transición entre dos estados. Sean E y E' las energías de los dos estados del átomo. Supondremos que E es mayor que E'. Entonces, podremos escribir la relación de la forma: $E - E' = h \cdot f$

Esta relación fue propuesta por primera vez en 1913 por el físico danés Niels Bohr (1885 – 1962), cuya teoría explico la estructura del átomo de Hidrogeno.



En el caso de la **emisión**, E es la energía inicial y E' la energía final. Pero en la **absorción**, E' es la energía inicial y E la energía final. La frecuencia "f" que aparece en la ecuación corresponde a la frecuencia de la radiación electromagnética absorbida o emitida por el átomo. $E - E' = h.f$

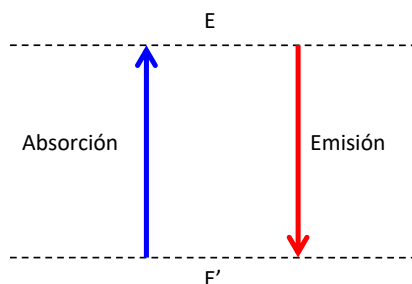
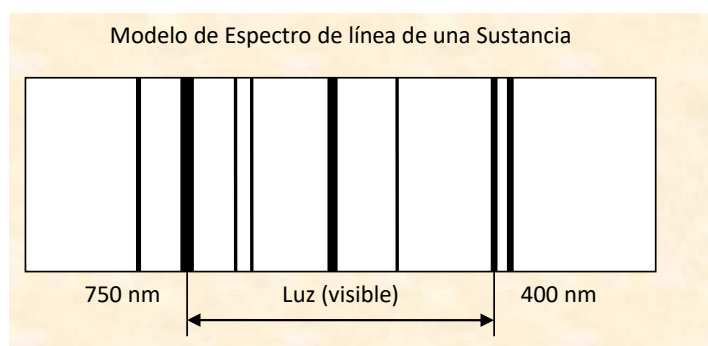


Figura 5.2

4. ESPECTROS ATÓMICOS

Cuando observamos la luz emitida por cualquier foco luminoso, utilizando para ello **espectroscopio**, encontramos que la luz esta compuesta sólo de ciertos colores o longitudes de



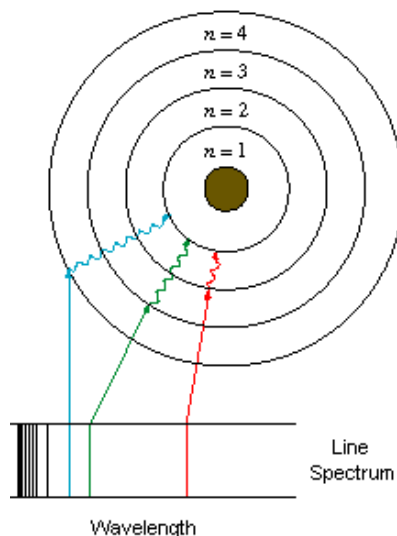
onda. O sea, lo que se observa a través del anteojo del espectroscopio no es una banda continua de colores, como es el caso cuando se observa la luz blanca, sino una serie de rayas o líneas brillantes, correspondientes a las frecuencias de la radiación emitida por la sustancia, que constituye el **espectro** de dicha sustancia.

Cada sustancia tiene su propio espectro, caracterizado por el número de líneas, su separación y su posición.

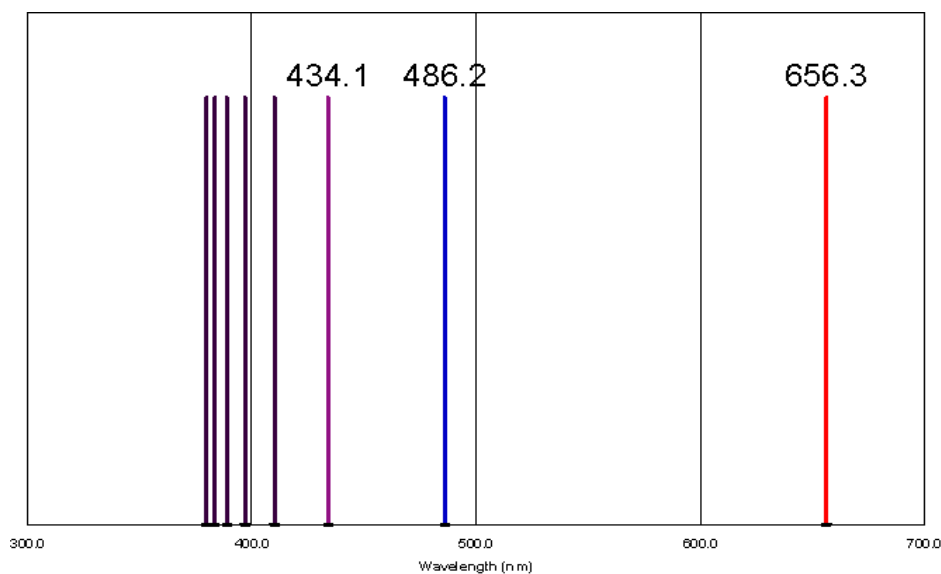
El espectro esta caracterizado por una serie de frecuencias que son diferentes de una sustancia a otra. Además, los espectros son distintos según se trate de un átomo, una molécula o un núcleo. Por eso, los espectros se utilizan para analizar o identificar los componentes de una sustancia. La técnica se llama *análisis espectroscópico*.

Los espectros atómicos caen en su mayoría en las regiones visible y ultravioleta y al comienzo de los rayos X. Los espectros moleculares se extienden desde la región de las microondas hasta la ultravioleta. Los espectros nucleares se encuentran en las regiones de los rayos X y gamma.

El hecho de que un átomo, molécula o núcleo solo emita o absorba radiación de ciertas longitudes de onda o de ciertas frecuencias, indica que el átomo sólo puede emitir o absorber fotones de ciertas energías h.f. Recordando la relación propuesta por N. Bohr, o sea: $E - E' = h.f$



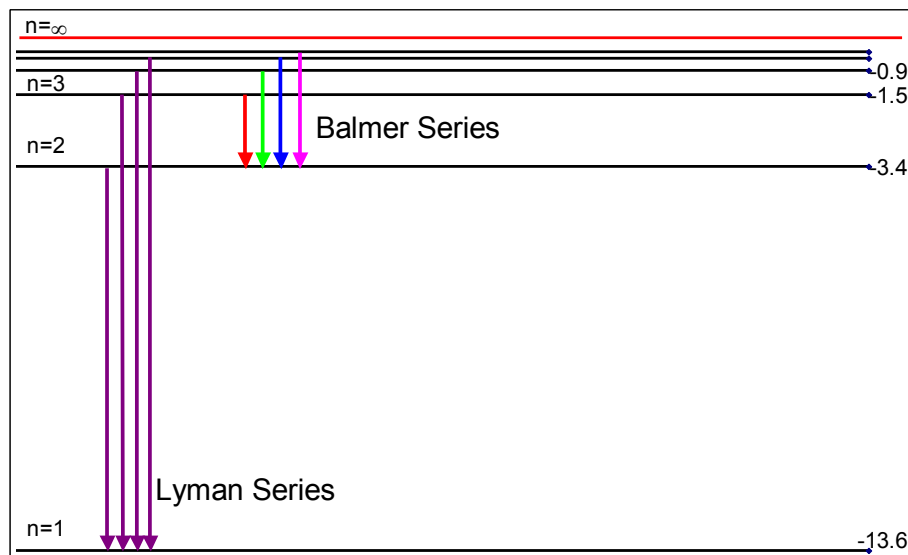
5. LÍNEA ESPECTRAL DEL HIDROGENO



6. ESTADOS ESTACIONARIOS

Por consiguiente, para explicar los espectros atómicos podemos hacer la siguiente hipótesis:

La energía asociada al movimiento electrónico en un átomo está cuantificada y solo puede tener ciertos valores E, E', E'', E''' , etc., llamados niveles de energía. Los correspondientes estados del átomo se llaman *estados estacionarios*. Cuando un átomo emite o absorbe energía, experimenta una transición de un estado estacionario a otro.



Esta hipótesis fue propuesta en 1913 por Niels Bohr, al desarrollar su teoría sobre la estructura atómica. La transición de un estado estacionario a otro no está limitada a la emisión o absorción de fotones y puede ocurrir por cualquier mecanismo mediante el cual el átomo emita o absorba energía, como, por ejemplo, el choque a alta velocidad de dos átomos.

El estado estacionario de menor energía se llama *estado fundamental*. Los otros estados estacionarios se llaman *estados excitados*. En la figura se han ilustrado esquemáticamente los niveles de energía de un átomo y algunas transiciones en emisión y absorción.

Niels Bohr (1885 -1962) Celebre físico danés. Creó el primer modelo cuántico del átomo, descubriendo de este modo la ley de cuantificación de la energía. Participó activamente en la elaboración de los principios de la *Mecánica Cuántica*. Demostró la inaplicabilidad, de principio, al micro mundo de los conceptos idóneos para describir el comportamiento de los cuerpos macroscópicos. Hizo un gran aporte a la teoría de la estructura del núcleo atómico.

Alrededor de 1885, Balmer obtuvo una relación sencilla entre los números de onda (inverso de las longitudes de onda) de las líneas de la región visible del espectro del Hidrógeno. La ecuación de Balmer, expresada en la notación moderna es:

λ : longitud de onda

R : constante de Rydberg, el valor es $1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $1,097 \bullet 10^7 \text{ m}^{-1}$

n : número entero mayor que 2.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

01. La longitud de onda de los rayos X proveniente de un tubo es $1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Determine la velocidad que alcanzan los electrones desprendidos del cátodo. Datos del electrón:

$$q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C y } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Respuesta: la velocidad de los electrones que salen del cátodo es $5,93 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$

02. Cuando los electrones bombardean un objetivo metálico, la menor longitud de onda es de $0,05 \text{ nm}$. ¿Cuál es la diferencia de potencial del acelerador?

$$\text{Datos del electrón: } q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C y } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Respuesta: la diferencia de potencial es $V_{ac} = 24,8 \text{ kV}$

03. La radiación X tiene longitud de onda $0,24 \text{ nm}$. ¿Cuál es la tensión eléctrica del tubo de rayos X? Datos del electrón: $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C y } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Respuesta: la diferencia de potencial es $V_{ac} = 5,2 \text{ kV}$

04. Si el potencial acelerador es 10 kV en un tubo de rayos X. ¿Cuál es la longitud de onda mínima de los rayos X?

Respuesta: la longitud de onda mínima es $12,4 \text{ nm}$

05. Indique las afirmaciones correctas respecto al modelo de Planck

- I. Los átomos de la superficie del cuerpo negro emiten energía con valor continuo y constante.
- II. Los átomos oscilantes de la superficie del cuerpo negro emiten cantidades discretas de energía.
- III. Es válido solo para radiaciones de pequeña longitud de onda.

A) Solo I **B) Solo II** C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

06. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Planck propuso que las paredes de una cavidad podían absorber la radiación que le incidía de forma discreta.
- II. Uno de los postulados propuestos por Planck fue considerar a las paredes de una cavidad como si fueran osciladores atómicos.
- III. Planck propuso la cuantificación de la radiación electromagnética en su famoso modelo.

A) FFF B) FFV C) FVV D) FVF **E) VVF**

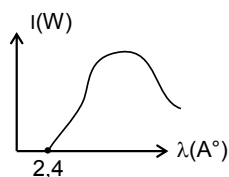
07. Calcule la energía de un fotón cuya frecuencia es $6,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Expresé su resultado aproximadamente en eV.

A) 2,5 B) 3,5 C) 4,5 D) 6,5 E) 1,5

08. Imagínese una fuente ideal que emite 100 W de luz monocromática verde con una longitud de onda de $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. ¿Cuántos fotones por segundo están saliendo de la fuente?

A) $7,9 \cdot 10^{20}$ B) $6,1 \cdot 10^{20}$ **C) $2,5 \cdot 10^{20}$**
D) $5,8 \cdot 10^{20}$ E) $4,9 \cdot 10^{20}$

09. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I. La radiación que le llega a una superficie metálica siempre hace que los electrones del metal salgan expulsados de dicha superficie.
 - II. La función trabajo depende del metal usado en el experimento del efecto fotoeléctrico.
 - III. El efecto fotoeléctrico es una evidencia del comportamiento ondulatorio de la radiación electromagnética.
- A) FFF B) FFV **C) FVF** D) VVF E) VVV
10. En un experimento de efecto fotoeléctrico una superficie de sodio se ilumina con luz de 300nm de longitud de onda, con distintas intensidades, (1) de 500 W/m² y (2) de 250 W/m². La función trabajo del sodio es 2,46 eV. Indique cuáles de las siguientes proposiciones son correctas.
- I. La energía cinética de los fotoelectrones es en el caso (1) el doble de la energía cinética en el caso (2).
 - II. La energía cinética de los fotoelectrones es 1,68 eV.
 - III. El número de fotoelectrones desprendidos de la placa metálica en el caso (1) es mayor que en el caso (2).
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y III **E) II y III**
11. ¿Cuál es la mínima longitud de onda (en Å) de la luz que puede incidir sobre una superficie metálica de sodio, cuya función trabajo es 1,8 eV para que no se emitan fotoelectrones?
- A) 4683 B) 4873 C) 5003 **D) 6906** E) 2803
12. Una superficie de sodio se ilumina con luz de 300 nm de longitud de onda si la función trabajo para el sodio es 2,46 eV, determine la energía cinética máxima de los electrones arrancados (en eV).
- A) 1,38 B) 1,48 C) 1,58 **D) 1,68** E) 1,78
13. Si la longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico en la plata es $\lambda_0 = 0,26\mu\text{m}$, determine la función trabajo de dicho metal (en eV).
- A) 4,97 **B) 4,77** C) 4,57 D) 4,37 E) 4,17
14. Indique las afirmaciones correctas respecto a los rayos X.
- I. Están formados por electrones que viajan con velocidades cercanas a la de la luz.
 - II. Se generan por desaceleración de cargas eléctricas disparadas contra un blanco metálico.
 - III. El fotón más energético tiene una frecuencia que depende directamente del voltaje acelerador de los electrones incidentes.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III **D) II y III** E) I y III
15. La longitud de onda de los rayos X provenientes de un tubo es $1,24 \times 10^{-10}\text{m}$. Halle la velocidad que alcanzan (en 10⁶ m/s) los electrones desprendidos del cátodo.
- $q_e = 1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31}\text{ kg}$
- A) 5,93** B) 6,00 C) 3,22 D) 8,01 E) 9,00
16. Cuando los electrones bombardean un objetivo metálico, la menor longitud de onda de los rayos X generados es de 0,05 nm. ¿Cuál es la diferencia de potencial acelerador? (en kV)
- A) 24,8** B) 32,1 C) 40,1 D) 50,2 E) 60,2
17. La figura muestra la intensidad de la radiación X versus la longitud de onda. ¿Cuál es la tensión del tubo de rayos X empleado (en volt)?



A) 5167

B) 8000

C) 9523

D) 1020

E) 1230

18. Respecto al modelo corpuscular de Planck, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

I. Los átomos radiantes se comportan como osciladores armónicos que pueden absorber o emitir energía en una cantidad proporcional a su energía.

II. Los osciladores atómicos irradian energía en forma continua.

III. La energía de un haz luminoso que contiene n fotones es $(nh\nu)$.

A) FFV

B) VFV

C) VVV

D) VFF

E) FVV

19. Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F) acerca del modelo de Planck:

I. Cada átomo oscilante puede absorber o emitir energía radiante (radiación) solo en cantidades proporcionales a su frecuencia.

II. La energía de los osciladores atómicos están cuantizada.

III. El modelo de Planck fue formulado para explicar el efecto fotoeléctrico.

A) VVV

B) FFV

C) VFV

D) VVF

E) FVF

20. Respecto a los fotones, señale la alternativa correcta.

A) Su energía depende de su velocidad.

B) Transfieren cantidad de movimiento al incidir sobre una superficie.

C) Fotones de diferente energía pueden tener la misma longitud de onda.

D) Fotones con distinta longitud de onda viajan con distancia velocidad en el vacío.

E) Su longitud de onda está limitada al rango visible.

21. Con respecto al modelo de Planck, cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas (V) y cuáles son falsas (F):

I. Planck buscó una solución matemática que describiera con exactitud las curvas de distribución de la energía radiada por un cuerpo negro obtenidas experimentalmente y luego planteó una hipótesis física que explicara dicha solución matemática.

II. La hipótesis de Planck fue que la energía es radiada en paquetes llamados "cuantos".

III. En el modelo planteado por Planck la energía de un cuanto es proporcional a la frecuencia de la radiación.

A) VVV

B) VFV

C) VVF

D) FVF

E) FFF

22. Para que ocurra el efecto fotoeléctrico es necesario que la de la onda electromagnética incidente sea mayor que cierto valor mínimo.

A) frecuencia

B) longitud de onda

C) velocidad

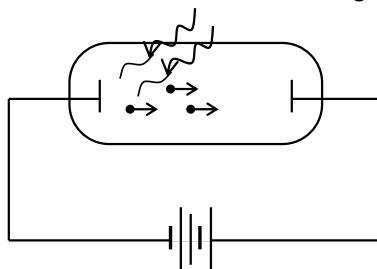
D) intensidad

E) amplitud

23. Con respecto al efecto fotoeléctrico, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Fue descubierto por Hertz en 1887.

- II. En 1905 Albert Einstein explicó el efecto fotoeléctrico usando las ideas de Planck, señalando que solo los fotones suficientemente energéticos arrancan electrones de la superficie de un metal.
- III. Un fotón puede arrancar dos o más electrones si tiene la energía suficiente.
- A) VVV B) VVF C) VFV D) FFV E) FFF
24. Con relación a las siguientes proposiciones sobre el efecto fotoeléctrico, indique verdadero (V) o falso (F):
- I. Comprueba la naturaleza discreta de la energía.
- II. La onda electromagnética incidente solo es capaz de comunicar energía a un electrón.
- III. Una parte de la energía incidente se invierte en sacar electrón del metal.
- A) VVF B) VFV C) FVV D) FFF E) VVV
25. Indique la afirmación correcta:
- A) Cualquiera que sea la frecuencia de la luz incidente, es posible que sean arrancados electrones de un metal.
- B) Todos los electrones en el interior de un metal tienen la misma energía.
- C) Cuando electrones son arrancados de un metal; cuanto mayor es la frecuencia de la luz incidente, mayores son las energías cinéticas máximas de los electrones que abandonan el metal.
- D) Cuando mayor sea la intensidad de la luz de una frecuencia dada que incide sobre una superficie metálica, mayores son las energías cinéticas máximas de los fotoelectrones.
- E) Cuando mayor es la energía de un fotón, mayor es el número de electrones que él puede arrancar del metal.
26. La función trabajo del potasio es 2,24 eV. Si incide sobre un blanco de potasio luz de $3,6 \times 10^{-7} \text{ m}$.
- I. El potencial de frenado del potasio es $V_0 = 2 \text{ volts}$.
- II. La energía cinética máxima de los fotoelectrones es 1,45 eV
- III. La velocidad máxima de los fotoelectrones es $2 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



- A) FFF B) VFV C) VVV D) FVF E) VVF
27. Respecto de la generación de Rayos X, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- I. Todos los electrones acelerados por el campo eléctrico, que impactan sobre el ángulo generan rayos X.
- II. A mayor diferencia de potencial para acelerar los electrones, será mayor la longitud de onda de los rayos X generados.

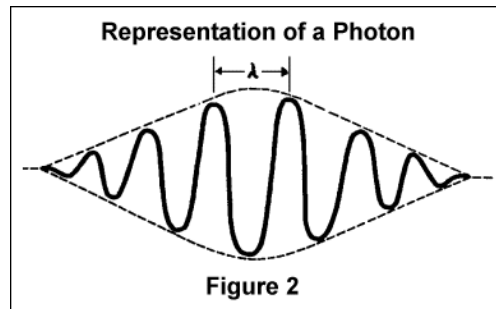
- III. Todos los fotones emitidos por el ánodo que corresponden a la radiación de rayos X, tienen igual energía.
 A) VVV B) FFF C) VFV D) VVF E) FVV
28. Respecto a los rayos X señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
 I. Fueron descubiertos en forma casual por el físico alemán Wilhem Conrad Roentgen en 1895.
 II. Roentgen llamó "X" a los rayos descubiertos por su naturaleza desconocida.
 III. Los rayos "X" tienen longitudes de onda que van desde 10 nm hasta 10^{-3} nm, lo cual explica su alta penetración.
 A) VVV B) VVF C) VFV D) FVF E) FFF
29. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F) acerca de los rayos X.
 I. Radiación de frecuencia $\nu = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ pertenece a la región de rayos X.
 II. Si el potencial acelerador es $V_0 = 10 \text{ kV}$, la mínima longitud de onda de los rayos X emitidos es $\lambda_{\min} = 1,24 \text{ \AA}$.
 III. Con un potencial acelerador de $V_0 = 100 \text{ V}$ no se emiten rayos X.
 A) VFF B) VFV C) FVV D) FFV E) FFF
30. Las imágenes en los televisores convencionales se generan en tubos de rayos catódicos que operan a diferencias de potencial de varios kilovolts. Calcule la mínima longitud de onda (en nm) de los rayos X producidos por un tubo de televisión que funciona a $15,0 \text{ kV}$, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$; $C = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
 A) 0,0276 B) 0,0829 C) 0,2763 D) 0,6633 E) 0,8289
31. Respecto de la generación de los rayos X. Señalar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:
 I. Radiación de frecuencia $3 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ pertenece a la región de los rayos X.
 II. Si el potencial acelerador es 10 kV , la mínima la longitud de onda de los rayos X emitidos es $0,124 \text{ nm}$
 III. Con un potencial acelerador de 100 volts no puede emitir rayos X.
 Respuesta. FVF
32. Un transmisor de radio tiene una salida de 150 kW de potencia, operando con una frecuencia de 99,7 MHz. ¿Cuántos fotones por segundo emite el transmisor?
 ($h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$)
 A) $0,27 \times 10^{30}$ B) $1,27 \times 10^{30}$ C) $2,27 \times 10^{30}$
 D) $3,27 \times 10^{30}$ E) $4,27 \times 10^{30}$

EFECTO COMPTON



Foto: Arthur Compton

1. FOTÓN. El fotón existe sólo en movimiento, tiene energía, cantidad de movimiento, longitud de onda y masa.



GOTA 1. Energía: $E = h \cdot f$

GOTA 2. Momentum lineal: $p = \frac{h}{\lambda}$

GOTA 3. Masa: $m = \frac{E}{C^2} = \frac{h \cdot f}{C^2}$

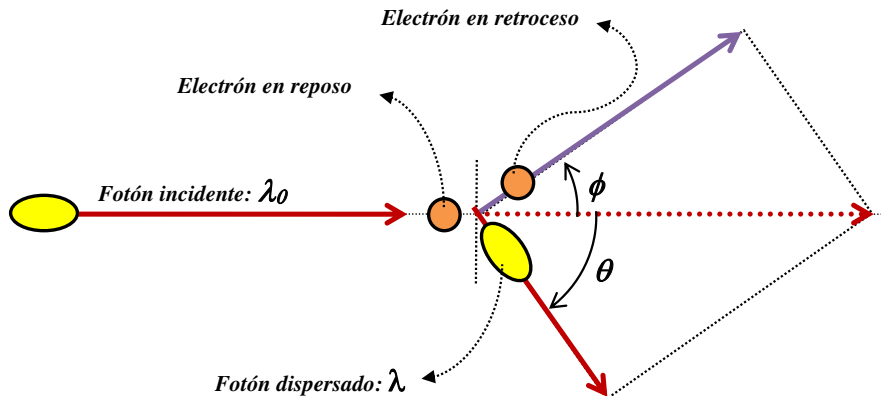
2. ¿CUÁNDO APARECE EL FOTÓN?

El concepto de *fotón* interviene únicamente cuando la radiación electromagnética interacciona con un electrón u otra partícula electrizada.

El concepto del *fotón* fue introducido a la física por Albert Einstein Koch, en 1905, para explicar el efecto fotoeléctrico.

3. EFECTO COMPTON. Si el electrón es libre y está inicialmente en reposo, el choque de la onda electromagnética con el electrón, lo pone en movimiento, al mismo tiempo que se produce una onda difusa en otra dirección.

Este proceso se llama *efecto Compton*, en honor al físico norteamericano *Arthur H. Compton*, quien lo observó y estudió por primera vez con gran detalle en 1923, al examinar experimentalmente la difusión de los rayos X y rayos gamma en los gases.



PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Supongamos que sobre un electrón libre en reposo incide una radiación electromagnética de frecuencia f_0 y longitud de onda λ_0 . Se observa entonces que la radiación en una cierta dirección que forma un ángulo θ con la dirección de incidencia tiene siempre una frecuencia f que es menor y, por tanto, una longitud de onda λ que es mayor que la radiación incidente. A su vez, el electrón es lanzado con una energía E y un momentum p en una dirección que forma un ϕ ángulo con la dirección de incidencia.

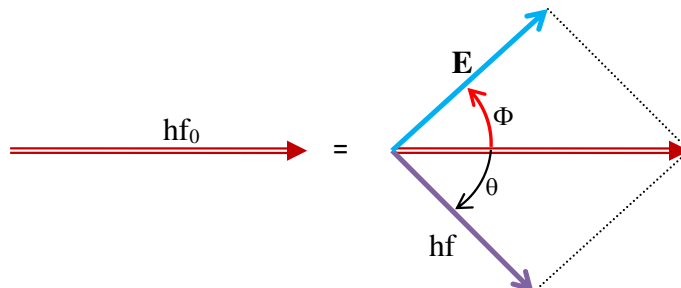
OBSERVACIÓN:

GOTA 1. Se muestra en cambio de momentum lineal del electrón, movimiento curvilíneo, entonces el electrón irradia energía (fotones) durante su movimiento alrededor del núcleo.

GOTA 2. Del principio de conservación de la energía, deducimos que el electrón disminuye su energía cinética.

4. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

En la interacción del fotón incidente con el electrón en reposo, se cumple el choque perfectamente elástico. La energía del fotón incidente es igual a la energía del fotón dispersado, mas, la energía cinética del electrón en retroceso.



PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.

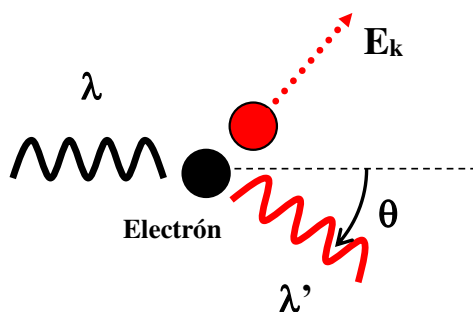
5. CORRIMIENTO COMPTON.

En la deducción de la ecuación del corrimiento Compton usaremos algunos principios tales como:

GOTA 1. el principio de conservación de la energía,

GOTA 2. el principio de cantidad de movimiento,

GOTA 3. los principios básicos de la teoría de la relatividad especial y la teoría cuántica de Planck y Einstein.



Energía del fotón **incidente**: $E = h.f = h\left(\frac{C}{\lambda}\right)$

Energía del fotón **dispersado**: $E' = h.f' = h\left(\frac{C}{\lambda'}\right)$

Energía cinética del **electrón**: $E_k = (\gamma - 1)m_e C^2$

donde,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\frac{V}{C}\right]^2}}$$

Del principio de conservación de la energía:

$$E = E' + E_k$$

reemplazando tenemos:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + (\gamma - 1).m_e C$$

6. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{P} = \vec{P}' + \vec{P}_e$$

De acuerdo a la ecuación de onda de **De Broglie**, los módulos de las cantidades de movimiento de los fotones son:

Cantidad de movimiento del fotón incidente: $P = \frac{h}{\lambda}$

Cantidad de movimiento del fotón dispersado: $P' = \frac{h}{\lambda'}$

Cantidad de movimiento del electrón después de la colisión: $P_e = \gamma m_e V$

Reemplazando en la ecuación vectorial tenemos:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot C} (1 - \cos \theta) \dots (1)$$

$$\Delta \lambda = \frac{h}{m_e \cdot C} (1 - \cos \theta) \dots (2)$$

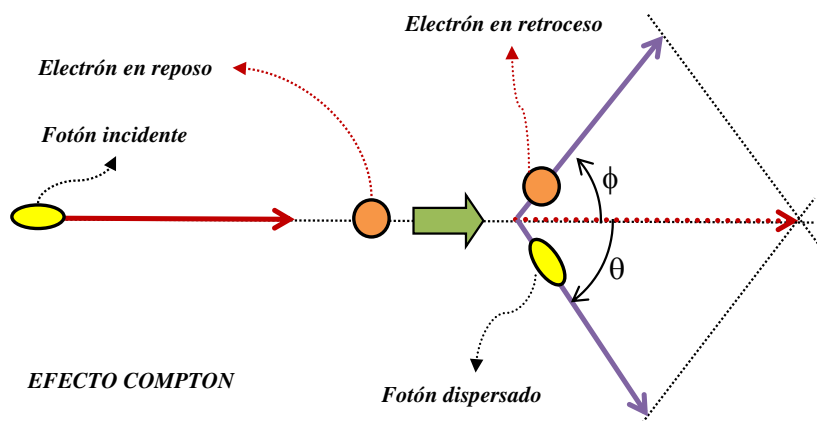
7. LONGITUD DE ONDA COMPTON. Se define como la longitud de onda de Compton:

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e \cdot C} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

El corrimiento Compton (en metros) depende del ángulo de dispersión θ .

$$\lambda' - \lambda = 2,43 \times 10^{-12} (1 - \cos \theta)$$

$$\Delta \lambda = 2,43 \times 10^{-12} (1 - \cos \theta)$$



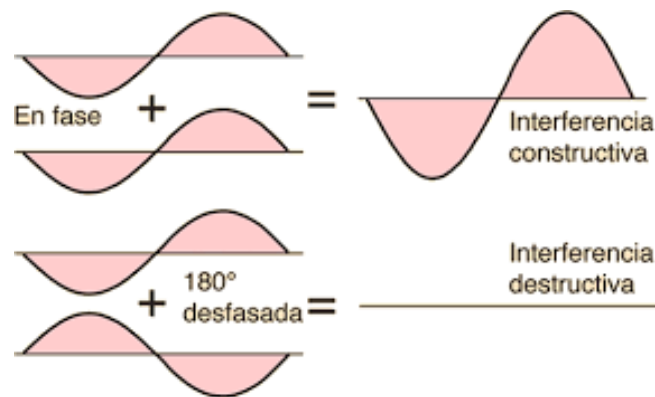
8. OBSERVACIONES:

- El efecto Compton, puede ser comprendido solamente en el marco de la teoría cuántica (Planck-Einstein) de la radiación electromagnética y de la propiedad de la dualidad onda-partícula (De Broglie).
- El proceso de dispersión de la radiación electromagnética, se asume la interacción del fotón con el electrón como una colisión elástica.
- La energía cedida por el fotón incidente se transforma íntegramente en la energía cinética del electrón.
- La colisión elástica, justifica el principio de conservación de la energía.
- La frecuencia de la radiación incidente siempre será mayor que la frecuencia de la radiación dispersada, ($f > f'$).
- La longitud de onda de la radiación incidente siempre será menor que la longitud de onda de la radiación dispersada, ($\lambda < \lambda'$).
- La energía del fotón incidente es mayor que la energía del fotón dispersado, ($E > E'$).
- El corrimiento Compton depende solamente del ángulo de dispersión θ .

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Respecto del efecto Compton. Marcar falso (F) o verdadero (V) respecto de las siguientes afirmaciones:
I. El fotón tiene masa en movimiento.
II. El efecto Compton puede ser comprendido solamente en el marco de la teoría cuántica (Planck-Einstein).
III. La energía del fotón incidente es mayor que la energía del fotón dispersado.
A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFV
2. Respecto del efecto Compton. Marcar falso (F) o verdadero (V) respecto de las siguientes afirmaciones:
I. La longitud de onda de la radiación incidente siempre será menor que la longitud de onda de la radiación dispersada.
II. La colisión elástica entre el fotón y el electrón, justifica el principio de conservación de la energía.
III. El proceso de dispersión de la radiación electromagnética, se asume la interacción del fotón con el electrón como una colisión elástica.
A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFV
3. Si la potencia media que emite una emisora es de 10^7 W, ¿cuál será la amplitud de los campos eléctrico y magnético a una distancia de 10 km de la antena? (en 10^{-8} V/m, T respectivamente)
A) 0,9 ; 0,1 B) 1,1 ; 0,2 C) 1,3 ; 0,4
D) 45 ; 0,5 E) ninguna
4. Una transmisora de radio de FM tiene una potencia de salida de 132,6 kW y opera a una frecuencia de 100 MHz. ¿Cuántos fotones por segundo emite la transmisora?
A) $2,26 \times 10^{30}$ B) $2,00 \times 10^{30}$ C) $1,15 \times 10^{30}$
D) $1,00 \times 10^{30}$ E) $0,90 \times 10^{30}$
5. Un radio detecta una señal electromagnética con una intensidad de 625×10^{-7} W/m². Halle la distancia (en km) a la cual se encuentra la antena que genera dicha señal si cuando se avanza 10 km hacia la antena, se encuentra con una señal de 25×10^{-5} W/m².
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40
6. Un medio transparente tiene una permitividad eléctrica $\epsilon = 9\epsilon_0$ y una permeabilidad magnética $\mu = 4\mu_0$. ¿Cuál será la rapidez de la luz en dicho medio? (en km/s)
A) 100000 B) 50000 C) 150000 D) 75000 E) 125000
7. CONTINUARÁ.

ÓPTICA FÍSICA



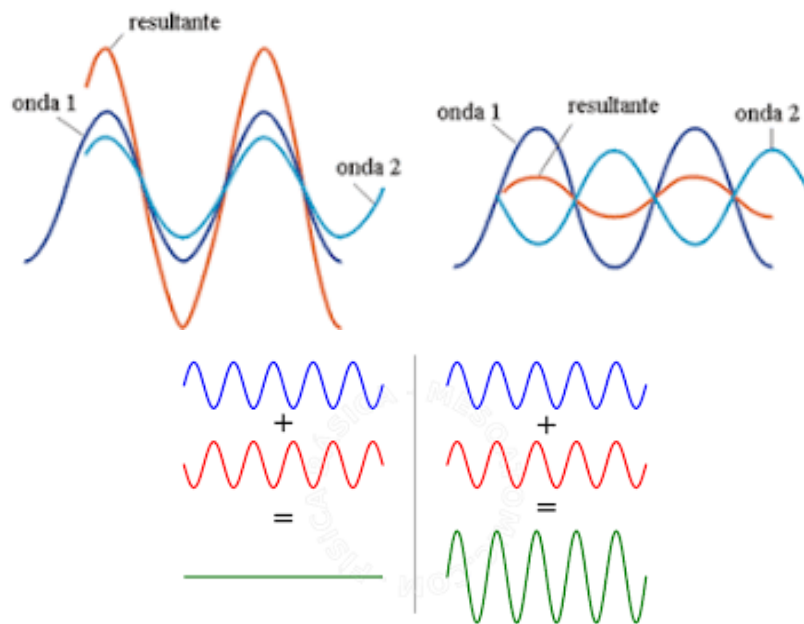
1. INTERFERENCIA.

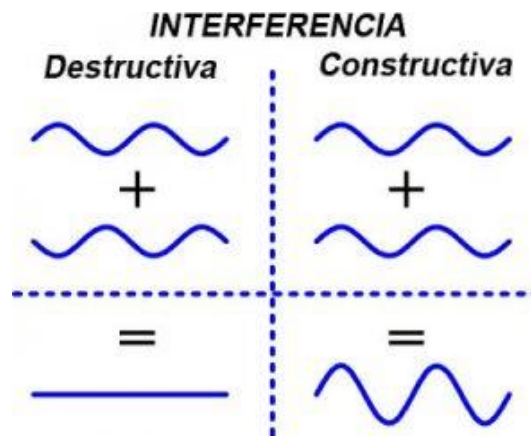
Se denomina interferencia a la **superposición** o suma de dos o más ondas.

Dependiendo fundamentalmente de las longitudes de onda, amplitudes y de la distancia relativa entre las mismas se distinguen dos tipos de interferencias.

Destructiva: es la superposición de ondas en anti fase (desfase) obteniendo una onda resultante de menor amplitud que las ondas iniciales.

Constructiva: es la superposición de dos ondas en fase, obteniendo una onda resultante de mayor amplitud que las ondas iniciales.

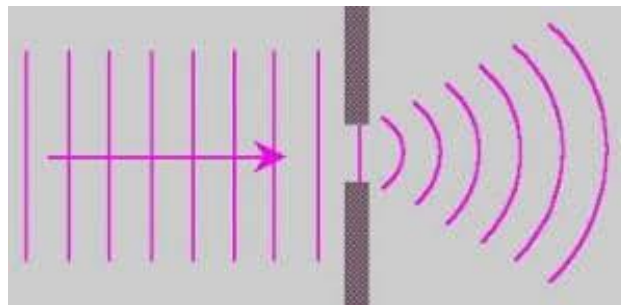




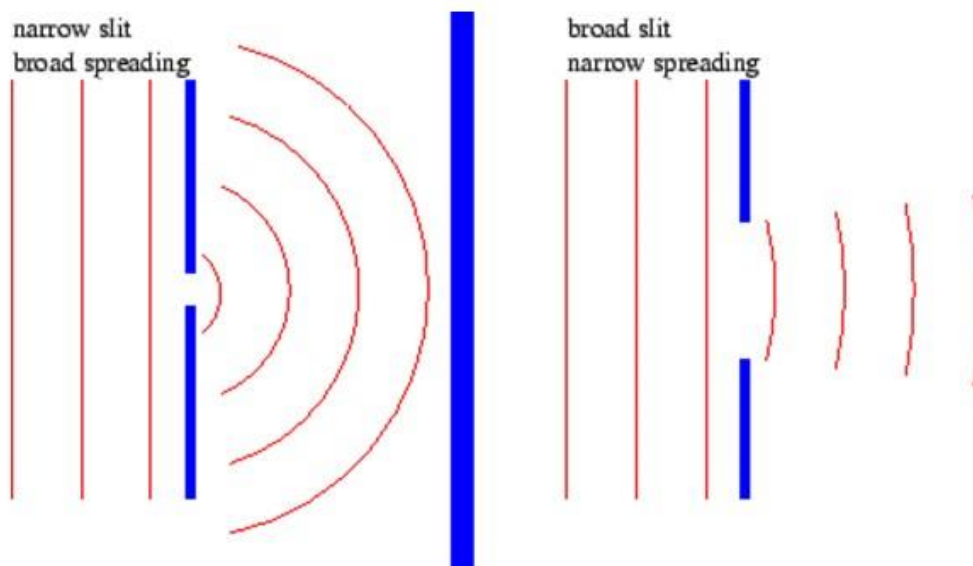
2. DIFRACCIÓN DEL SONIDO.

Se define como **difracción** al fenómeno que afecta a la propagación de una onda sonora. Cuando la misma repercute sobre un obstáculo puede rodearlo o propagarse por una pequeña abertura (por ejemplo, una persona sentada delante del oyente o un pilar). En relación entre la magnitud de la onda sonora y el diámetro del objeto, pueden sucederse tres situaciones diferentes:

- *La longitud de onda de la onda sonora puede ser **menor** que el tamaño del obstáculo.
- *El obstáculo y la longitud de onda son aproximadamente de la **misma** magnitud.
- *La longitud de onda es **mayor** que el obstáculo.



La **difracción del sonido** es la propiedad que tienen las ondas de flexionarse en los bordes de los obstáculos o aberturas de tamaño igual o menor a su longitud de onda y continuar propagándose. Al hacerlo se distorsionan y cuánto más pequeña sea la abertura por la que pasan, mayor será esa distorsión.



Tal como ocurre en el océano, el sonido y la luz también experimentan difracción, aunque por supuesto la luz requiere aberturas mucho más pequeñas, ya que las longitudes de onda de la luz visible están entre 400 y 700 nanómetros o billonésimas de metro.

Por ejemplo las pequeñísimas partículas de la atmósfera actúan como obstáculos para que la luz se difracte, haciendo que se vean anillos alrededor de objetos muy luminosos como la luz y el sol.

A las ondas sonoras en cambio la difracción se les facilita, ya que su longitud de onda es del orden de los metros, así que basta con aberturas del tamaño de puertas y ventanas para que ocurra.

Las emisoras con mejor calidad de recepción

De modo que las emisoras en la banda AM cuyas frecuencias están en el rango de los 525-1610 kHz tienen más probabilidad de experimentar difracción que aquellas en el rango FM con 88-108 MHz.

Un cálculo sencillo con la ecuación anterior demuestra que las longitudes de onda AM están entre 186 y 571 m, mientras que para las emisoras FM, dichas longitudes están entre 2,8 y 3,4 m.

Las longitudes de onda de las emisoras FM son más cercanas al tamaño de obstáculos como edificaciones y montañas.

3. DIFRACCIÓN DE LA LUZ.

Cuando la luz pasa a través de una estrecha rendija, en vez de observarse al otro lado toda una región iluminada uniformemente, lo que se ve es un patrón característico compuesto de una zona central clara más ancha, flanqueada por unas bandas oscuras alternando con bandas claras más estrechas.

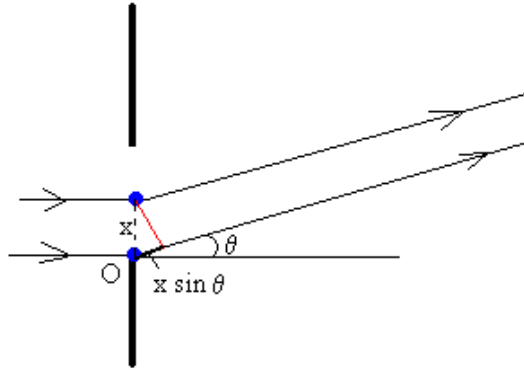
En el laboratorio, una hoja de afeitar de las antiguas muy bien afilada y un haz de luz monocromático proveniente de un láser permiten apreciar este patrón de difracción, el cual se puede analizar con un software de imágenes.

La luz también experimenta difracción cuando atraviesa múltiples aberturas.

Un dispositivo que se utiliza para analizar el comportamiento de la luz al hacer esto es la rejilla de

difracción, que consta de muchas rendijas paralelas igualmente separadas.

La rejilla de difracción se utiliza en la espectroscopia atómica para analizar la luz proveniente de los átomos, y también es la base para la creación de hologramas como los que se encuentran en las tarjetas de crédito.



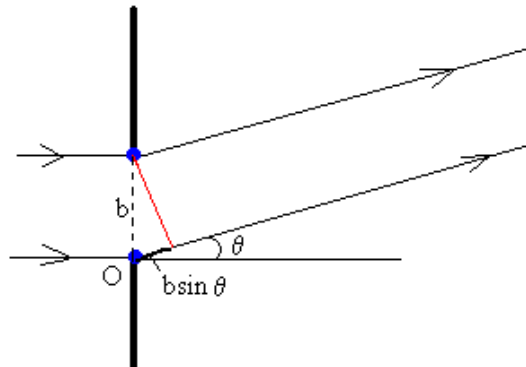
4. DIFRACCIÓN PRODUCIDA POR UNA RENDIJA.

La difracción es junto con la interferencia un fenómeno típicamente ondulatorio. La difracción se observa cuando se distorsiona una onda por un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda.

El caso más sencillo corresponde a la difracción Fraunhofer, en la que el obstáculo es una rendija estrecha y larga, de modo que podemos ignorar los efectos de los extremos. Supondremos que las ondas incidentes son normales al plano de la rendija, y que el observador se encuentra a una distancia grande en comparación con la anchura de la misma.

De acuerdo con el principio de Huygens, cuando la onda incide sobre una rendija todos los puntos de su plano se convierten en fuentes secundarias de ondas, emitiendo nuevas ondas, denominadas **ondas difractadas**, por lo que la explicación del fenómeno de la difracción no es cualitativamente distinto de la interferencia.

Una vez que hemos estudiado la interferencia de un número limitado de fuentes, la difracción se explica a partir de la interferencia de un número infinito de fuentes.

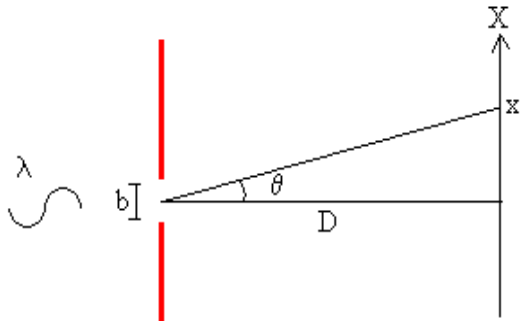


5. DIFRACCIÓN DEL ESPECTRO VISIBLE.

La luz visible es una región del espectro electromagnético comprendida entre 780 a 390 nm. Las diferentes sensaciones que la luz produce en el ojo, se denominan colores, dependen de la frecuencia (o de la longitud de onda electromagnética) y corresponden a los siguientes intervalos para una persona promedio:

Región	Frecuencia (10 ¹² Hz)	Longitud de onda en 10 ⁻⁹ m
Rojo	384-482	780-622
Naranja	482-503	622-597
Amarillo	503-520	597-577
Verde	520-610	577-492
Azul	610-659	492-455
Violeta	659-769	455-390

Fuente: Hetch-Zajac. *Optica*. Addison-Wesley Iberoamericana (1986), pág 60



Iluminamos una rendija de anchura b , con luz del espectro visible, observamos la difracción (intensidad) en una pantalla situada a D de distancia de la rendija.
Determinar los primeros mínimos de la intensidad de difracción.
 $b \cdot \text{Sen} \theta = n \cdot \lambda$
Posición de los mínimos de difracción en la pantalla
 $x = D \cdot \text{Tan } \theta$

Ejemplo:

- Longitud de onda, $\lambda = 600 \text{ nm} = 600 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
- Anchura de la rendija, $b = 0,2 \text{ mm} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- Distancia de la rendija a la pantalla, $D = 1 \text{ m}$

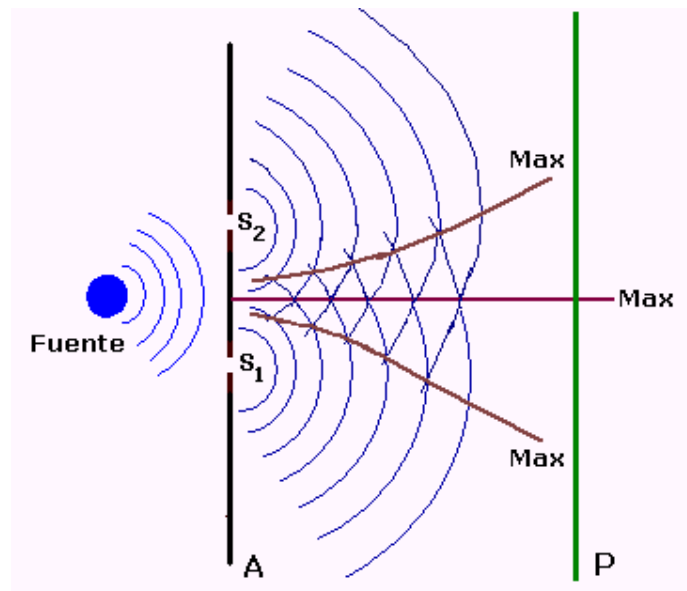
Mínimo, n	Posición, x (mm)
1	3.0
2	6.0
3	9.0

Si el ángulo θ es pequeño, $\text{Tan } \theta \approx \text{Sen} \theta$

$$x \approx \frac{D \cdot n \cdot \lambda}{b}$$

6. EXPERIMENTO DE INTERFERENCIA DE YOUNG DE LA DOBLE RENDIJA.

Una de las características esenciales del movimiento ondulatorio es el fenómeno de la interferencia. Consideremos una fuente luminosa monocromática (emite una sola longitud de onda), tal como muestra la figura.

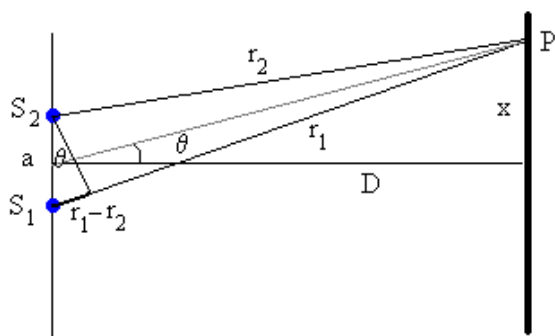


La luz procedente de la fuente monocromática incide sobre la pantalla A, la cual tiene dos rendijas angostas, paralelas e idénticas, S_1 y S_2 que están separadas una distancia “a”. Supongamos que la fuente equidista de las dos rendijas. En estas condiciones, las ondas que salen por las rendijas tienen la misma frecuencia angular ω , y están en fase. La intensidad de la luz que se observa sobre la pantalla P consta de una serie de bandas paralelas, alternativamente brillantes y oscuras, denominadas franjas interferenciales de Young, como muestra la imagen.



Sobre la figura podemos observar que una onda procedente de la ranura inferior recorre una distancia mayor que la onda que sale de la rendija superior, en una cantidad $a \cdot \text{Sen} \theta$. Esta distancia es la diferencia de trayectoria δ , donde

$$\delta = r_1 - r_2 = a \cdot \text{Sen} \theta$$

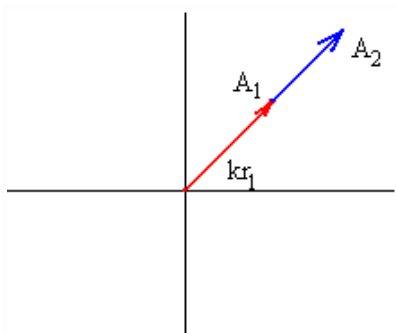


Las ondas que salen de S_1 y S_2 describen un M.A.S. cuyas ecuaciones son, respectivamente:

$$\Psi_1 = A_1 \cdot \text{Sen}(k \cdot r_1 - \omega t) \quad \text{y} \quad \Psi_2 = A_2 \cdot \text{Sen}(k \cdot r_2 - \omega t)$$

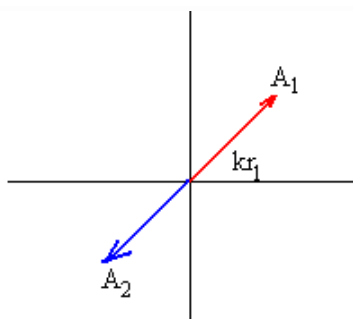
Los casos más importantes que pueden darse son:

En fase o interferencia constructiva.



Dos M.A.S. están en fase cuando la diferencia de fase $k \cdot r_1 - k \cdot r_2$ es un múltiplo entero de 2π . Teniendo en cuenta que $k = 2\pi \cdot \lambda$ $\square$
 $k \cdot r_1 - k \cdot r_2 = 2n\pi \Rightarrow r_1 - r_2 = n\lambda$ La amplitud resultante es la suma de amplitudes: $A = A_1 + A_2$

En oposición de fase o interferencia destructiva.

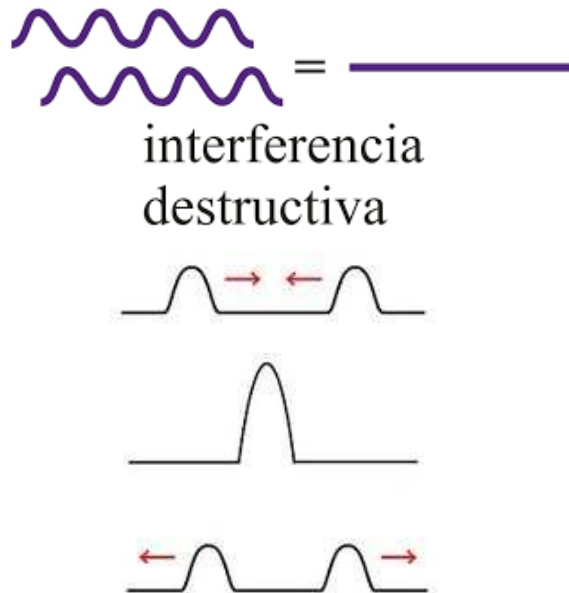


Dos M.A.S. están en oposición de fase cuando la diferencia de fase $k \cdot r_1 - k \cdot r_2$ es un múltiplo impar de π . Teniendo en cuenta que $k = 2\pi \cdot \lambda$ $k \cdot r_1 - k \cdot r_2 = (2n+1)\pi \Rightarrow r_1 - r_2 = (2n+1) \cdot \lambda$ La amplitud resultante es la diferencia de amplitudes. Si ambas son iguales, el punto P no se mueve. $A = A_1 - A_2$

Resumiendo, las condiciones de interferencia son:

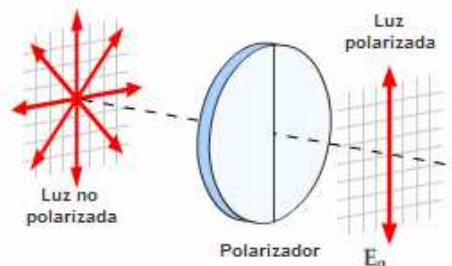
Interferencia constructiva: $k.r_1 - k.r_2 = 2n\pi \Rightarrow r_1 - r_2 = n\lambda$

Interferencia destructiva: $k.r_1 - k.r_2 = (2n+1)\pi \Rightarrow r_1 - r_2 = (2n+1).2\lambda$



7. POLARIZACIÓN.

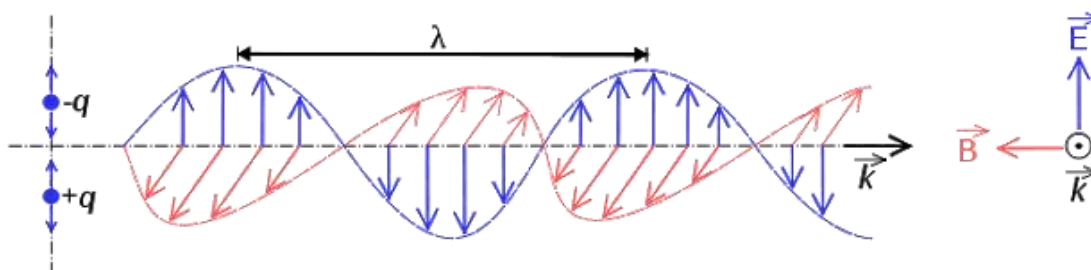
La polarización de la luz es uno de los fenómenos que contribuyó a establecer la teoría ondulatoria. En una onda no polarizada la vibración oscila en todas las direcciones perpendiculares a la dirección de propagación. Partiendo de ese estado, la onda se polariza si por algún motivo (por ejemplo, después de atravesar un cristal) pasa a oscilar sólo en un determinado plano, al que se denomina plano de polarización.



8. POLARIZACIÓN ELECTROMAGNÉTICA.

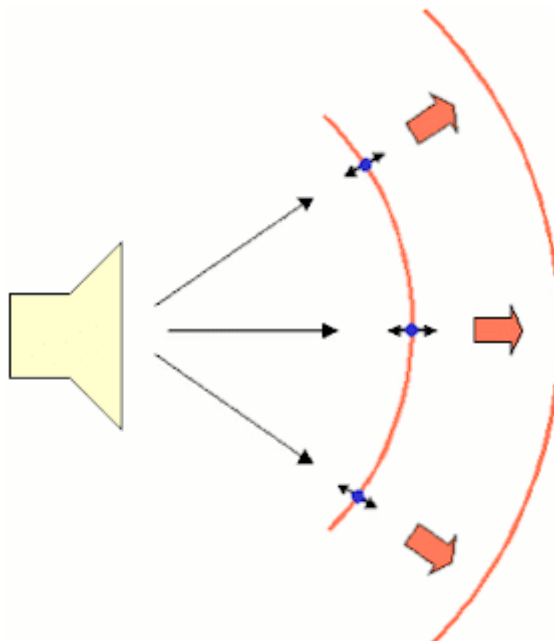
La polarización electromagnética es una propiedad de las ondas que pueden oscilar con más de una orientación. En una onda electromagnética, tanto el campo eléctrico y el campo magnético son oscilantes, pero en diferentes direcciones; ambas perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación de la onda; las **ecuaciones de Maxwell** modelan este comportamiento.

Habitualmente se decide por convenio que para el estudio de la polarización electromagnética se atiende exclusivamente al **campo eléctrico**, ignorando el campo magnético, ya que el vector de campo magnético puede obtenerse a partir del vector de campo eléctrico, pues es perpendicular y proporcional a él.



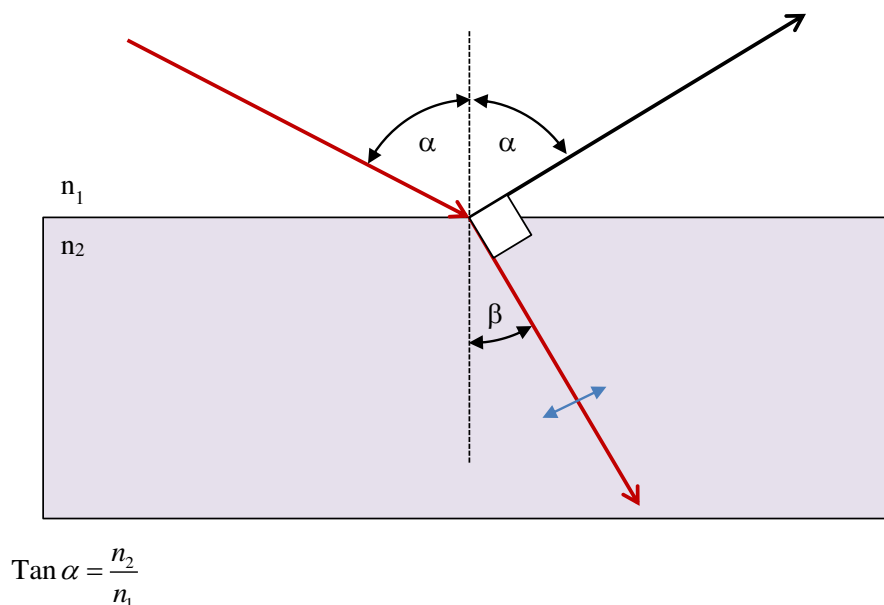
9. POLARIZACIÓN DE LAS ONDAS SONORAS

Las **ondas de sonido** en un gas o líquido son ondas exclusivamente longitudinales en la que la oscilación va siempre en la dirección de la onda; por lo que *no se habla de polarización* en este tipo de ondas.



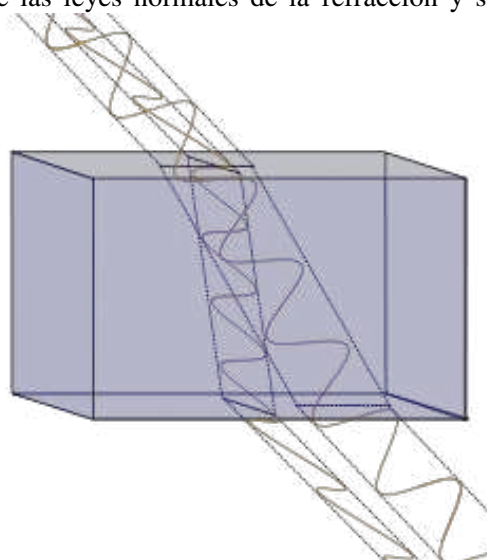
10. POLARIZACIÓN POR REFRACCIÓN (LEY DE BREWSTER).

Polarización por refracción. Para un haz luminoso particular, cuando el rayo reflejado es perpendicular al rayo refractado está completamente polarizado. El ángulo de incidencia se le conoce como, ángulo de polarización.



11. DOBLE REFRACCIÓN. Es una propiedad de ciertos cristales consistente en la capacidad de desdoblar un rayo de luz incidente en dos rayos refractados. v Los rayos refractados están linealmente polarizados de manera perpendicular entre sí. v Ejemplo, el espato de Islandia, variedad de calcita (CaCO_3).

La **birrefringencia** o **doble refracción** es una propiedad óptica de ciertos cuerpos, especialmente el espato de Islandia, que consiste en desdoblar un rayo de luz incidente en dos rayos linealmente polarizados de manera perpendicular entre sí como si el material tuviera dos índices de refracción distintos: la primera de las dos direcciones sigue las leyes normales de la refracción y se llama *rayo ordinario*; la otra tiene una velocidad y un índice de refracción variables y se llama *rayo extraordinario*. Ambas ondas están polarizadas perpendicularmente entre sí. Este fenómeno sólo puede ocurrir si la estructura del material es anisótropa. Si el material tiene un solo eje de anisotropía, (es decir es *uniaxial*), la birrefringencia puede describirse asignando dos índices de refracción diferentes al material para las distintas polarizaciones.



Este efecto fue descrito por primera vez por el científico danés Rasmus Bartholin en 1669, que lo observó en la calcita, cristal que tiene una birrefringencia fuerte. Sin embargo, hasta el siglo XIX no se describió

correctamente el fenómeno en términos de polarización, con la comprensión de la luz como una onda, cosa que hizo Augustin-Jean Fresnel.

La birrefringencia está cuantificada por la relación:

$$\Delta n = n_e - n_o$$

donde n_o y n_e son los índices de refracción para las polarizaciones perpendicular (rayo *ordinario*) y paralela al eje de anisotropía (rayo *extraordinario*), respectivamente.

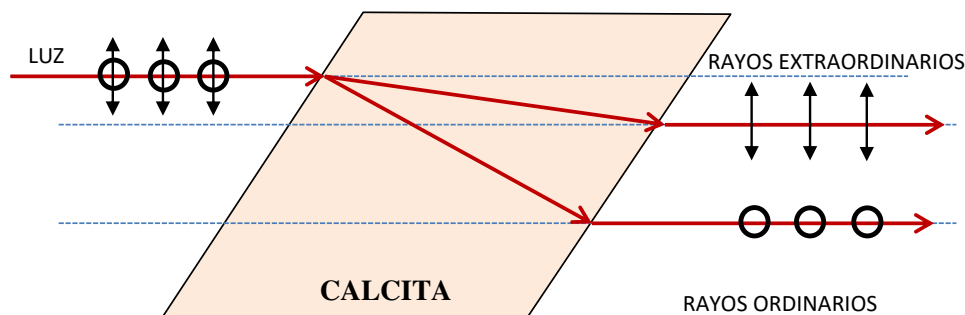
La birrefringencia puede también aparecer en materiales magnéticos, pero variaciones sustanciales en la permeabilidad magnética de materiales son raras a las frecuencias ópticas.

El papel de celofán es un material birrefringente común.

Este fenómeno puede apreciarse en el almidón de papa, es decir, es birrefringente.

En materiales biológicos, indica una ordenación de las moléculas, por ejemplo orientados entre sí, como sucede en un cristal.

- La birrefringencia de flujo o **de corriente** es la que se observa únicamente cuando la sustancia se encuentra en solución de moléculas grandes, como por ejemplo nucleoproteínas.
- La birrefringencia cristalina o **intrínseca** es la que ocurre en sistemas en los que los enlaces entre las moléculas o iones presentan una disposición regular simétrica; es independiente del índice de refracción del medio.
- La birrefringencia de forma es la que se origina por la orientación regular de partículas submicroscópicas asimétricas en una sustancia u objeto, difiriendo del índice de refracción del medio circundante; es la forma más frecuente encontrada en seres vivos.
- La birrefringencia de tensión es la observada ocasionalmente en estructuras isótropas cuando son sometidas a tensión o presión; ocurre en los tejidos muscular y embrionario, en materiales translúcidos y explica el efecto fotoelástico.



12. CLASIFICACIÓN DE LOS CRISTALES.

Existe una dirección particular en un material birrefringente en que ambos rayos se propagan con la misma velocidad. Esta dirección se denomina eje óptico del material. Cuando existe un único eje óptico,

de dice que el cristal es uniáxico. Ejemplo: calcita, cuarzo, zircón. Cuando tiene dos ejes para los cuales no es birrefringente, se dice que es biáxico, ejemplo: mica, topacio, yeso.

RAYO ORDINARIO

Cumple con la ley de Snell. La velocidad de propagación es la misma en todas direcciones. Está totalmente polarizado con el vector E perpendicular al eje óptico del cristal. Es perpendicular a frentes de onda tangentes a las ondas secundarias esféricas.

RAYO EXTRAORDINARIO

No cumple con la ley de Snell. La velocidad de propagación varía según la dirección de propagación. Está totalmente polarizado con el vector E paralelo al eje óptico del cristal. Es perpendicular a frentes de onda tangentes a las ondas secundarias elipsoidales.

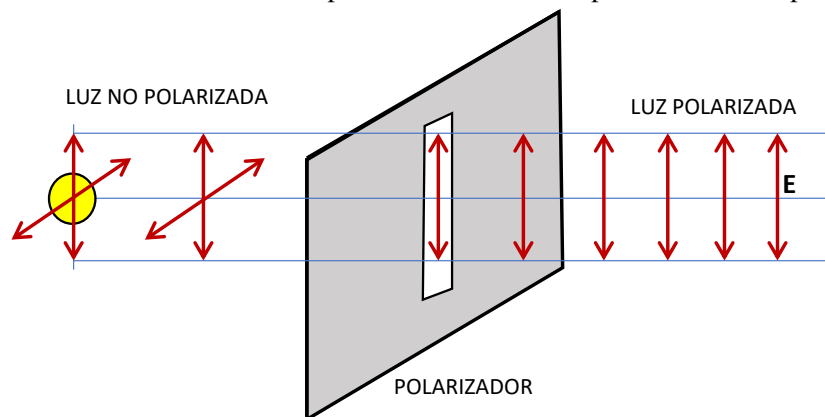
13. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. La polarización es una característica de todas las ondas.
- II. La dirección de polarización de una OEM está dada por la dirección del vector campo magnético.
- III. La luz proveniente de fuentes ordinarias, como bombillas, focos ahorradores, o fluorescentes están polarizadas.

RESOLUCIÓN

- I. FALSO. Solo las ondas transversales se polarizan, mas no las ondas longitudinales.
- II. FALSO. La dirección de polarización esta dado por el vector campo eléctrico.



III. FALSO. No están polarizadas.

2. Respecto de las ondas electromagnéticas. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Solo es posible polarizar el campo eléctrico.

- II. Para polarizar la luz que atraviesa la ventana de un automóvil, basta aplicar pintura negra al vidrio.
 III. Debido a la difracción de la luz en las gotas de agua suspendidas en el aire, se puede observar el arco iris.

RESOLUCIÓN

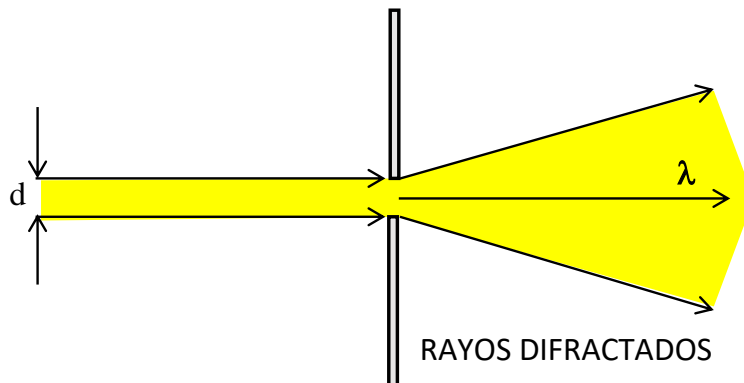
- I. FALSO. También se puede polarizar el campo magnético.
 II. FALSO. Para polarizar la luz se utilizan materiales que están constituidas de hidrocarburos de cadenas muy largas.
 III. FALSO. El arcoíris se debe a un fenómeno de refracción.

3. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Cuando la luz pasa a través de una abertura pequeña comparada con su longitud de onda se difracta.
 II. La interferencia de la luz es la combinación de la luz de la misma frecuencia, provenientes de dos focos diferentes.
 III. La polarización es una característica de las ondas transversales y longitudinales.

RESOLUCIÓN

- I. VERDADERO. Rayos difractados. La abertura es comparable con la longitud de onda electromagnética. $d \gtrsim \lambda$



- II. FALSO. Deben ser luz monocromática y las fuentes deben ser coherentes.
 III. FALSO. La polarización es una característica solo de las ondas transversales.

4. Dos rayos luminosos son coherentes cuando:

- A) La velocidad de propagación de un haz es múltiplo de la propagación del otro.
 B) Su frecuencia de propagación es de valor impar para cada haz.
 C) Una longitud de onda es el doble de la otra.
 D) Son de igual frecuencia y fase constante.
 E) Tienen igual amplitud y diferente frecuencia.

RESOLUCIÓN

- CLAVE D. Dos rayos de luz son coherentes cuando su diferencia de fase se mantiene constante.

5. Identifique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. La interferencia es el reforzamiento máximo o anulación de dos o más ondas de igual frecuencia que se encuentran en el mismo espacio al mismo tiempo.
- II. La difracción aumenta cuando la longitud de onda es pequeña respecto al tamaño de la obstrucción, es decir ondas más cortas se desvían más ante un obstáculo.
- III. La luz que sale de una linterna común se puede considerar formada por muchas ondas polarizadas.

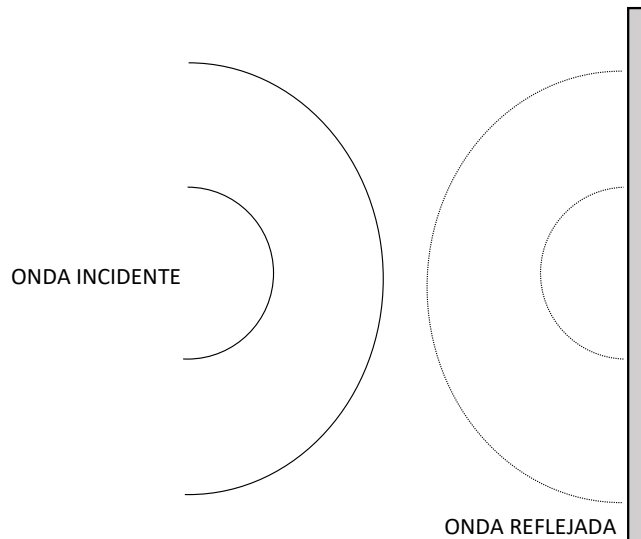
RESOLUCIÓN

- I. VERDADERO. La interferencia puede ser constructiva o destructiva.
- II. FALSO. Aumenta cuando el tamaño de la abertura es pequeña, comparable con la longitud de onda de la luz. $d \gtrsim \lambda$
- III. FALSO. No está polarizada.

6. Sabemos por nuestra experiencia diaria, en especial para el caso de las ondas sonoras y las ondas en la superficie del agua, que las ondas se extienden alrededor de los obstáculos que se interponen en su camino, gracias al fenómeno de:

- A) Interferencia.
- B) Reflexión**
- C) Difracción.
- D) Polarización.
- E) Superposición.

RESOLUCIÓN



7. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Todas las ondas electromagnéticas pueden presentar fenómenos de difracción, interferencia y polarización.
- II. Se pueden polarizar tanto las ondas longitudinales como las transversales.
- III. El hecho que la luz se pueda difractar es evidencia de su naturaleza ondulatoria.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. La difracción. Interferencia y polarización, son características de las OEM.

II. FALSO. Solo las ondas transversales pueden polarizarse.

III. VERDADERO. Solo las ondas se difractan.

8. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. La interferencia es un fenómeno que está asociado solo a la superposición de onda.

II. La difracción es un fenómeno que se presenta solo en la luz, cuando incide sobre un obstáculo o abertura.

III. La difracción es el fenómeno que se presenta en el espejismo.

IV. Es posible obtener luz polarizada linealmente en una dirección a partir de luz polarizada linealmente en otra dirección, usando dos polarizadores.

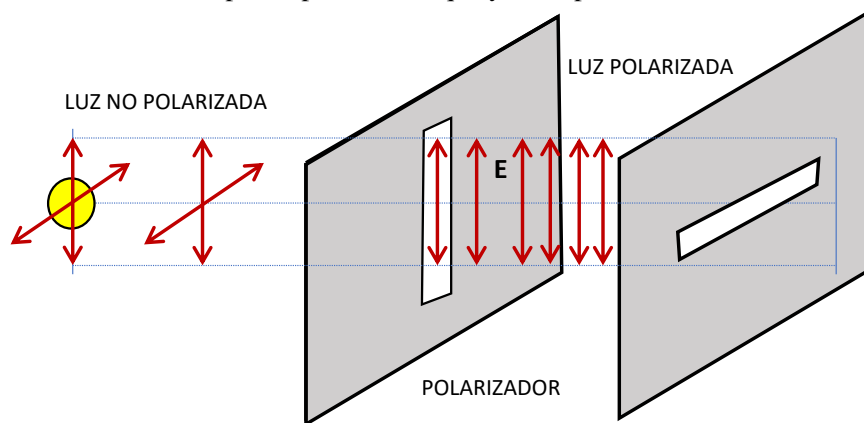
RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Es aquel fenómeno que se da cuando dos ondas que llevan la misma frecuencia se cruzan en determinado punto y por lo tanto se superponen sumando o restando sus amplitudes.

II. FALSO. La difracción se da en ondas mecánicas como en ondas electromagnéticas.

III. FALSO. El espejismo se debe a un fenómeno de refracción.

IV. FALSO. No se puede polarizar lo que ya está polarizado.



9. Sobre las propiedades de la luz indique las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

I. Para obtener luz polarizada a partir de la luz natural solar se necesita una rejilla metálica con ranuras.

II. Existe difracción solo cuando la luz pasa a través de una abertura de dimensiones pequeñas.

III. La interferencia destructiva ocurre cuando dos fuentes de luz monocromáticas coherentes llegan a un punto en fase.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Se necesita un polarizador, fabricada con láminas delgadas de hidrocarburos de largas cadenas en su composición química.

II. VERDADERO. La abertura “d” es comparable con la longitud de onda electromagnética. $d \sim \lambda$

III. FALSO. Ocurre cuando las ondas llegan al mismo punto en desfase.

10. Sobre las propiedades de la luz indique las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

- I. Las ondas longitudinales no pueden difractarse.
- II. El fenómeno de polarización solo es posible para ondas electromagnéticas.
- III. Todas las ondas pueden experimentar la interferencia, difracción y polarización.

RESOLUCIÓN

- I. FALSO. Tanto las ondas transversales y ondas longitudinales pueden difractarse.
- II. FALSO. También las ondas mecánicas transversales se pueden polarizar.
- III. FALSO. Solamente las ondas transversales se pueden polarizar.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

01. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. La polarización es una característica de todas las ondas.
- II. La dirección de polarización de una OEM está dada por la dirección del vector campo magnético.
- III. La luz proveniente de fuentes ordinarias, como bombillas o fluorescentes está polarizada.

A) FFV B)FVF C) VFF D) VFV **E) FFF**

02. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F)

- I. Cuando la luz pasa a través de una abertura pequeña comparada con su longitud de onda se difracta.
- II. La interferencia de la luz es la combinación de luz de la misma frecuencia, provenientes de dos focos diferentes.
- III. La polarización es una característica de las ondas transversales y longitudinales.

A) FFF B)FVF **C) VFF** D) FVV E) VVV

03. Sabemos por nuestra experiencia diaria, en especial para el caso de las ondas sonoras y las ondas en la superficie del agua, que las ondas se extienden alrededor de los obstáculos que se interponen en su camino, gracias al fenómeno de:

- A) Interferencia **B) reflexión** C) difracción
- D) polarización E) superposición

04. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F)?

- I. La interferencia es un fenómeno que está asociado solo a la superposición de ondas.
- II. La difracción es un fenómeno que se presenta solo en la luz cuando incide sobre un obstáculo o abertura.
- III. La difracción es el fenómeno que se presenta en el espejismo.
- IV. Es posible obtener luz polarizada linealmente en una dirección a partir de luz polarizada linealmente en otra dirección, usando 2 polarizadores.

A) FFFF B)VFFF C) VFVF D) FVVF E) FFVV

05. Establezca la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones sobre las OEM:

- I. Solo es posible polarizar el campo eléctrico.

- II. Para polarizar la luz que atraviesa la ventana de un automóvil, basta aplicar pintura oscura al vidrio.
- III. Debido a la difracción de la luz en las gotas de agua suspendidas en el aire se puede observar el arco iris.
- A) VVV B) VFV C) FFV D) FVV E) FFF
- 06.** Respecto de los fenómenos ondulatorios de la interferencia, difracción y polarización, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- I. Las ondas longitudinales no pueden difractarse.
- II. El fenómeno de la polarización solo es posible para las ondas electromagnéticas.
- III. Todas las ondas pueden experimentar la interferencia, la difracción y la polarización
- A) VVV B) VFV C) FVF D) FFF E) FFV
- 07.** Respecto a las OEM (ondas electromagnéticas), ¿cuántas de las proposiciones son correctas?
- I. Solo viajan a través del vacío.
- II. Pueden atravesar cualquier tipo de medio material.
- III. Está compuesta por una onda eléctrica y otra onda magnética.
- IV. La producción de una OEM se explica con la inducción EM.
- V. La parte oscilante en una OEM se parece más a la oscilación en el sonido que en la cuerda vibrante.
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 08.** Con relación a las siguientes proposiciones sobre las ondas electromagnéticas, indique verdadero (V) o falso (F):
- I. Están formadas por campos eléctrico $\vec{E}$ y magnético $\vec{B}$ que vibran perpendicularmente entre sí.
- II. La dirección de propagación es perpendicular al plano formado por $\vec{E}$ y $\vec{B}$.
- III. La velocidad de propagación de una onda electromagnética en el vacío se puede determinar usando $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.
- A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFF
- 09.** Con respecto a las ondas electromagnéticas, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
- I. En un mismo medio, la que tiene mayor frecuencia se propaga con mayor velocidad.
- II. Al refractarse hacia un medio de menor índice de refracción, su longitud de onda se incrementa.
- III. La energía que transporta la onda es proporcional a su (amplitud)^{1/2}.
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I, II y III E) Ninguna
- 10.** De las afirmaciones siguientes:
- I. La longitud de onda de la señal emitida por una estación de radio, que transmite con una frecuencia de 100 MHz, es mayor que la de los rayos X.
- II. Las ondas electromagnéticas siempre necesitan un medio material para propagarse.
- III. Las ondas electromagnéticas son portadoras de energía y se propagan sin transportar materia consigo.
- A) Solo I es correcta. B) I y III son correctas. C) II y III son correctas.
- D) Todas son falsas. E) Solo III es correcta.

11. Con respecto a las ondas electromagnéticas, escoja la proposición incorrecta:

- A) Viajan en el vacío con la velocidad de $C = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ aproximadamente.
- B) Transportan energía.
- C) Necesitan de un medio material para propagarse.
- D) Son ondas transversales.
- E) Están compuestas por campos eléctricos y magnéticos.

12. Respecto de las OEM, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. El campo eléctrico E y el campo magnético B, siempre se encuentran en fase.
 - II. Su velocidad de propagación depende de su frecuencia.
 - III. El campo magnético transporta mayor energía que el campo eléctrico.
 - IV. Su longitud de onda depende de la fuente que la genera y no del medio en el que se propaga.
- A) VVVV B) VFFV C) FVVF D) VFFF E) VVVV

13. Con respecto a la onda electromagnética descrita por la ecuación, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de cada una de las proposiciones siguientes:

$$\vec{E} = 10 \cdot \text{Sen}(200\pi x - 45\pi \times 10^9 t) \hat{j} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

- I. El vector B está orientado a lo largo del eje coordenado – Z.
 - II. La onda se propaga en un medio de $n = 3/4$.
 - III. La longitud de esta onda cuando se propaga en el vacío es, aproximadamente, 13 mm.
- A) VFF B) FFV C) FVF D) VVF E) FVV

14. Respecto a las OEM, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. Su propagación es solo posible en el vacío.
 - II. La energía que transporta el campo eléctrico es igual a la que transporta el campo magnético.
 - III. La OEM, es una onda del tipo transversal.
- A) VVV B) FFF C) FVV D) VFF E) FVF

15. Calcule la densidad de energía promedio total (en 10^{-8} J/m^3) que se propaga en un medio homogéneo cuya permeabilidad magnética es la de vacío. El campo eléctrico que se propaga en el medio es

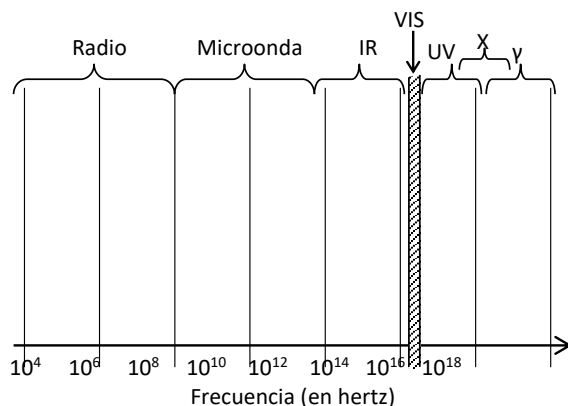
$$E = 200 \cdot \text{Sen} \left(\frac{2\pi x}{5 \times 10^{-7}} - \frac{\pi t}{10^{-15}} \right) \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- A) 17,7 B) 152,4 C) 254 D) 923 E) 987

16. ¿Cuántas de las proposiciones son correctas?

- I. λ de una microonda es del orden 10^{10} m .
- II. Uno de los colores del arco iris corresponde a una frecuencia 5 billones de Hz.
- III. Si $\lambda = 3 \text{ m}$, corresponde a un rayo X.

IV. Una onda de IR tiene menor longitud de onda que una onda del UV.



- A) ninguna B) una C) dos D) tres E) todas
17. Respecto al espectro de ondas electromagnéticas, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- Las ondas con $\lambda = 2,2 \text{ m}$ son generadas por dispositivos electrónicos.
 - La desaceleración de electrones de alta energía en blancos metálicos producen OEM de frecuencias del orden de 10^{15} Hz .
 - Las OEM emitidas por núcleos radiactivos o ciertas reacciones nucleares tienen longitudes de onda que van de 10^{-8} a 10^{-14} metros.
- A) FVV B) VFV C) VVF D) VFF E) FFF
18. Con relación a las siguientes proposiciones sobre el espectro electromagnético indique verdadero (V) o falso (F):
- Los rayos X son de mayor frecuencia que las microondas.
 - La radiación γ tiene menor longitud de ondas que los rayos infrarrojos.
 - Las ondas de radio tienen mayor longitud de onda que el espectro visible.
- A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFF
19. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
- Los rayos X tienen la menor longitud de onda del espectro electromagnético.
 - La luz visible tiene la misma velocidad de propagación en el aire y en el agua.
 - Las microondas tienen mayor frecuencia que las ondas electromagnéticas de la región visible.
- A) Solo I B) I y II C) Solo II D) Todas E) Ninguna
20. Respecto a las OEM visible, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- El ojo humano es más sensible al color rojo que al verde.
 - La velocidad de propagación depende de su frecuencia y longitud de onda.
 - La radiación visible al refractarse, cambia su frecuencia.
- A) VVV B) FFF C) VFV D) FFF E) VVF

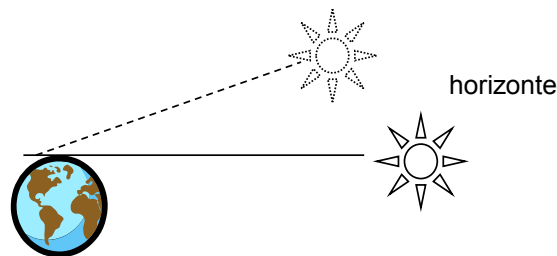
21. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones:

- I. Una luz roja tiene una longitud de onda de $6800 \text{ \AA}$.
 - II. Si una luz azul viaja por un medio con una velocidad igual a $2,5 \times 10^8 \text{ m/s}$ entonces el índice de refracción del medio es 1,2.
 - III. La frecuencia de la luz azul varía en 1,2 veces cuando viaja por un medio con respecto al vacío.
- A) VFV B) FVF C) VVF D) FFV E) VFF

22. Si la velocidad de la luz permaneciera siendo la misma cualquiera sea el medio en el cual se propagare, no podría ocurrir el fenómeno de:

- A) Interferencia B) Difracción C) Polarización
D) Refracción E) Superposición

23. Al atardecer vemos al sol durante algunos minutos después de que en realidad ya se encuentra debajo del horizonte. Esto se debe principalmente a que, en el camino hacia nuestros ojos, los rayos solares experimentan:



- A) Difracción B) Reflexión C) Interferencia
D) Polarización E) Refracción

24. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. La superposición de ondas, que se encuentran en un recinto, produce el fenómeno de interferencia.
 - II. Una luz polarizada linealmente es altamente direccionable.
 - III. La difracción es un fenómeno exclusivo de las ondas electromagnéticas.
- A) FFF B) FVV C) FVF D) VVF E) VVV

25. Indique verdadero (V) o falso (F) respecto de ondas luminosas.

- I. Son ondas transversales.
 - II. Experimenta difracción cuando pasan a través de agujeros comparables con su longitud de onda.
 - III. Pueden experimentar polarización por reflexión cuando las ondas inciden de un medio a otro de diferente densidad.
- A) VVV B) FVV C) FFF D) FFV E) VFV

26. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones, con relación a un espejo plano.

- I. Produce una imagen virtual, siempre del mismo tamaño que el objeto.
- II. La distancia – imagen y la distancia – objeto son de la misma magnitud.
- III. Un rayo de luz que incide normalmente a un espejo tiene un ángulo de incidencia de 90° .

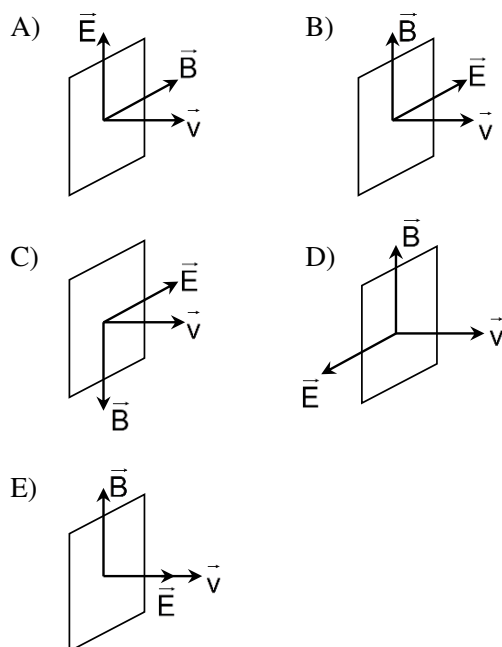
A) VVV B) VVF C) VFF D) FVF E) FFF

27. Respecto a las propiedades de las OEM, indique verdadero (V) o falso (F):

- I. La densidad de energía (u) es constante.
- II. Los campos eléctricos ($\vec{E}$), magnético ($\vec{B}$), necesariamente están en fase.
- III. La intensidad (I) de la OEM, es directamente proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico (E) o al cuadrado de la magnitud del campo magnético (B).

A) VVV B) FFF C) VVF D) VFF E) FVV

28. Se tiene una onda electromagnética plana con velocidad de propagación $\vec{v}$. La figura que representa correctamente a los campos eléctrico y magnético de la onda es:



29. Respecto de la onda electromagnética descrita mediante la ecuación $E = 100 \sin \pi(120z - 2 \times 10^{10}t) \text{ N/C}$, z en metros, t en segundos; establecer la veracidad o falsedad (F) de cada una de las siguientes proposiciones:

- I. La longitud de onda es de 1,66 cm.
- II. El periodo es de 0,1 ns.

III. La velocidad es de 2×10^8 m/s.

IV. Se propaga en el vacío.

A) VVVV B) FVVV C) VFFV D) VVFF E) FFFF

30. Indique lo correcto respecto a las ondas electromagnéticas.

A) El rango infrarrojo tiene mayor longitud de onda que el rango de las microondas.

B) Cuando un generador de OEM cambia de frecuencia trae como consecuencia un cambio de velocidad de las ondas generadas.

C) No transportan energía.

D) La densidad de energía se expresa en J/m^2 .

E) Su densidad de energía media depende del cuadrado de la amplitud máxima del campo eléctrico.

31. El campo eléctrico de una O.E.M. tiene la forma $E = 1000 \sin 2\pi(2 \times 10^{-7}x - 60t)$ en unidades del Sistema Internacional. Halle la densidad de energía media ($\mu\text{J/m}^3$) y la intensidad media de la radiación (en W/m^2)

A) 1,42 B) 2,42 C) 3,24 D) 3,42 E) 4,42

32. Indique las proposiciones correctas respecto de un haz de luz color azul y un haz de microondas propagándose en el vacío.

I. Las dos radiaciones son de igual frecuencia.

II. La longitud de onda de la radiación microonda es mayor que la longitud de onda que la luz azul.

III. En el vacío la rapidez de propagación de la luz azul es mayor que la rapidez de propagación de la radiación microonda.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

33. Indique las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F) respecto las O.E.M.

I. Las ondas de radiodifusión son relativamente de baja frecuencia pueden ser de 1 km de longitud de onda.

II. Las radiaciones infrarrojas son visibles por el ojo humano.

III. Las radiaciones ultravioletas son de mayor frecuencia que la luz de color rojo.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo I y III

34. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

I. La rapidez de las ondas de radio y de la luz visible son iguales cuando ambos se propagan a través del vidrio.

II. La longitud de onda de una O.E.M. que se propaga en el vacío es $7,5 \times 10^{-9} \text{m}$ entonces esta longitud de onda corresponde a las microondas.

III. El espectro visible tiene un intervalo de longitud de onda que aproximadamente varía entre: $400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FFV E) FVV

35. Respecto a las siguientes ondas, rayos X, UV, IR del espectro electromagnético, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. El UV e IR son parte del espectro visible.

II. $\lambda_{\text{rayosX}} > \lambda_{\text{UV}} > \lambda_{\text{IR}}$

III. $\nu_{\text{rayosX}} > \nu_{\text{UV}} > \nu_{\text{IR}}$

A) VVF

B) VFV

C) VFF

D) FVF

E) FFV

36. Considere los siguientes enunciados:

I. La luz roja tiene la menor longitud de onda en el espectro visible de la luz, luego esta longitud de onda corresponde a la menor energía luminosa.

II. Cuando un rayo de luz va de un medio con menor índice de refracción a otro con mayor índice de refracción, entonces dependiendo del ángulo de incidencia, se puede observar la reflexión total de la luz.

III. Para el fenómeno de refracción de la luz en el medio de mayor índice de refracción el rayo está más cerca de la normal.

Indique cuáles son correctas:

A) Solo III

B) Solo I y II

C) Solo II y III

D) Solo I

E) Solo I, II y III

37. Respecto de las fuentes de OEMs, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

I. Los arcos voltaicos producen radiación UV.

II. Típicamente los RX se producen mediante su frenado súbito de electrones acelerados.

III. Una manera de generar microondas es mediante circuitos electrónicos.

A) Solo I y II

B) Solo I y III

C) Solo II y III

D) Todas

E) Ninguna

38. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Todas las ondas electromagnéticas pueden presentar fenómenos de difracción, interferencia y polarización.

II. Se pueden polarizar tanto las ondas longitudinales como las transversales.

III. El hecho que la luz se pueda difractar es evidencia de su naturaleza ondulatoria.

A) VVV

B) FFV

C) VFF

D) FVV

E) VFV

39. Dos rayos luminosos son coherentes cuando:

A) La velocidad de propagación de un haz es múltiplo de la velocidad de propagación del otro.

B) Su frecuencia de propagación es de valor impar para cada haz.

C) Una longitud de onda es el doble de la otra.

- D) Son de igual frecuencia y fase constante.
- E) Tienen igual amplitud y diferente frecuencia.

40. Identifique la veracidad (V) o falsedad (F), de las proposiciones:

- I. La interferencia es el reforzamiento máximo o anulación de 2 ó más ondas de igual frecuencia que se encuentran en el mismo espacio al mismo tiempo.
- II. La difracción aumenta cuando la longitud de onda es pequeña respecto al tamaño de la obstrucción, es decir ondas más cortas se desvían más ante un obstáculo.
- III. La luz que sale de una linterna común se puede considerar formada por muchas ondas polarizadas.

A) VVV B) FFF C) FVV D) VFV E) VFF

41. Sobre las propiedades de la luz indique las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

- I. Para obtener luz polarizada a partir de la luz natural solar se necesita una rejilla metálica con ranuras.
- II. Hay difracción solo cuando la luz pasa a través de una abertura de dimensiones muy pequeñas.
- III. La interferencia destructiva ocurre cuando dos fuentes de luz monocromáticas coherentes llegan a un punto en fase.

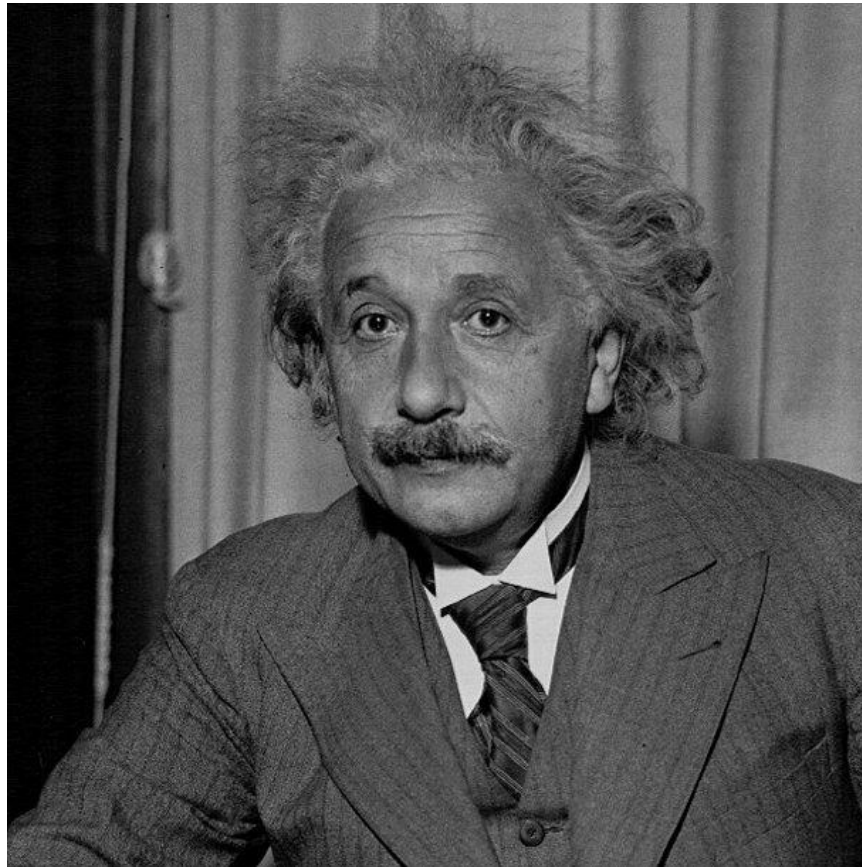
A) FFF B) VFF C) FVF D) FFV E) VFV

42. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La interferencia entre dos ondas solo ocurre si la diferencia de fase es cero.
- II. El fenómeno de difracción se da cuando la luz cambia de dirección en un borde o abertura.
- III. El fenómeno de polarización se da para ondas longitudinales y transversales.

A) VVV B) VVF C) VFF D) FVF E) FFV

TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD



1. **RELATIVIDAD DE GALILEO.** Representamos las posiciones de las partículas (1) y (2) por el vector (r) con respecto al sistema coordenado cartesiano que representa a nuestro sistema de referencia.

r_1 : posición o vector posición del móvil (1) .

r_2 : posición o vector posición del móvil (2) .

$r_{1/2}$: posición relativa o vector posición del móvil (1) respecto del móvil (2) .

La posición relativa es: $r_{1/2} = r_1 - r_2$

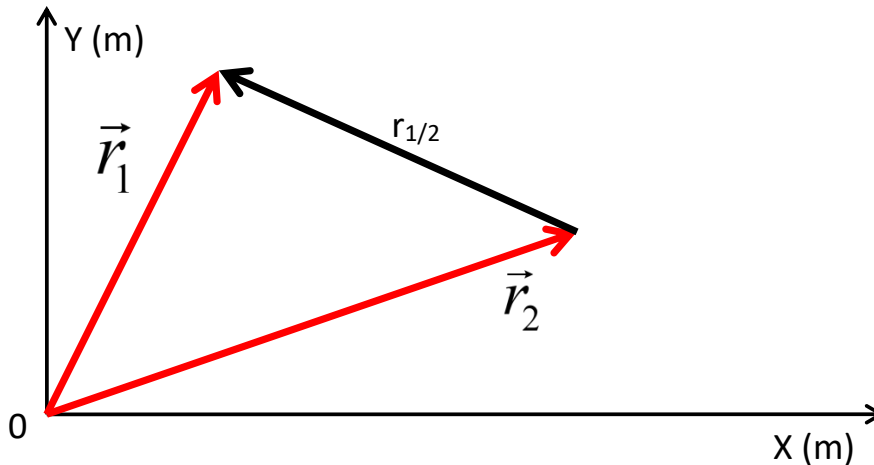
La posición relativa de un móvil respecto de otro móvil equivale a la diferencia de sus posiciones.

La velocidad relativa es: $V_{1/2} = V_1 - V_2$

La velocidad relativa de un móvil respecto de otro móvil equivale a la diferencia de sus velocidades.

La aceleración relativa es: $a_{1/2} = a_1 - a_2$

La aceleración relativa de un móvil respecto de otro móvil equivale a la diferencia de sus aceleraciones.



EJEMPLO 01: Se muestra el movimiento de dos automóviles A y B. Determinar la velocidad del automóvil A respecto del automóvil B.



La velocidad de los móviles A y B son:

$$V_A = 12 \, i \, (m/s) \quad \text{y} \quad V_B = 9 \, i \, (m/s)$$

La velocidad relativa es: $V_{A/B} = V_A - V_B = 12 \, i \, (m/s) - 9 \, i \, (m/s)$

$$V_{A/B} = V_A - V_B = 3 \, i \, (m/s)$$

Respuesta: El observador ubicado en el móvil B observa al móvil A, moverse con rapidez de 3 m/s con dirección de izquierda hacia la derecha.

EJEMPLO 02: Se muestra el movimiento de dos automóviles A y B. Determinar la velocidad del automóvil A respecto del automóvil B.



La velocidad de los móviles A y B son:

$$V_A = 12 \, i \, (m/s) \quad \text{y} \quad V_B = -9 \, i \, (m/s)$$

La velocidad relativa es: $V_{A/B} = V_A - V_B = 12 \, i \, (m/s) - [-9 \, i \, (m/s)]$

$$V_{A/B} = V_A - V_B = 21 \text{ m/s}$$

Respuesta: El observador ubicado en el móvil B observa al móvil A, moverse con rapidez de 21 m/s con dirección de izquierda hacia la derecha.

2. **RELATIVIDAD DE NEWTON.** Isaac Newton, creador del cálculo diferencial e integral establece la siguiente relación: La posición relativa es: $r_{1/2} = r_1 - r_2$

La posición relativa de un móvil respecto de otro móvil equivale a la diferencia de sus posiciones.

Aplicamos la derivada respecto del tiempo transcurrido:

$$\frac{\partial(r_1 - r_2)}{\partial t} = \frac{\partial(r_1)}{\partial t} - \frac{\partial(r_2)}{\partial t}$$

La velocidad relativa es: $V_{1/2} = V_1 - V_2$

Aplicamos la derivada respecto del tiempo transcurrido:

$$\frac{\partial(V_1 - V_2)}{\partial t} = \frac{\partial(V_1)}{\partial t} - \frac{\partial(V_2)}{\partial t}$$

La aceleración relativa es: $a_{1/2} = a_1 - a_2$

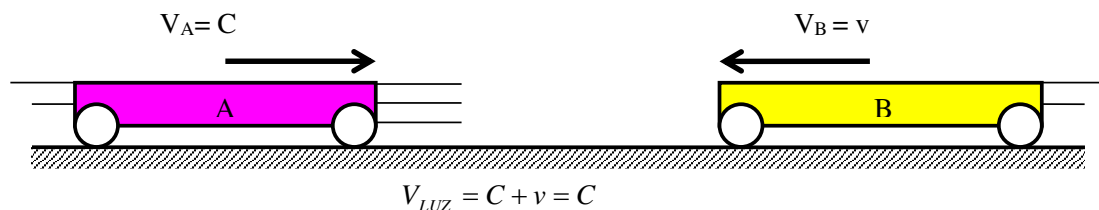
La aceleración relativa de un móvil respecto de otro móvil equivale a la diferencia de sus aceleraciones.

3. **LIMITACIONES DE LA RELATIVIDAD NEWTONIANA.** La teoría de la relatividad de la física clásica o de la mecánica de Newton da buenos resultados cuando los móviles tienen rapidezces pequeñas comparadas con la velocidad de la luz en el vacío, $C = 300\,000 \text{ km/s}$, pero falla para rapidezces mayores que el 10 % del valor de $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

La teoría de relatividad de Newton trabaja bien para velocidades cotidianas, mas no para rapidezces de electrones alrededor del núcleo del átomo.

4. **EXPERIMENTO DE MICHELSON – MORLEY.** Según los experimentos realizados por los norteamericanos Albert A. Michelson y Edward W. Morley se llegó a la conclusión de que la velocidad de la luz “C” no depende del sistema de referencia.

La rapidez de la luz “C” no depende de la fuente y es igual para cualquier observador.



No existe velocidad relativa mayor que “C”.

La velocidad de la luz para un observador en la Tierra solo es C: $V_{LUZ} = C$

La relatividad de Newton no se cumple para velocidades próximas a la velocidad de la luz en el vacío.

Los científicos, Albert A. Michelson y Edward W. Morley, demostraron que no existe velocidad relativa mayor que C (máxima rapidez de la luz).

5. TRANSFORMACIONES DE LORENTZ.

El científico holandés Hendrick A. Lorentz desarrollo una ecuación la cual resulto ser una extensión de la relatividad newtoniana.

$$V_{A/B} = \frac{V_A - V_B}{1 - \frac{V_A \bullet V_B}{C^2}}$$

Donde, las rapideces de los móviles A y B son comparables con la rapidez de la Luz en el vacío “ C ”.

EJEMPLO 01. Dos cohetes A y B se aproximan con rapideces de $V_A = 0,8C$ y $V_B = 0,6C$. Determinar la velocidad relativa de A respecto de B.



RESOLUCIÓN

Aplicando la transformación de Lorentz:

$$V_{A/B} = \frac{V_A - V_B}{1 - \frac{(V_A)(V_B)}{C^2}} = \frac{(0,8C i) - (-0,6C i)}{1 - \frac{(0,8C i) \bullet (-0,6C i)}{C^2}} = \frac{1,4C}{1 + 0,48} = 0,945C$$

Producto escalar de vectores de vectores unitarios: $(i) \bullet (i) = +1$ y $(i) \bullet (-i) = -1$

$$V_{A/B} = 0,945C i$$

El móvil A respecto de B se mueve hacia la derecha.

EJEMPLO 02. Dos cohetes A y B se aproximan con rapideces de $V_A = 0,4C$ y $V_B = 0,6C$. Determinar la velocidad relativa de A respecto de B.



RESOLUCIÓN

Aplicando la transformación de Lorentz:

$$V_{A/B} = \frac{V_A - V_B}{1 - \frac{(V_A)(V_B)}{C^2}} = \frac{(0,6C i) - (0,4C i)}{1 - \frac{(0,6C i) \bullet (0,4C i)}{C^2}} = \frac{0,2C}{1 - 0,24} = 0,26C$$

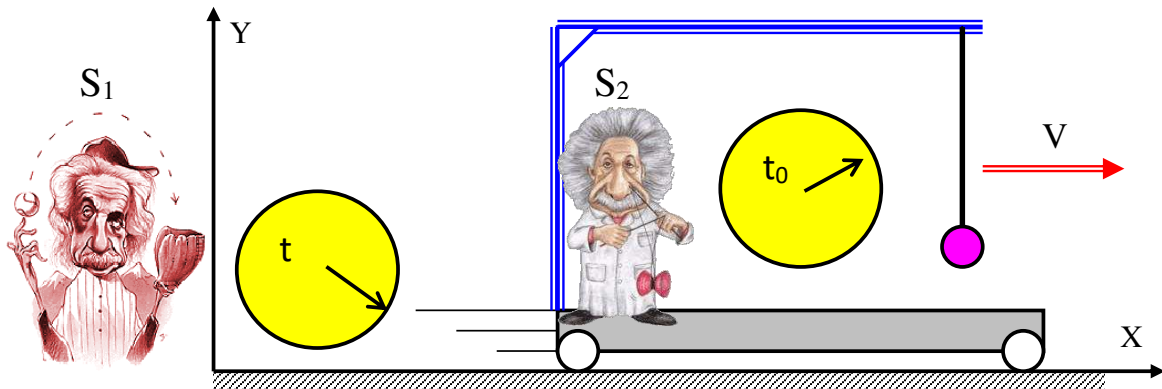
Producto escalar de vectores de vectores unitarios: $(i) \bullet (i) = +1$ y $(i) \bullet (-i) = -1$

$$V_{A/B} = 0,26C i$$

Respuesta: El móvil A respecto de B se mueve hacia la derecha.

6. **DILATACIÓN DEL TIEMPO.** Una de las consecuencias de la transformación de Lorentz es que el tiempo para el mismo evento no transcurre igual para diferentes observadores o sistemas de referencia.

Para un observador en reposo el tiempo no transcurre igual que para un observador en movimiento.



El tiempo (t_0) medido por el reloj en movimiento es diferente al tiempo (t) medido por el reloj en reposo.

Según la transformación de Lorentz, ($t_0 < t$)

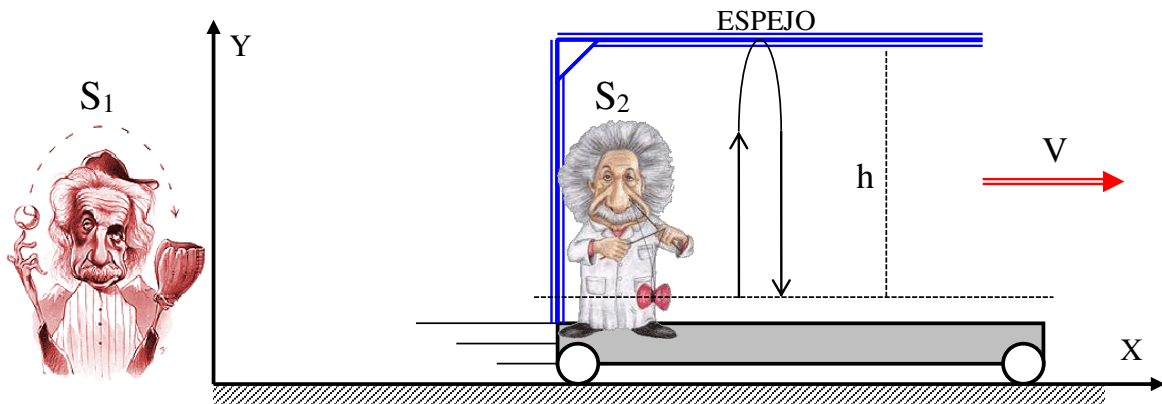
$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$$

V: velocidad de la nave cósmica.

C: velocidad de la luz en el aire o vacío.

7. **DEMOSTRACIÓN DE LA DILATACIÓN DEL TIEMPO.**

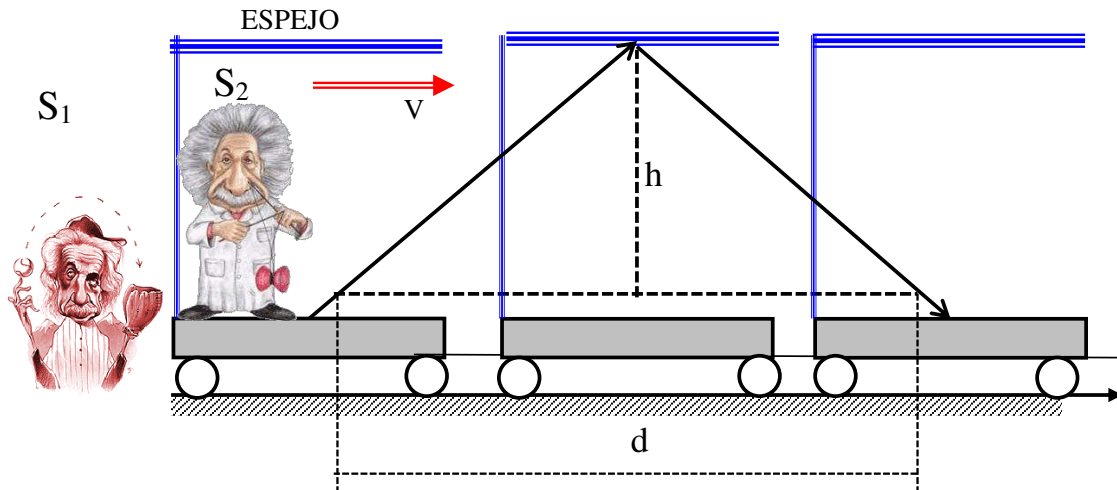
Consideramos un espejo en el techo del carro que se mueve con velocidad V y una linterna que envía un rayo de luz en el espejo y regresa.



Calculamos el tiempo (t_0) que tarde la luz en ir y volver del espejo para el observador en movimiento:

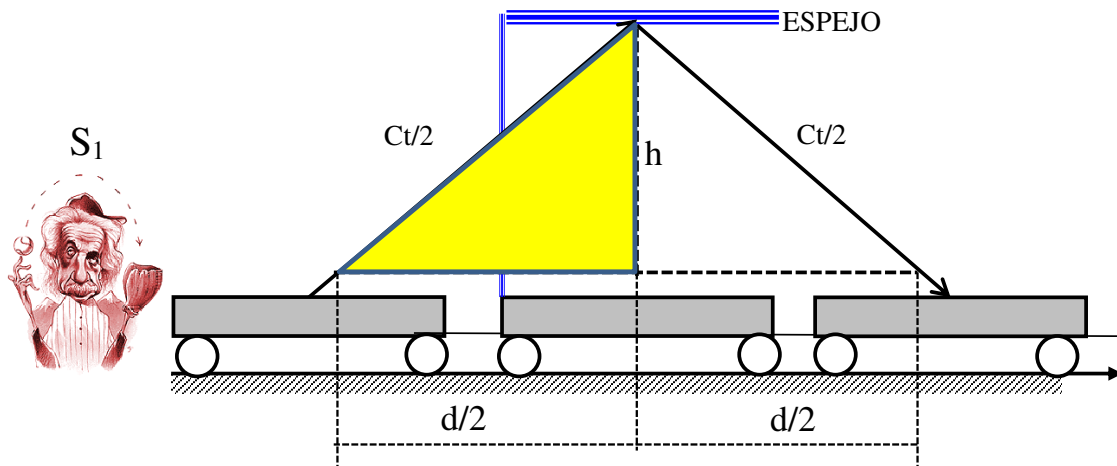
$$t_0 = \frac{2h}{C} \Rightarrow h = \frac{Ct_0}{2} \dots (1)$$

Calculamos el tiempo (t) que tarda la luz en ir y volver del espejo para el observador en reposo.



Mientras la luz avanza y regresa del espejo al observador en reposo ve que el carro avanza una distancia:

$$d = V \cdot t$$



Aplicamos el teorema de Pitágoras: $\left(\frac{Ct}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{Vt}{2}\right)^2 \dots (2)$

Reemplazando la ecuación (1) en (2):

$$\left(\frac{C.t}{2}\right)^2 = \left(\frac{C.t_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{V.t}{2}\right)^2$$

$$(C.t)^2 = (C.t_0)^2 + (V.t)^2 \Rightarrow t^2(C^2 - V^2) = C^2.(t_0)^2$$

Finalmente:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}} \text{ donde, } V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} < 1$$

Otra forma práctica: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - (\beta)^2}} \Rightarrow t > t_0$

Obsérvese que para velocidades cotidianas los tiempo transcurridos son prácticamente iguales. Esta teoría es válida solo para partículas cuya rapidez es comparable con velocidad de la luz en el vacío C .

EJEMPLO 01: Una nave cósmica se aleja de nuestro planeta con velocidad de $0,6C$ con respecto a un observador en la tierra. Si en la nave transcurre 40 horas, ¿Cuántas horas habrá transcurrido para el observador en la tierra?

RESOLUCIÓN

El tiempo transcurrido para el reloj instalado en la nave es: $t_0 = 40 \text{ h}$

La velocidad del reloj en movimiento es: $V = 0,6C$

La razón:

$$\beta = \frac{V}{C} = 0,6 \Rightarrow \beta^2 = 0,36$$

El tiempo transcurrido para un reloj instalado en la tierra es: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

Reemplazando los datos, tenemos que: $t = \frac{40 \text{ h}}{\sqrt{1 - 0,36}} = \frac{40 \text{ h}}{0,8} = 50 \text{ h}$

Respuesta: Para el observador en la tierra han transcurrido 50 horas.

EJEMPLO 02: Una nave cósmica se aleja de nuestro planeta con velocidad de $0,8C$ con respecto a un observador en la tierra. Si en la nave transcurre 60 horas, ¿Cuántas horas habrá transcurrido para el observador en la tierra.

RESOLUCIÓN

El tiempo transcurrido para el reloj instalado en la nave es: $t_0 = 60 \text{ h}$

La velocidad del reloj en movimiento es: $V = 0,8C$

La razón:

$$\beta = \frac{V}{C} = 0,8 \Rightarrow \beta^2 = 0,64$$

El tiempo transcurrido para un reloj instalado en la tierra es: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

Reemplazando los datos, tenemos que: $t = \frac{60 h}{\sqrt{1-0,64}} = \frac{60 h}{0,6} = 100 h$

Respuesta: Para el observador en la tierra han transcurrido 100 horas.

EJEMPLO 03: ¿Con que rapidez se debe alejar una nave cósmica con respecto a un observador en la tierra?, tal que el tiempo transcurrido para un observador en la tierra sea el doble del tiempo transcurrido para un reloj instalado en el interior de la nave?

RESOLUCIÓN

El tiempo transcurrido para el reloj instalado en la nave es: t_0

El tiempo transcurrido para el reloj instalado en la tierra es: $t = 2.t_0$

El tiempo transcurrido para un reloj instalado en la tierra es: $t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

$$\begin{aligned} \text{Reemplazando:} \quad 2.t_0 &= \frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}} \Rightarrow \sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2} = \frac{1}{2} \\ 1-\left(\frac{V}{C}\right)^2 &= \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{V}{C}\right)^2 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Respuesta: La velocidad del reloj en movimiento es: $V = \frac{\sqrt{3}.C}{2}$

EJEMPLO 04: Un cosmonauta viaja a un planeta lejano localizado a 6 años luz de nuestro planeta. La nave se desplaza con una rapidez $0,6C$. ¿Cuántos años demora el viaje para un observador en reposo en la tierra?, ¿Cuántos años demora el viaje para un observador en la nave?

RESOLUCIÓN

Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año con su máxima rapidez C . La distancia es 6 años luz. $d = 6.C$

Para el observador ubica en la Tierra (en reposo relativo):

$$t = \frac{d}{V} = \frac{6.C}{0,6.C} = 10 \text{ años}$$

Para un observador ubicado en la nave (en movimiento): $t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

La velocidad del reloj en movimiento es: $V = 0,6C$

La razón: $\beta = \frac{V}{C} = 0,6 \Rightarrow \beta^2 = 0,36$

Reemplazando los datos, tenemos que: $10 = \frac{t_0}{\sqrt{1-0,36}} \Rightarrow 10 = \frac{t_0}{0,8}$

Respuesta: Para el observador en la nave ha transcurrido 8 años.

EJEMPLO 05: Dos gemelos tenían 21 años, cuando uno de ellos viaja a un planeta ubicado a un planeta ubicado a 24 años luz de la tierra en una nave cuya rapidez es $0,8C$, mientras que el otro se queda en la tierra. ¿Qué edad tendrá cada gemelo cuando el gemelo cosmonauta regresa a la tierra?

RESOLUCIÓN

El planeta se halla a una distancia de 24 años luz, el recorrido de ida y vuelta es el doble. $d = 48.C$

Para el observador ubica en la Tierra (en reposo relativo):

$$t = \frac{d}{V} = \frac{48.C}{0,8.C} = 60 \text{ años}$$

La edad del gemelo en la tierra es: $G_1 = 21 + 60 = 81 \text{ años}$

Para un observador ubicado en la nave (en movimiento): $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

La velocidad del reloj en movimiento es: $V = 0,8C$

La razón: $\beta = \frac{V}{C} = 0,8 \Rightarrow \beta^2 = 0,64$

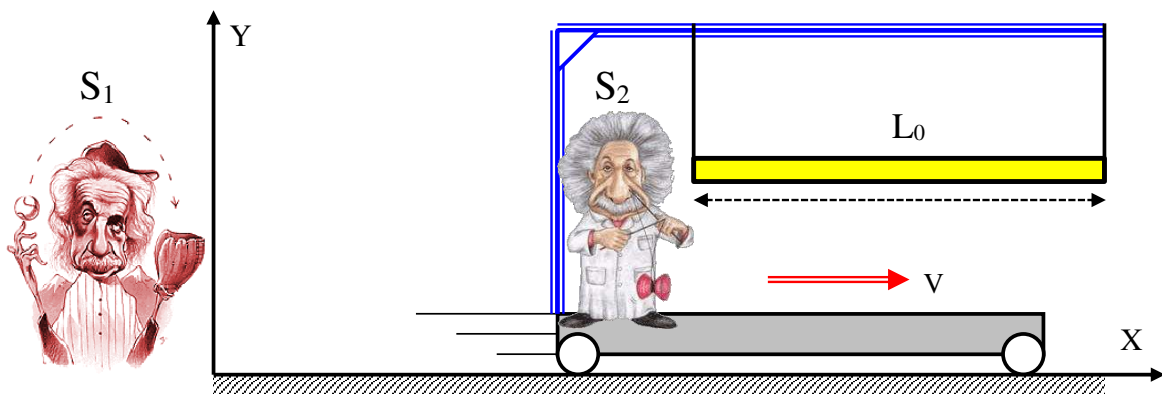
Reemplazando los datos, tenemos que: $60 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - 0,64}} \Rightarrow 60 = \frac{t_0}{0,6}$

Para el observador en la nave ha transcurrido 36 años.

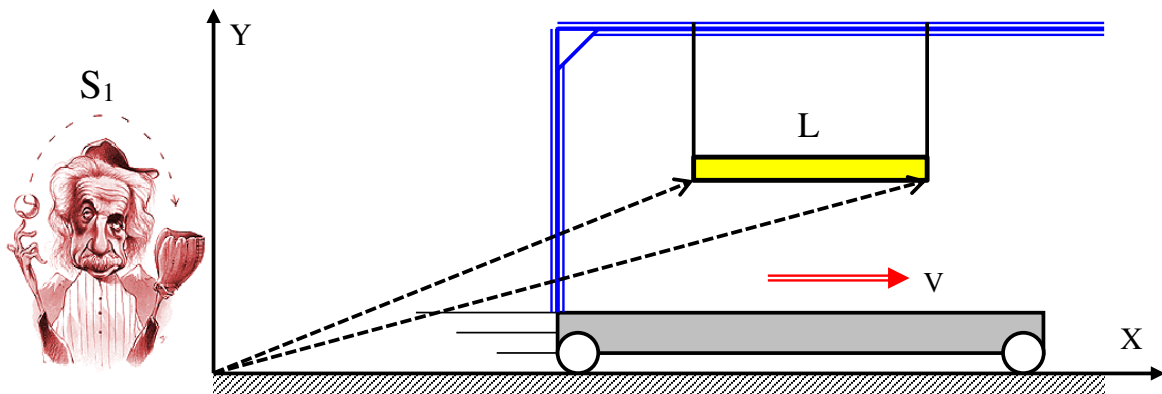
La edad del gemelo en movimiento es: $G_2 = 21 + 36 = 57 \text{ años}$

Respuesta: En el encuentro los gemelos tienen 81 y 57 años.

8. **CONTRACCIÓN DE LA LONGITUD EN UNA DIRECCIÓN.** Según la transformación de Lorentz los cuerpos rígidos se contraen en la dirección del movimiento respecto del observador en reposo.



Para el observador en movimiento la barra mide L_0 pero para el observador en reposo ve la barra contraída, es decir de menor tamaño.

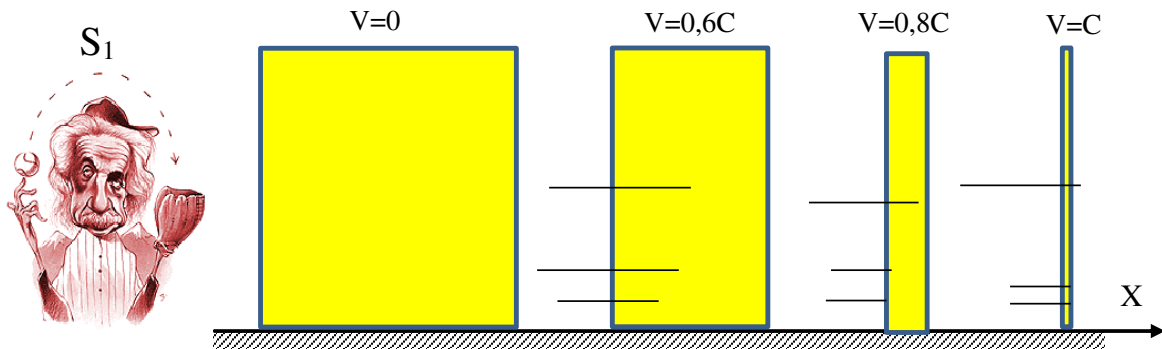


Los observadores en reposo ven que los cuerpos rígidos se contraen debido al movimiento, y en la dirección del movimiento.

Se puede demostrar que:
$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

donde,
$$V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} < 1$$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - (\beta)^2}$$



Hay que recordar que los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, mas no en la dirección transversal. Observe que la altura del rectángulo no cambia en el movimiento horizontal.

EJEMPLO 01: Si un tren de 500 m de largo viaja con una rapidez de $0,8C$, ¿Cuál será la longitud del tren para un observador en reposo en la tierra?

RESOLUCIÓN

Los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, se verá de menor tamaño:

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

donde,

$$V \ll C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = 0,8 \Rightarrow \beta^2 = 0,64$$

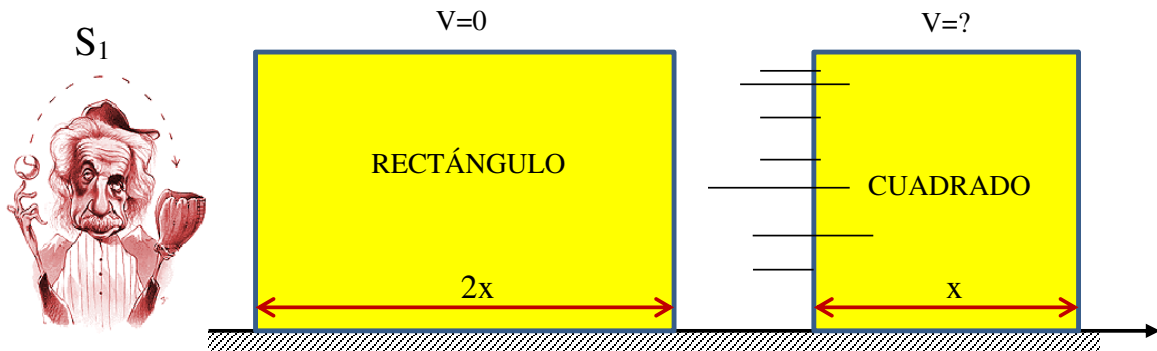
$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - (\beta)^2} = 500 \cdot \sqrt{1 - 0,64} = 300 \text{ m}$$

Respuesta: La longitud del tren se reduce a 300 metros.

EJEMPLO 02: Se tiene un rectángulo cuya altura mide la mitad del largo de la base. ¿Con qué velocidad debe moverse el rectángulo en dirección de la base tal que para un observador en reposo lo aprecie como un cuadrado?

RESOLUCIÓN

Los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, se verá de menor tamaño:



Datos del problema:

Largo: $2x$

Altura: x

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$x = 2x \cdot \sqrt{1 - (\beta)^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{3}{4}$$

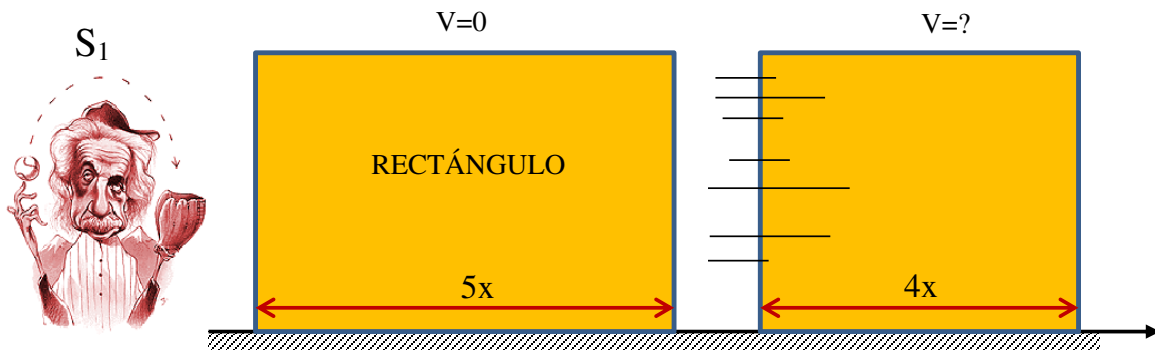
$$V \ll C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3} \cdot C}{2}$$

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,86 C$

EJEMPLO 03: ¿Con qué velocidad debe moverse el rectángulo en dirección de la base tal que para un observador en reposo lo aprecie reducido en un 20 %?

RESOLUCIÓN

Los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, se verá de menor tamaño:



Datos del problema:

Largo en reposo: $5x$

largo en movimiento: $4x$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$4x = 5x \cdot \sqrt{1 - (\beta)^2} \Rightarrow 0,64 = \sqrt{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta^2 = 0,36$$

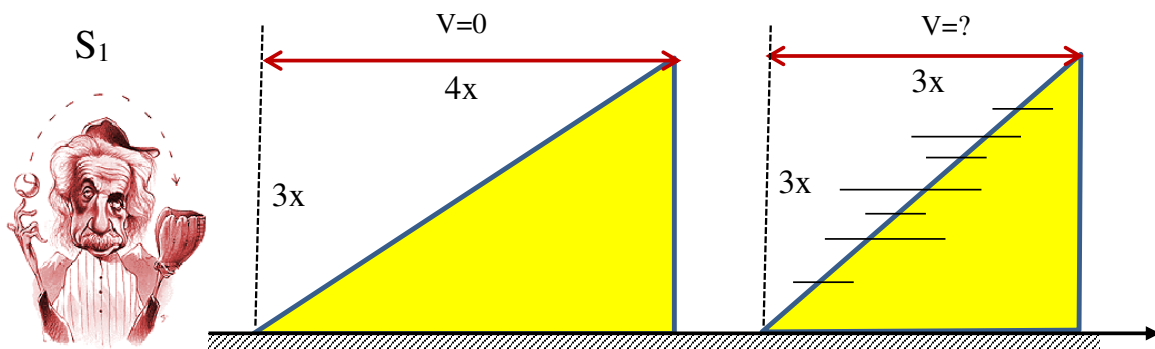
$$V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = 0,6 \Rightarrow V = 0,6C$$

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,6C$

EJEMPLO 03: ¿Con qué velocidad debe moverse el triángulo rectángulo de dimensiones proporcionales a 3, 4 y 5 en dirección de la base tal que para un observador en reposo lo aprecie como un triángulo rectángulo isósceles?

RESOLUCIÓN

Los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, se verá de menor tamaño:



Datos del problema:

Largo de la base en reposo: $4x$

Largo de la base en movimiento: $3x$

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$3x = 4x \sqrt{1 - (\beta)^2} \Rightarrow 0,75 = \sqrt{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{7}{16}$$

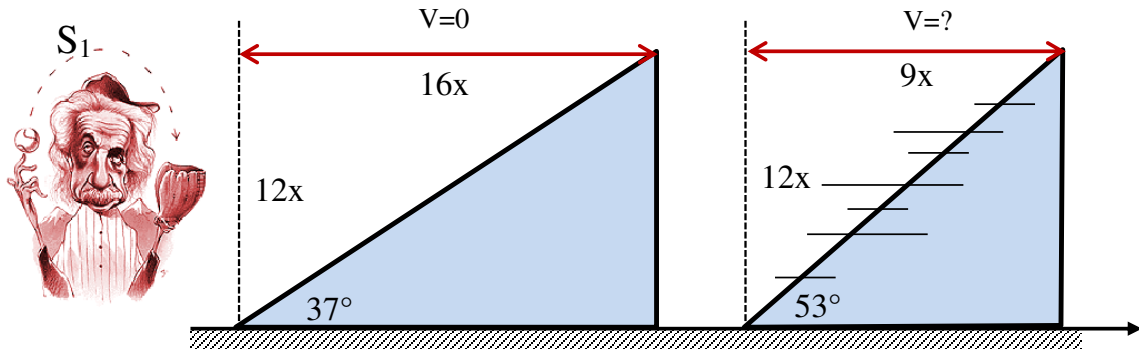
$$V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow V = 0,66 C$$

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,66 C$

EJEMPLO 04: ¿Con qué velocidad debe moverse el triángulo rectángulo cuya hipotenusa forma un ángulo de 37° respecto de la horizontal? tal que un observador en reposo observe a la hipotenusa formando un ángulo de 53° respecto de la horizontal.

RESOLUCIÓN

Los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, se verá de menor tamaño:



Datos del problema:

Largo de la base en reposo: $16x$

Largo de la base en movimiento: $9x$

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$9x = 16x \sqrt{1 - (\beta)^2} \Rightarrow \frac{9}{16} = \sqrt{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{175}{256}$$

$$V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = 0,83 \Rightarrow V = 0,83 C$$

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,83 C$

EJEMPLO 05: Un cosmonauta viaja a un planeta lejano localizado a 16 años luz de nuestro planeta tierra. La nave se desplaza con una rapidez $0,8 C$. ¿En qué tiempo medido desde la tierra llegará la nave a su destino? Para los tripulantes, ¿Cuál es la distancia entre la tierra y el planeta?, ¿Cuánto tiempo demora el viaje?

RESOLUCIÓN

Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año con su máxima rapidez C . La distancia es 16 años luz. $d = 16.C$

Para el observador ubica en la Tierra (en reposo relativo):

$$t = \frac{d}{V} = \frac{16.C}{0,8.C} = 20 \text{ años}$$

Para un observador ubicado en la nave (tripulantes): $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

La velocidad del reloj en movimiento es: $V = 0,8C$

La razón: $\beta = \frac{V}{C} = 0,8 \Rightarrow \beta^2 = 0,64$

Reemplazando los datos, tenemos que: $20 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - 0,64}} \Rightarrow 20 = \frac{t_0}{0,6}$

Para el observador en la nave ha transcurrido 12 años.

Para los tripulantes de la nave la distancia es: $d = d_0 \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$

$$d = 16.C \cdot \sqrt{1 - 0,64} = 16.C \cdot (0,6) = 9,6C$$

$$d = V \cdot t_0 = (0,8.C)(12) = 9,6C$$

Respuesta: La distancia para los tripulantes es 9,6 años luz.

Observación: Para los tripulantes han transcurrido 12 años desde que salieron de la tierra hasta que llegaron a su destino. Sin embargo para el observador en la tierra el viaje dura 20 años.

EJEMPLO 06: Se tiene un cubo de volumen $36m^3$, ¿Cuál será el nuevo volumen del solido? si se mueve paralelamente a una de sus aristas con velocidad de $0,8C$.

RESOLUCIÓN

El volumen del cubo para un observador en reposo relativo es: $V_0 = (L_0)(L_0)(L_0) = 36 m^3$

Los observadores en reposo ven que los cuerpos rígidos se contraen debido al movimiento, y en la dirección del movimiento.

Se puede demostrar que: $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$

donde, $V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = 0,8$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - (\beta)^2}$$

El volumen del cubo para un observador en reposo relativo es: $V = (L_0)(L_0)(L)$

El volumen en movimiento es: $V = (L_0)(L_0)(L_0 \cdot \sqrt{1 - \beta^2})$

$$V = (V_0)(\sqrt{1 - \beta^2})$$

Reemplazando: $V = 30m^3(\sqrt{1-0,64}) = 30m^3(0,6) = 18 m^3$

Respuesta: el volumen del cubo en movimiento es $18 m^3$

EJEMPLO 07: Un cosmonauta se dirige de la Luna a la Tierra, cuya distancia es 384.000 km medido por un observador en la tierra. La nave se desplace con una rapidez $0,8 C$. ¿En qué tiempo medido desde la tierra llegará la nave a la Tierra? Para los tripulantes, ¿Cuál es la distancia entre la tierra y la luna?, ¿Cuánto tiempo demoró el viaje de la Luna a la Tierra?

RESOLUCIÓN

Para el observador ubicado en la Tierra (en reposo relativo):

$$t = \frac{d}{V} = \frac{384.000 \text{ km}}{0,8.C} = \frac{384.000 \text{ km}}{0,8 \cdot \left(300.000 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right)} = 1,6 \text{ s}$$

Para un observador ubicado en la nave (tripulantes): $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$

La velocidad del reloj en movimiento es: $V = 0,8 C$

La razón: $\beta = \frac{V}{C} = 0,8 \Rightarrow \beta^2 = 0,64$

Reemplazando los datos, tenemos que: $1,6 = \frac{t_0}{\sqrt{1-0,64}} \Rightarrow 1,6 = \frac{t_0}{0,6}$

Para el observador en la nave ha transcurrido $t_0 = 0,96 \text{ s}$.

Para los tripulantes de la nave la distancia es: $d = V.t_0 = (0,8.C)(0,96 \text{ s}) = 0,768.C$

$$d = 0,768 \text{ s} \cdot \left(300.000 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right) = 230.400 \text{ km}$$

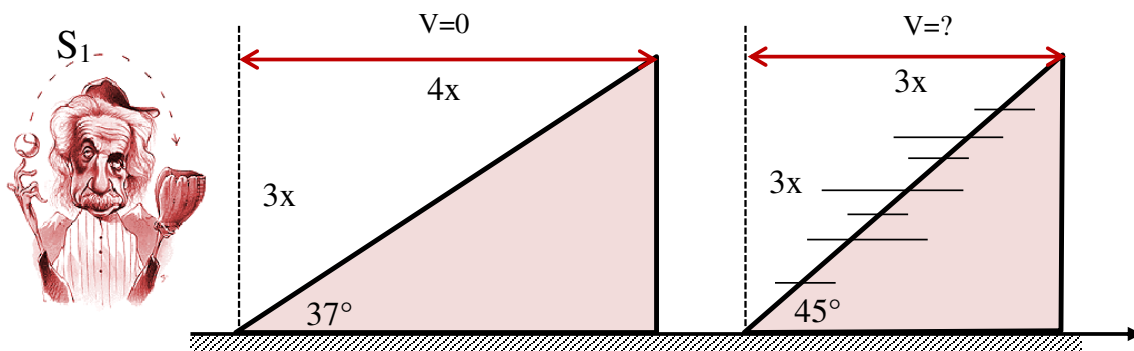
Respuesta: La distancia para los tripulantes es 230.400 km

Observación: Para los tripulantes han transcurrido $t_0 = 0,96 \text{ s}$ desde que salieron de la Luna hasta que llegaron a la Tierra. Sin embargo, para el observador en la tierra el viaje dura $t = 1,6 \text{ s}$.

EJEMPLO 08: ¿Con qué velocidad debe moverse el triángulo rectángulo cuya hipotenusa forma un ángulo de 37° respecto de la horizontal? tal que un observador en reposo observe a la hipotenusa formando un ángulo de 45° respecto de la horizontal.

RESOLUCIÓN

Los cuerpos rígidos se contraen solamente en la dirección del movimiento, se verá de menor tamaño:



Datos del problema:

Largo de la base en reposo: $4x$

Largo de la base en movimiento: $3x$

$$L = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$$

$$3x = 4x \sqrt{1 - (\beta)^2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \sqrt{1 - \beta^2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{7}{16}$$

$$V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = 0,66 \Rightarrow V = 0,66C$$

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,66C$

9. **DILATACIÓN DE LA MASA.** Sea m_0 la masa de un cuerpo en reposo con relación a un observador, y sea m la masa del mismo cuerpo cuando se mueve relativa V . Entonces la masa del cuerpo habrá experimentado un aumento tal que:

La masa en movimiento aumenta: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$ donde, $V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} < 1$

Otra forma práctica: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow m > m_0$

La masa aumenta, cuando el cuerpo se encuentra en movimiento.

EJEMPLO 01: Se tiene una esfera de masa m_0 en reposo. ¿Cuál es la velocidad de la esfera tal que su masa se duplica? según la teoría de Einstein.

RESOLUCIÓN

La masa en reposo es: m_0

La masa en movimiento es: $2m_0$

La máxima rapidez de la luz es: $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

La masa relativista es: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow m > m_0$

Reemplazando: $2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{2}$

Despejando: $1-\beta^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \beta^2 = \frac{3}{4}$

$$V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot C$$

Respuesta: la masa se duplica cuando la velocidad es $0,865C$

EJEMPLO 02: Se tiene un cubo de densidad $3,6 \text{ kg/m}^3$, ¿Cuál será la nueva densidad del sólido? si se mueve paralelamente a una de sus aristas con velocidad de $0,8C$.

RESOLUCIÓN

El volumen del cubo para un observador en reposo relativo es: $V_0 = (L_0)(L_0)(L_0)$

Los observadores en reposo ven que los cuerpos rígidos se contraen debido al movimiento, y en la dirección del movimiento.

Se puede demostrar que: $L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}$ donde, $V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = 0,8$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - (\beta)^2}$$

El volumen del cubo para un observador en reposo relativo es: $V = (L_0)(L_0)(L)$

El volumen en movimiento es: $V = (L_0)(L_0)(L_0 \cdot \sqrt{1-\beta^2})$

$$V = (V_0)(\sqrt{1-\beta^2})$$

La masa en movimiento aumenta: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{C}\right)^2}}$ donde, $V < C \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} < 1$

Otra forma práctica: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow m > m_0$

La densidad inicial es: $d_0 = \frac{m_0}{V_0}$

La densidad en movimiento es: $d = \frac{m}{V} = \frac{\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}}{V_0 \cdot \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{d_0}{1-\beta^2}$

La nueva densidad es:
$$d = \frac{d_0}{1 - \beta^2} = \frac{3,6 \text{ kg/m}^3}{1 - 0,64} = \frac{3,6 \text{ kg/m}^3}{0,36}$$

$$d = 10 \text{ kg/m}^3$$

Respuesta: la densidad del sólido en movimiento es 10 kg/m^3

- 10. LA ENERGÍA EN REPOSO:** Sea m_0 la masa de un cuerpo en reposo con relación a un observador, la energía inherente a los cuerpos por el solo hecho de su existencia es proporcional a la masa en reposo, tal que:

$$E_0 = m_0 \cdot C^2$$

C : máxima rapidez de la luz, en el vacío.

E_0 : energía en reposo.

EJEMPLO: ¿A cuánto equivale un gramo de masa que se transforma en energía? según la teoría de Einstein.

RESOLUCIÓN

La masa en kilogramos es: $m_0 = 10^{-3} \text{ kg}$

La máxima rapidez de la luz es: $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

$$E_0 = (10^{-3})(3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{13} \text{ J}$$

$$E_0 = 90 \times 10^{12} \text{ J} = 90 \text{ billones de joules}$$

Respuesta: Un gramo de masa equivale a 90 billones de joules.

- 11. DINÁMICA RELATIVISTA Y LA ENERGÍA TOTAL:** Sea m la masa del cuerpo en movimiento con relación a un observador, se verifica que ella posee una energía total que esta dada por:

$$E = m \cdot C^2$$

C : máxima rapidez de la luz, en el vacío.

E : energía total.

$$E = \frac{m_0 \cdot C^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Siendo V la velocidad del cuerpo respecto de un observador en reposo.

La energía total es mayor que la energía en reposo: $E > E_0$

EJEMPLO 01: Si un electrón en reposo tiene energía de $E_0 = 0,6 \text{ MeV}$. Calcular la energía relativista del electrón cuando se mueve con rapidez de $0,8 C$.

RESOLUCIÓN

La energía relativista o total es mayor que la energía en reposo: $E > E_0$

$$\beta = \frac{V}{C} = 0,8 \Rightarrow \beta^2 = 0,64$$

$$\text{Reemplazando tenemos: } E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow E = \frac{0,6 \text{ MeV}}{\sqrt{1-0,64}} = \frac{0,6 \text{ MeV}}{0,8} = 1,0 \text{ MeV}$$

Respuesta: la energía relativista del electrón es 1,0 MeV

EJEMPLO 02: Si un electrón en reposo tiene energía de $E_0 = 3,6 \text{ MeV}$. Calcular la energía relativista del electrón cuando se mueve con rapidez de 0,6 C.

RESOLUCIÓN

La energía relativista o total es mayor que la energía en reposo: $E > E_0$

$$\beta = \frac{V}{C} = 0,6 \Rightarrow \beta^2 = 0,36$$

$$\text{Reemplazando tenemos: } E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow E = \frac{3,6 \text{ MeV}}{\sqrt{1-0,36}} = \frac{3,6 \text{ MeV}}{0,8} = 4,5 \text{ MeV}$$

Respuesta: la energía relativista del electrón es 4,5 MeV

- 12. RELACIÓN ENTRE LA MASA Y LA ENERGÍA.** Todo cambio de la energía ΔE que experimenta un cuerpo esta implícitamente acompañado por una variación de su masa Δm , tal que:

$$\frac{\Delta m}{1} = \frac{\Delta E}{C^2}$$

Si un sistema absorbe energía, entonces su masa aumenta.

EJEMPLO 01: Si una pelota en reposo tiene 500 gramos, cuando recibe una patada, la pelota en movimiento tiene una masa mayor de 500 gramos. Si tenemos un resorte elástico de 400 gramos en su estado natural, cuando el resorte es deformado, su masa es mayor a 400 gramos. Si tenemos un kilogramo de agua a 0 °C, cuando calentamos el agua hasta 100 °C, la masa del agua es mayor a 1 kilogramo. En todos estos casos se cumple la relación masa y energía establecida en la Teoría de Relatividad de Albert Einstein.

EJEMPLO 02: Una pelota que se encuentra en reposo, recibe una patada y adquiere energía cinética de traslación de 500 J. ¿Cuál es el incremento de masa de la pelota?

RESOLUCIÓN

Todo cambio de la energía ΔE que experimenta un cuerpo esta implícitamente acompañado por una variación de su masa Δm , tal que:

$$\frac{\Delta m}{1} = \frac{\Delta E}{C^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta E}{C^2} = \frac{500 \text{ J}}{\left(3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 5,6 \times 10^{-15} \text{ kg}$$

Respuesta: La masa aumenta en $5,6 \times 10^{-6}$ microgramos

Si un sistema absorbe energía, entonces su masa aumenta.

EJEMPLO 03: Una tetera contiene agua a 0 °C, recibe energía calorífica de 4.000 J hasta alcanzar los 100 °C. ¿Cuál es el incremento de masa del agua en este proceso?

RESOLUCIÓN

Todo cambio de la energía ΔE que experimenta un cuerpo esta implícitamente acompañado por una variación de su masa Δm , tal que:

$$\frac{\Delta m}{1} = \frac{\Delta E}{C^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta E}{C^2} = \frac{4.000 \text{ J}}{\left(3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 4,4 \times 10^{-14} \text{ kg}$$

Respuesta: La masa aumenta en $4,4 \times 10^{-5}$ microgramos

Si un sistema absorbe energía, entonces su masa aumenta.

EJEMPLO 04: Un resorte se encuentra en su estado natural, lo estiramos y, adquiere energía elástica de 2.000 J. ¿Cuál es el incremento de masa del resorte?

RESOLUCIÓN

Todo cambio de la energía ΔE que experimenta un cuerpo esta implícitamente acompañado por una variación de su masa Δm , tal que:

$$\frac{\Delta m}{1} = \frac{\Delta E}{C^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta E}{C^2} = \frac{2.000 \text{ J}}{\left(3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 2,2 \times 10^{-14} \text{ kg}$$

Respuesta: La masa aumenta en $2,2 \times 10^{-5}$ microgramos

Si un sistema absorbe energía, entonces su masa aumenta.

13. TEOREMA DE LA ENERGÍA CINÉTICA. Es la energía que tiene el cuerpo debido a su movimiento, y viene dada por la ecuación:

$$E = E_0 + E_C \Rightarrow E_C = E - E_0$$

E : energía relativista o total.

E_0 : Energía en reposo.

E_C : Energía cinética.

EJEMPLO 01: Un electrón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una energía relativista final de 2,5 MeV. La energía en reposo del electrón es $E_0 = 0,5 \text{ MeV}$. Determine:

a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final.

b) La velocidad final del electrón.

RESOLUCIÓN

a) Es la energía que tiene el cuerpo debido a su movimiento, y viene dada por la ecuación:

$$E = E_0 + E_C \Rightarrow 2,5 \text{ MeV} = 0,5 \text{ MeV} + E_C$$

La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final es $E_C = 2,0 \text{ MeV}$

b) La energía total es mayor que la energía en reposo: $E > E_0$

$$\text{Reemplazando tenemos: } E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow 2,5 = \frac{0,5}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Despejando $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \beta^2 = \frac{24}{25} \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = \frac{2\sqrt{6}}{5} = 0,98$

Respuesta: la velocidad final del electrón es $V = 0,98 C$

EJEMPLO 02: Un electrón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una energía relativista final de $1,2 \text{ MeV}$. La energía en reposo del electrón es $E_0 = 0,6 \text{ MeV}$. Determine:

- La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final.
- La velocidad final del electrón.

RESOLUCIÓN

a) Es la energía que tiene el cuerpo debido a su movimiento, y viene dada por la ecuación:

$$E = E_0 + E_C \Rightarrow 1,2 \text{ MeV} = 0,6 \text{ MeV} + E_C$$

La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final es $E_C = 0,6 \text{ MeV}$

b) La energía relativista o total es mayor que la energía en reposo: $E > E_0$

Reemplazando tenemos: $E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow 1,2 = \frac{0,6}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Despejando $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$

Respuesta: la velocidad final del electrón es $V = 0,866 C$

EJEMPLO 03: Un electrón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una energía relativista final de $2,0 \text{ MeV}$. La energía en reposo del electrón es $E_0 = 1,5 \text{ MeV}$. Determine:

- La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final.
- La velocidad final del electrón.

RESOLUCIÓN

a) Es la energía que tiene el cuerpo debido a su movimiento, y viene dada por la ecuación:

$$E = E_0 + E_C \Rightarrow 2,0 \text{ MeV} = 1,5 \text{ MeV} + E_C$$

La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final es $E_C = 0,5 \text{ MeV}$

b) La energía relativista o total es mayor que la energía en reposo: $E > E_0$

Reemplazando tenemos: $E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow 2,0 = \frac{1,5}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Despejando $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta^2 = \frac{7}{16} \Rightarrow \beta = \frac{V}{C} = \frac{\sqrt{7}}{4} = 0,66$

Respuesta: la velocidad final del electrón es $V = 0,66 C$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Dos cohetes A y B se aproximan con rapidez de $V_A = 0,8C$ y $V_B = 0,6C$. Determinar la velocidad relativa de A respecto de B.



Respuesta: $V_{A/B} = 0,945C$

El móvil A respecto de B se mueve hacia la derecha.

2. Se muestra el movimiento de dos automóviles A y B. Determinar la velocidad del automóvil A respecto del automóvil B.



Respuesta: El observador ubicado en el móvil B observa al móvil A, moverse con rapidez de 21 m/s.

$$V_{A/B} = V_A - V_B = 21 \text{ m/s}$$

3. Una nave cósmica se aleja de nuestro planeta con velocidad de $0,6C$ con respecto a un observador en la tierra. Si en la nave transcurre 40 horas, ¿Cuántas horas habrá transcurrido para el observador en la tierra?

Respuesta: Para el observador en la tierra han transcurrido 50 horas.

4. Una nave cósmica se aleja de nuestro planeta con velocidad de $0,8C$ con respecto a un observador en la tierra. Si en la nave transcurre 60 horas, ¿Cuántas horas habrá transcurrido para el observador en la tierra?

Respuesta: Para el observador en la tierra han transcurrido 100 horas.

5. ¿Con que rapidez se debe alejar una nave cósmica con respecto a un observador en la tierra?, tal que el tiempo transcurrido para un observador en la tierra sea el doble del tiempo transcurrido para un reloj instalado en el interior de la nave?

Respuesta: La velocidad del reloj en movimiento es: $V = \frac{\sqrt{3} \cdot C}{2}$

6. Un cosmonauta viaja a un planeta lejano localizado a 6 años luz de nuestro planeta. La nave se desplaza con una rapidez $0,6C$. ¿Cuántos años demora el viaje para un observador en reposo en la tierra?, ¿Cuántos años demora el viaje para un observador en la nave?

Respuesta: Para el observador en la nave ha transcurrido 8 años.

7. Dos gemelos tenían 21 años, cuando uno de ellos viaja a un planeta ubicado a un planeta ubicado a 24 años luz de la tierra en una nave cuya rapidez es $0,8C$, mientras que el otro se queda en la tierra. ¿Qué edad tendrá cada gemelo cuando el gemelo cosmonauta regresa a la tierra?

Respuesta: En el encuentro los gemelos tienen 81 y 57 años.

8. Si un tren de 500 m de largo viaja con una rapidez de $0,8C$, ¿Cuál será la longitud del tren para un observador en reposo en la tierra?

Respuesta: La longitud del tren se reduce a 300 metros.

9. Se tiene un rectángulo cuya altura mide la mitad del largo de la base. ¿Con qué velocidad debe moverse el rectángulo en dirección de la base tal que para un observador en reposo lo aprecie como un cuadrado?

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,86C$

10. ¿Con qué velocidad debe moverse el rectángulo en dirección de la base tal que para un observador en reposo lo aprecie reducido en un 20 %?

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,6C$

11. ¿Con qué velocidad debe moverse el triángulo rectángulo de dimensiones proporcionales a 3, 4 y 5 en dirección de la base tal que para un observador en reposo lo aprecie como un triángulo rectángulo isósceles?

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,66C$

12. ¿Con qué velocidad debe moverse el triángulo rectángulo cuya hipotenusa forma un ángulo de 37° respecto de la horizontal? tal que un observador en reposo observe a la hipotenusa formando un ángulo de 53° respecto de la horizontal.

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,83C$

13. Un cosmonauta viaja a un planeta lejano localizado a 16 años luz de nuestro planeta tierra. La nave se desplaza con una rapidez $0,8C$. ¿En qué tiempo medido desde la tierra llegará la nave a su destino? Para los tripulantes, ¿Cuál es la distancia entre la tierra y el planeta?, ¿Cuánto tiempo demora el viaje?

Respuesta: La distancia para los tripulantes es 9,6 años luz

14. Se tiene un cubo de volumen $36m^3$, ¿Cuál será el nuevo volumen del solido? si se mueve paralelamente a una de sus aristas con velocidad de $0,8C$.

Respuesta: el volumen del cubo en movimiento es $18m^3$

15. Un cosmonauta se dirige de la Luna a la Tierra, cuya distancia es 384.000 km medido por un observador en la tierra. La nave se desplaza con una rapidez $0,8C$. ¿En qué tiempo medido desde la tierra llegará la nave a la Tierra? Para los tripulantes, ¿Cuál es la distancia entre la tierra y la luna?, ¿Cuánto tiempo demoró el viaje de la Luna a la Tierra?

Respuesta: La distancia para los tripulantes es 230.400 km

16. ¿Con qué velocidad debe moverse el triángulo rectángulo cuya hipotenusa forma un ángulo de 37° respecto de la horizontal? tal que un observador en reposo observe a la hipotenusa formando un ángulo de 45° respecto de la horizontal.

Respuesta: La velocidad del rectángulo es $0,66C$

17. Se tiene una esfera de masa m_0 en reposo. ¿Cuál es la velocidad de la esfera tal que su masa se duplica? según la teoría de Einstein.

Respuesta: la masa se duplica cuando la velocidad es $0,865C$

18. Se tiene un cubo de densidad $3,6 \text{ kg/m}^3$, ¿Cuál será la nueva densidad del solido? si se mueve paralelamente a una de sus aristas con velocidad de $0,8C$.

Respuesta: la densidad del solido en movimiento es 10 kg/m^3

19. ¿A cuánto equivale un gramo de masa que se transforma en energía? según la teoría de Einstein.

Respuesta: Un gramo de masa equivale a 90 billones de joules.

20. Si un electrón en reposo tiene energía de $E_0 = 0,6 \text{ MeV}$. Calcular la energía relativista del electrón cuando se mueve con rapidez de $0,8C$.

Respuesta: la energía relativista del electrón es $1,0 \text{ MeV}$

21. Si un electrón en reposo tiene energía de $E_0 = 3,6 \text{ MeV}$. Calcular la energía relativista del electrón cuando se mueve con rapidez de $0,6C$.

Respuesta: la energía relativista del electrón es $4,5 \text{ MeV}$

22. Si una pelota en reposo tiene 500 gramos, cuando recibe una patada, la pelota en movimiento tiene una masa mayor de 500 gramos. Si tenemos un resorte elástico de 400 gramos en su estado natural, cuando el resorte es deformado, su masa es mayor a 400 gramos. Si tenemos un kilogramo de agua a 0°C , cuando calentamos el agua hasta 100°C , la masa del agua es mayor a 1 kilogramo. En todos estos casos se cumple la relación masa y energía establecida en la Teoría de Relatividad de Albert Einstein.

23. Una pelota que se encuentra en reposo, recibe una patada y adquiere energía cinética de traslación de 500 J. ¿Cuál es el incremento de masa de la pelota?

Respuesta: La masa aumenta en $5,6 \times 10^{-6}$ microgramos

24. Una tetera contiene agua a 0 °C, recibe energía calorífica de 4.000 J hasta alcanzar los 100 °C. ¿Cuál es el incremento de masa del agua en este proceso?

Respuesta: La masa aumenta en $4,4 \times 10^{-5}$ microgramos

25. Un resorte se encuentra en su estado natural, lo estiramos y, adquiere energía elástica de 2.000 J. ¿Cuál es el incremento de masa del resorte?

Respuesta: La masa aumenta en $2,2 \times 10^{-5}$ microgramos

26. . Un electrón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una energía relativista final de 2,5 MeV

. La energía en reposo del electrón es $E_0 = 0,5 \text{ MeV}$. Determine:

- a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final.
- b) La velocidad final del electrón.

RESPUESTA

a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final es $E_C = 2,0 \text{ MeV}$

b) La velocidad final del electrón es $V = 0,98 C$

27. Un electrón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una energía relativista final de 1,2 MeV .

La energía en reposo del electrón es $E_0 = 0,6 \text{ MeV}$. Determine:

- a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final.
- b) La velocidad final del electrón.

RESPUESTA

a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final es $E_C = 0,6 \text{ MeV}$

b) La velocidad final del electrón es $V = 0,866 C$

28. Un electrón es acelerado a partir del reposo hasta alcanzar una energía relativista final de 2,0 MeV .

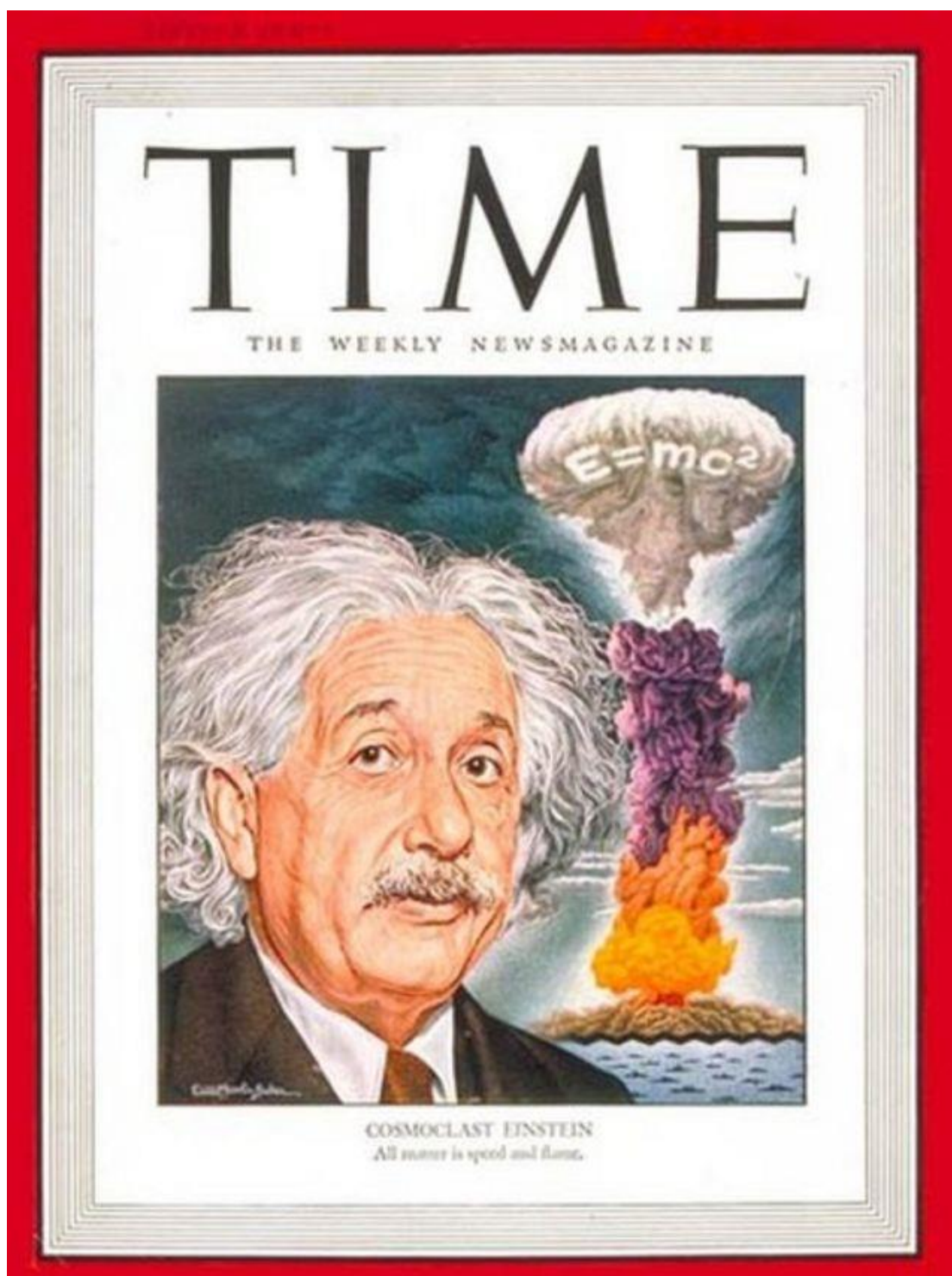
La energía en reposo del electrón es $E_0 = 1,5 \text{ MeV}$. Determine:

- a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final.
- b) La velocidad final del electrón.

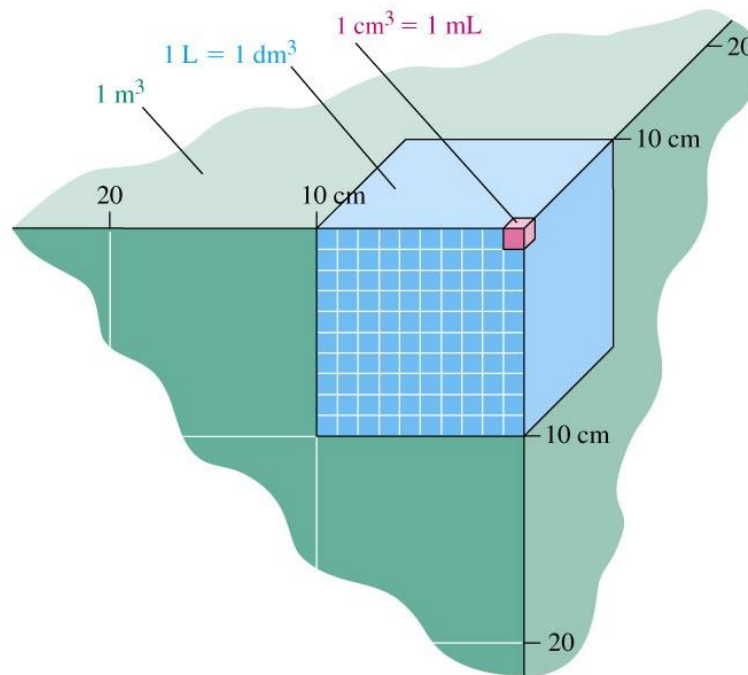
RESPUESTA

a) La energía cinética del electrón cuando alcanza la velocidad final es $E_C = 0,5 \text{ MeV}$

b) La velocidad final del electrón es $V = 0,66 C$



DIMENSIONES



1. Magnitudes físicas y el sistema internacional

Las propiedades que caracterizan a los cuerpos o a los fenómenos naturales y que se pueden medir reciben el nombre de Magnitudes Físicas. Así por ejemplo tenemos la longitud, la masa, la velocidad, la temperatura, etc. Mientras que otras propiedades como el color, el sabor, la bondad, la belleza no son magnitudes físicas, ya que no se pueden medir.

Entre las magnitudes físicas hay algunas que son independientes de las demás y se denominan "Magnitudes fundamentales" como la masa, la longitud, el tiempo, etc. Así como también existen magnitudes físicas, que dependen de las fundamentales para ser expresadas, las cuales se denominan "Magnitudes derivadas", este es el caso de la velocidad, que se define mediante una relación entre la longitud y el tiempo.

2. EL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (SI)

Es un conjunto de unidades de magnitudes fundamentales a partir del cual se debe expresar cualquier unidad de una magnitud derivada. Este fue un acuerdo común tomado por la mayor parte del mundo el 14 de octubre de 1960 en Francia.

Nombre	Dimensión	Unidad Básica	Símbolo
Longitud	L	metro	m
Masa	M	kilogramo	kg
Tiempo	T	segundo	s
Temperatura termodinámica	Θ	kelvin	K
Intensidad de corriente eléctrica	I	ampere	A
Intensidad luminosa	J	candela	cd
Cantidad de sustancia	N	mol	mol

3. FÓRMULA DIMENSIONAL

La fórmula dimensional de una magnitud dada, es una fórmula que muestra que operaciones de multiplicación o división hay que efectuar con las magnitudes físicas fundamentales para obtener la magnitud derivada.

Notación: sea X la magnitud física, entonces:

$[X]$: se lee fórmula dimensional de la magnitud física X. *Ejemplos:*

$$\text{Velocidad : } [V] = \frac{L}{T} = L.T^{-1}$$

$$\text{Aceleracion : } [A] = \frac{L.T^{-1}}{T} = L.T^{-2}$$

4. **MAGNITUDES FÍSICAS DERIVADAS.** Se dice que una magnitud física es derivada, cuando se puede expresar en función de otras magnitudes fundamentales.

1. $[AREA] = [l \text{ arg o } x \text{ ancho}] = L.L = L^2 \text{ unidad: } m^2$
2. $[volumen] = [area \times altura] = L^2.L = L^3 \text{ unidad: } m^3$
3. $[Densidad] = \frac{[masa]}{[volumen]} = \frac{M}{L^3} = M.L^{-3} \text{ unidad: } kg.m^{-3}$
4. $[caudal] = \frac{[volumen]}{[tiempo]} = \frac{L^3}{T} = L^3.T^{-1} \text{ unidad: } m^3.s^{-1}$
5. $[velocidad] = \frac{[distancia]}{[tiempo]} = \frac{L}{T} = L.T^{-1} \text{ unidad: } m.s^{-1}$
6. $[aceleracion] = \frac{[velocidad]}{[tiempo]} = \frac{L.T^{-1}}{T} = L.T^{-2} \text{ unidad: } m.s^{-2}$
7. $[fuerza] = [masa \times aceleracion] = M.L.T^{-2}$
unidad: $1kg.m.s^{-2} = 1newton = 1 N$
8. $[trabajo] = [fuerza \times distancia] = (M.L.T^{-2}).L = M.L^2.T^{-2}$
unidad: $1kg.m^2.s^{-2} = 1 joule = 1 J$
9. $[potencia] = \frac{[trabajo]}{[tiempo]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{T} = M.L^2.T^{-3}$
unidad: $1kg.m^2.s^{-3} = 1 watt = 1 W$
10. $[presion] = \frac{[fuerza]}{[area]} = \frac{M.L.T^{-2}}{L^2} = M.L^{-1}.T^{-2}$
unidad: $1kg.m^{-1}.s^{-2} = 1 pascal = 1 Pa$
11. $[energia] = [presion \times volumen] = (M.L^{-1}.T^{-2}).L^3 = M.L^2.T^{-2}$
unidad: $1kg.m^2.s^{-2} = 1 joule = 1 J$
12. $[energia] = [MASA \times (VELOCIDAD)^2] = M.(L.T^{-1})^2 = M.L^2.T^{-2}$
unidad: $1kg.m^2.s^{-2} = 1 joule = 1 J$
13. $[trabajo] = [energia] = [calor] = M.L^2.T^{-2}$
14. $[capacidad calorifica] = \frac{[calor]}{[temperatura]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{\Theta} = M.L^2.T^{-2}.\Theta^{-1} \text{ unidad: } 1kg.m^2.s^{-2}.K$
15. $[calor especifico] = \frac{[calor]}{[masa][temperatura]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{M.\Theta} = L^2.T^{-2}.\Theta^{-1}$
unidad: $m^2.s^{-2}.K$

5. DIMENSIÓN.

La **dimensión** indica las veces en que varía la **magnitud física fundamental** en una magnitud derivada.

$$[X] = L^a.M^b.T^c.\Theta^d.I^e.J^f.N^g$$

La fórmula dimensional está dada en función de siete magnitudes fundamentales. Así mismo los exponentes **a, b, c, d, e, f y g** se llaman **dimensiones**.

6. MAGNITUDES FÍSICAS DERIVADAS.

Son aquellas magnitudes que se expresan en función de las magnitudes físicas fundamentales.

7. REGLAS DIMENSIONALES

a) Si el valor numérico de la magnitud X es igual al producto (cociente) de los valores numéricos de las magnitudes A y B, entonces la dimensión de X será igual al producto (cociente) de las dimensiones A y B

$$X = A \cdot B \Rightarrow [X] = [A] \cdot [B]$$

$$X = \frac{A}{B} \Rightarrow [X] = \frac{[A]}{[B]} = [A] \cdot [B]^{-1}$$

b) Si el valor numérico de la magnitud X es igual a la potencia “m” del valor numérico de la magnitud A, entonces la dimensión de X es igual a la potencia m/n de la dimensión de A.

$$X = A^{m/n} \Rightarrow [X] = [A]^{m/n}$$

$$X = \sqrt{A} \Rightarrow [X] = [\sqrt{A}] = \sqrt{[A]}$$

$$X = A^n \Rightarrow [X] = [A]^n = [A^n]$$

$$X = \frac{1}{A^n} \Rightarrow [X] = [A]^{-n} = [A^{-n}]$$

c) Si el valor numérico de la magnitud X es un coeficiente constante (número; ángulo en radianes; función trigonométrica, función logarítmica;.....etc.) que es independiente de la dimensión de las magnitudes (unidades) fundamentales, entonces la dimensión de X es nula, y X es denominada “adimensional”.

$$X = N \text{ (numero)} \Rightarrow [X] = 1$$

$$X = \text{Sen} \alpha \Rightarrow [X] = 1 \text{ y } [\alpha]$$

$$X = \text{Ln} 8 \Rightarrow [X] = 1$$

$$X = \text{Cos} 45^\circ \Rightarrow [X] = 1$$

$$X^m \Rightarrow [m] = 1$$

$$X = 2\pi \Rightarrow [X] = 1$$

$$X = \sqrt{2} \Rightarrow [X] = 1$$

$$X = \frac{1}{2} \Rightarrow [X] = 1$$

Los ángulos son números, los exponentes son números.

8. ECUACIONES DIMENSIONALES

Son aquellas ecuaciones que, expresadas en términos de magnitudes físicas, se verifican para un determinado conjunto de magnitudes o dimensiones.

$$[potencia] = [A][fuerza] = [B][energia]$$

Donde al resolver la ecuación obtenemos:

$$[A] = LT^{-1} \quad y \quad [B] = T^{-1}$$

9. PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD DIMENSIONAL.

En toda fórmula física que expresa la relación entre las diferentes magnitudes físicas, las dimensiones en el primer miembro y segundo miembro, deben ser iguales.

Sea la fórmula física:

$$A = B^n \Rightarrow [A] = [B]^n$$

En general, todos los términos de una fórmula física son dimensionalmente iguales:

$$A = B^n - \sqrt{C} \Rightarrow [A] = [B]^n = [\sqrt{C}]$$

10. FINES Y OBJETIVOS DEL ANÁLISIS ADIMENSIONAL

- a) Expresar las magnitudes derivadas en función de las magnitudes fundamentales.
- b) Comprobar la veracidad de las fórmulas físicas mediante el principio de homogeneidad dimensional.
- c) Determinar fórmulas físicas empíricas a partir de datos experimentales en el laboratorio.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. La posición de una partícula sobre el eje X está dada por: $x = k_1 + k_2T + \frac{1}{2}k_3T^2$

donde, x: distancia y T: tiempo. Determinar: $\left[\frac{k_3}{k_1 \cdot k_2} \right]$

Resolución

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional:

$$[x] = [k]_1 = [k_2T] = \left[\frac{1}{2}k_3T^2 \right] = L$$

Despejando tenemos:

$$[k_1] = L$$

$$[k_2T] = L \Rightarrow [k_2] = LT^{-1}$$

SEGUNDO CASO. La fórmula dimensión de un número es igual a la unidad.

$$\left[\frac{1}{2}k_3T^2 \right] = L \Rightarrow [k_3] = LT^{-2}$$

Finalmente:
$$\left[\frac{k_3}{k_1 \cdot k_2} \right] = \frac{LT^{-2}}{(L) \cdot LT^{-1}} = L^{-1} \cdot T^{-1}$$

2. La siguiente es una fórmula física correcta: $Q = K \cdot A \cdot \sqrt{2gh}$ donde; Q: caudal (m^3/s), A: área; g: aceleración de la gravedad, h: altura. Determinar la fórmula dimensional de K.

Resolución

PRIMER PASO. Fórmula dimensional del caudal, área, gravedad y altura:

$$[Q] = L^3 \cdot T^{-1} ; [A] = L^2 ; [g] = LT^{-2} ; [h] = L$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional:

$$\begin{aligned} [Q] &= [K] \cdot [A] \cdot \sqrt{[2][g][h]} \\ L^3.T^{-1} &= [K] \cdot L^2 \cdot \sqrt{1.LT^{-2}.L} \\ L^3.T^{-1} &= [K] \cdot L^2 \cdot (LT^{-1}) \end{aligned}$$

Despejando: $[K] = 1$

Respuesta: K representa una cantidad sin dimensiones, es decir es un número.

3. En la ecuación $A \bullet B + B \bullet C + A \bullet C = P^2$, donde P representa a la presión, la fórmula dimensional del producto $[A \bullet B \bullet C]$ es:

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional:

$$[AB] = [BC] = [AC] = [P^2]$$

Despejando tenemos que:

$$[AB] = [P^2] \quad \dots(1)$$

$$[BC] = [P^2] \quad \dots(2)$$

$$[AC] = [P^2] \quad \dots(3)$$

SEGUNDO PASO. Multiplicando miembro a miembro:

$$[A^2.B^2.C^2] = [P^6]$$

Sacando la raíz cuadrada a ambos miembros:

$$[A.B.C] = [P^3] = (M.L^{-1}.T^2)^3$$

Finalmente:

$$[A.B.C] = M^3.L^{-3}.T^6$$

4. Determine la fórmula dimensional de A en la siguiente fórmula física: $A = \frac{F.T}{M.V} - \sqrt{B}$ donde, F: fuerza; T: tiempo; M: masa; V: velocidad

Resolución

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional:

$$[A] = \left[\frac{F.T}{M.V} \right] = [\sqrt{B}]$$

SEGUNDO PASO. Comparando los dos primeros términos:

$$[A] = \left[\frac{F.T}{M.V} \right] \Rightarrow [A] = \frac{[F].[T]}{[M].[V]}$$

Reemplazando:

$$[A] = \frac{M.L.T^{-2}.(T)}{(M).LT^{-1}} = \frac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-1}} = 1$$

Respuesta: Vemos que A representa una cantidad sin dimensiones, es decir es un número.

5. Si la ecuación $V = \frac{t^3}{a} + \frac{b+h}{c}$ es dimensionalmente homogénea, en donde V = volumen, t = tiempo y h = altura, determine la fórmula dimensional de $\frac{a \cdot c}{b}$.

Resolución

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional:

$$[V] = \left[\frac{t^3}{a} \right] = \left[\frac{b+h}{c} \right]$$

$$\left[\frac{b+h}{c} \right] \Rightarrow [b+h] = [b] = [h] = L \quad \dots (1)$$

$$[V] = \left[\frac{t^3}{a} \right] \Rightarrow L^3 = \frac{T^3}{[a]}$$

Despejando tenemos: $[a] = L^{-3} \cdot T^3 \quad \dots (2)$

Analizando:

$$[V] = \left[\frac{b+h}{c} \right] \Rightarrow L^3 = \frac{L}{[c]}$$

Despejando tenemos: $[c] = L^{-2} \quad \dots (3)$

SEGUNDO PASO. Reemplazando (1), (2) y (3) calculamos

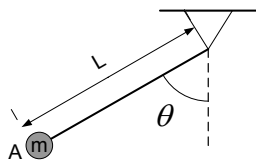
$$\therefore \left[\frac{a \cdot c}{b} \right] = \frac{[a] \cdot [c]}{[b]} = \frac{(L^{-3} \cdot T^3) \cdot L^{-2}}{L}$$

Finalmente: $\left[\frac{a \cdot c}{b} \right] = \frac{(L^{-3} \cdot T^3) \cdot L^{-2}}{L} = L^{-6} \cdot T^3$

FÓRMULAS EMPÍRICAS

Son aquellas formulas físicas que se obtienen a partir de datos obtenidos en el laboratorio o de la vida cotidiana.

6. El periodo (T) de un péndulo simple depende de la longitud de la cuerda (l) y de la aceleración de la gravedad (g).



Resolución

PRIMER PASO. Escribimos el periodo T en función de la longitud de la cuerda y de la aceleración de la gravedad, donde x e y son las dimensiones que queremos determinar:

$$T = K \cdot l^x \cdot g^y \quad \dots (1)$$

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos: $[T] = [K][L]^x[g]^y$

SEGUNDO PASO. Reemplazando la fórmula dimensional: $T = 1.(L)^x.(LT^{-2})^y$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales:

$$L^0 T^1 = L^x . L^y . T^{-2y}$$

$$L^0 T^1 = L^{x+y} . T^{-2y}$$

$$L: 0 = x + y \quad \dots\dots (2)$$

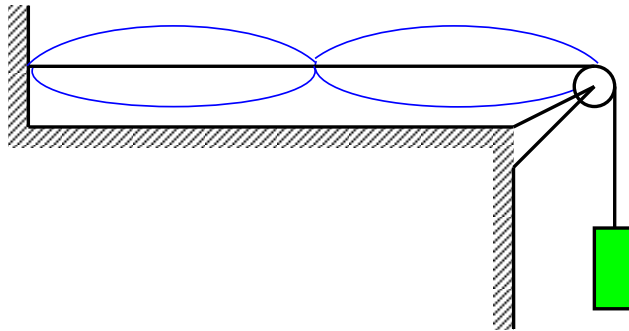
$$T: 1 = -2y \quad \dots\dots (3)$$

Resolviendo las ecuaciones (2) y (3): $x = 1/2$ e $y = -1/2$

TERCER PASO. Reemplazando en la ecuación (1) tenemos que:

$$T = K L^{1/2} . g^{-1/2} \Rightarrow T = K \sqrt{\frac{L}{g}}$$

7. La velocidad V de propagación de una onda mecánica, en una cuerda tensa, depende del módulo de la tensión T en la cuerda y de la densidad lineal de masa δ (masa/ longitud). Determine la fórmula empírica para determinar la velocidad de propagación.



Resolución

PRIMER PASO. Escribimos la velocidad en función de la tensión (fuerza) T y la densidad lineal

$$\delta: V = K . T^x . \delta^y \quad \dots (*)$$

donde K representa una constante numérica, donde x e y son las dimensiones que queremos determinar.

$$[\delta] = \left[\frac{\text{masa}}{\text{longitud}} \right] = \frac{M}{L} = M . L^{-1}$$

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos:

$$[V] = [K] . [T]^x . [\delta]^y$$

SEGUNDO PASO. Reemplazando la fórmula dimensional:

$$L T^{-1} = 1 . (M . L T^{-2})^x . (M . L^{-1})^y$$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales: $M^0 . L . T^{-1} = (M^x . L^x . T^{-2x}) . (M^y . L^{-1y})$

$$M^0 . L^1 . T^{-1} = M^{x+y} . L^{x-y} . T^{-2x}$$

$$\text{Base M: } 0 = x + y \quad \dots (1)$$

$$\text{Base L: } 1 = x - y \quad \dots (2)$$

Base T: $-1 = -2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \dots (3)$

Reemplazando en (1): $0 = x + y \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} + y \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$

TERCER PASO. Reemplazando en la ecuación inicial (*):

$$V = K.T^{1/2}.\delta^{-1/2}$$

Finalmente obtenemos:
$$V = K.\sqrt{\frac{T}{\delta}}$$

Respuesta: La rapidez de la onda es directamente proporcional a la raíz cuadrada del módulo de la tensión en la cuerda.

8. La velocidad V el sonido en un gas depende de la presión P y de la densidad D del mismo gas. Determine la fórmula física para determinar la velocidad del sonido en cualquier gas.

Resolución

PRIMER PASO. Escribimos la velocidad V en función de la presión y de la densidad.

$$V = P^x.D^y \dots (*)$$

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos:

$$[V] = [P]^x.[D]^y$$

SEGUNDO PASO. Reemplazando la fórmula dimensional: $L.T^{-1} = (M.L^{-1}.T^{-2})^x.(M.L^3)^y$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales: $L.T^{-1} = (M^x.L^{-x}.T^{-2x}).(M^y.L^{3y})$

$$M^0.L^1.T^{-1} = M^{x+y}.L^{-x+3y}.T^{-2x}$$

Base M: $0 = x + y \dots (1)$

Base L: $1 = -x + 3y \dots (2)$

Base T: $-1 = -2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \dots (3)$

Reemplazando en (1): $0 = x + y \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} + y \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$

TERCER PASO. Reemplazando en la ecuación inicial (*):

$$V = P^{1/2}.V^{-1/2}$$

$$V = \sqrt{\frac{P}{D}}$$

Respuesta: La rapidez del sonido es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la presión.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO EXAMEN DE ADMISIÓN.

1. Respecto al sistema internacional de unidades se propone:

- I. La candela es unidad de una cantidad física fundamental.
 - II. La cantidad de sustancia y la masa son la misma cantidad física fundamental.
 - III. El coulomb es unidad de una cantidad física fundamental.
- A) VVV B) VVF C) VFF D) FVF E) FFF

RESOLUCIÓN

I. La candela es unidad de la intensidad luminosa y es una magnitud física fundamental.

PROPOSICIÓN VERDADERA.

II. La cantidad de sustancia se mide en número de moles y la masa se mide en kilogramos, son cantidades físicas diferentes.

PROPOSICIÓN FALSA.

III. El coulomb es unidad de cantidad de carga eléctrica y es una magnitud derivada en el sistema internacional de unidades.

PROPOSICIÓN FALSA.

2. De las siguientes cantidades físicas indique, ¿cuál no es considerada fundamental en el sistema internacional de unidades?

- A) Temperatura B) Masa C) Tiempo D) Carga eléctrica
- E) Intensidad luminosa.

RESOLUCIÓN

La carga eléctrica (q) es una magnitud física derivada.

$$[q] = [i] \cdot [t] = I \cdot T$$

Respuesta D.

3. Respecto al sistema internacional de unidades, señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. La cantidad 0,04 gigametros equivale a 40 megametros.
 - II. La lectura correcta de $mN \cdot s^{-1}$ es “metro por newton sobre segundo”.
 - III. La lectura correcta de mJ es “microjoule”
- A) FFF B) FVV C) VFV D) VFF E) VVV

RESOLUCIÓN

I. Equivalencia: $giga = 10^9$, $mega = 10^6$, $kilo = 10^3$

$$0,04Gm = 4 \times 10^{-2} \times 10^9 = 40 \times 10^6 = 40 Mm$$

PROPOSICIÓN VERDADERA.

II. La lectura correcta de $mN \cdot s^{-1}$ o $\frac{mN}{s}$ es “mili newton por segundo”.

PROPOSICIÓN FALSA.

III. Equivalencia: $nano = 10^{-9}$, $micro = 10^{-6}$, $mili = 10^{-3}$

La lectura correcta de mJ es “milijoule”

PROPOSICIÓN FALSA.

4. Respecto al sistema internacional de unidades, señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. $50 \text{ ps} = 0,5 \text{ ns}$

II. $60 \text{ nm} = 0,06 \text{ }\mu\text{m}$

III. $20 \text{ mA} + 400 \text{ }\mu\text{A} = 20,4 \text{ mA}$

A) FVV

B) VVV

C) FFV

D) VFV

E) FVV

RESOLUCIÓN

I. Equivalencia: $50 \text{ ps} = 50 \times 10^{-12} \text{ s} = 50 \times 10^{-3} \times 10^{-9} \text{ s}$

$$50 \times 10^{-3} \times 10^{-9} \text{ s} = 0,05 \text{ ns}$$

PROPOSICIÓN FALSA.

II. Equivalencia: $60 \text{ nm} = 60 \times 10^{-9} \text{ m} = 60 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \text{ m}$

$$60 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \text{ m} = 0,06 \text{ }\mu\text{m}$$

PROPOSICIÓN VERDADERO.

III. Equivalencia: $400 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \text{ A} = 0,4 \text{ mA}$

Adición de cantidades:

$$20 \text{ mA} + 0,4 \text{ mA} = 20,4 \text{ mA}$$

PROPOSICIÓN VERDADERO.

5. El momento de inercia de un cilindro de masa “m” y radio “R” respecto del eje “x” dado, es igual, al “momento de inercia” respecto de un eje paralelo al primero y que pasa por el centro de masas (CM) del cilindro, más el producto de la masa de todo el cilindro por el cuadrado de la distancia “d” entre los ejes. $I_x = I_{CM} + m.d^2$

Donde, $I_{CM} = \frac{m.R^2}{2}$ es el momento de inercia del cilindro respecto de su centro de masa.

Determine las unidades de I_x en el sistema internacional de unidades.

A) kg

B) kg.m

C) kg.m^2

D) kg.m^{-2}

E) $\text{kg}^{-1}.\text{m}^{-2}$

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[I_x] = [I_{CM}] = [m.d^2] = \left[\frac{m.R^2}{2} \right]$

$$[I_x] = [m.d^2] = M.L^2$$

Respuesta: La unidad de medida del momento de Inercia, en el S.I. es: kg.m^2

6. PROBLEMA 06.

La cantidad de trabajo neto hecho por todas las fuerzas sobre un cuerpo que rota respecto de un punto, es igual a la variación de la energía cinética de rotación:

$$W_{A \rightarrow B}^{NETO} = F_{RES} \cdot R = \frac{1}{2} I_O \cdot \omega_B^2 - \frac{1}{2} I_O \cdot \omega_A^2$$

Donde ω_A representa la rapidez angular, F_{RES} es la fuerza resultante y R es el radio de giro.

Determinar las unidades de I_O en el sistema internacional de unidades.

A) kg

B) kg.m

C) kg.m^2

D) kg.m^{-2}

E) $\text{kg}^{-1}.\text{m}^{-2}$

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[W_{A \rightarrow B}^{NETO}] = [F_{RES} \cdot R]$

$$[W_{A \rightarrow B}^{NETO}] = \left[\frac{1}{2} I_O \cdot \omega_B^2 \right] = \left[\frac{1}{2} I_O \cdot \omega_A^2 \right]$$

Despejando la incógnita, tenemos:

$$[W_{A \rightarrow B}^{NETO}] = [I_O \cdot \omega_A^2] \quad \text{Entonces, } [I_0] = \frac{[W_{A \rightarrow B}^{NETO}]}{[\omega_A^2]}$$

$$[I_0] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{T^{-2}} = M \cdot L^2$$

Respuesta: La unidad de medida del momento de Inercia, en el S.I. es: $kg \cdot m^2$

7. Cuando un disco, cilindro, aro u otro cuerpo sólido semejante experimenta traslación y rotación sin deslizamiento, la energía cinética tiene dos componentes, la energía cinética de traslación del centro de masa y la energía cinética de rotación respecto de del centro de masa C.

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I_C \cdot \omega^2$$

Determinar las unidades de I_C en el sistema internacional de unidades.

- A) kg B) $kg \cdot m$ C) $kg \cdot m^2$ D) $kg \cdot m^{-2}$ E) $kg^{-1} \cdot m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[E_{CINETICA}] = \left[\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right] = \left[\frac{1}{2} \cdot I_C \cdot \omega^2 \right]$

Despejando la incógnita, tenemos: $[I_C] = \frac{[E_{CINETICA}]}{[\omega^2]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{T^{-2}} = M \cdot L^2$

$$\text{Otra forma de expresar: } [I_C] = \frac{[m \cdot v^2]}{[\omega^2]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{T^{-2}}$$

$$[I_C] = M \cdot L^2$$

Respuesta: La unidad de medida del momento de Inercia, en el S.I. es: $kg \cdot m^2$

8. Cuando el cascarón rueda sin resbalar entonces la fuerza de rozamiento no realiza trabajo. La energía cinética de rotación respecto de la línea paralela al plano horizontal es

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2} \cdot (I_{AB}) \cdot \omega^2$$

Determinar las unidades de I_{AB} en el sistema internacional de unidades.

- A) kg B) $kg \cdot m$ C) $kg \cdot m^2$ D) $kg \cdot m^{-2}$ E) $kg^{-1} \cdot m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[E_{CINETICA}] = \left[\frac{1}{2} \cdot (I_{AB}) \cdot \omega^2 \right]$

Despejando la incógnita, tenemos: $[I_{AB}] = \frac{[E_{CINETICA}]}{[\omega^2]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{T^{-2}}$

$$[I_{AB}] = M.L^2$$

Respuesta: La unidad de medida del momento de Inercia, en el S.I. es: $kg.m^2$

9. La energía de interacción “E” entre un átomo y el campo magnético “B”, está dado por: $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ donde $\vec{\mu}$ es el momento magnético. ¿Cuál es la unidad, en el sistema internacional, del momento magnético?
- A) $A.m^{-2}$ B) $A.m^2$ C) $A.m^{-2}.s^{-1}$ D) $A.m^2.s^{-1}$ E) $A.m^{-2}.s$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la energía: $[Energia] = M.L^2.T^{-2}$

Fórmula dimensional de la intensidad del campo magnético: $[\vec{B}] = \frac{[fuerza]}{[corriente].[longitud]}$

$$[\vec{B}] = \frac{M.L.T^{-2}}{I.L} = M.T^{-2}.I^{-1}$$

Principio de homogeneidad dimensional. Fórmula dimensional del “momento magnético”:

$$[\vec{\mu}] = \frac{[E]}{[\vec{B}]} = \frac{M.L^2.T^{-2}}{M.T^{-2}.I^{-1}} = L^2.I$$

Respuesta: $[\vec{\mu}] = I.L^2 \Rightarrow unidad : A.m^2$

10. Determinar la unidad en el sistema internacional de I en la siguiente fórmula física: $\vec{r} \times \vec{F} = I.\vec{\alpha}$ donde, $\vec{r}$ es el vector posición y se mide en metros, $\vec{F}$ es la fuerza y se mide en newtons, $\vec{\alpha}$ es la aceleración angular y se mide en s^{-2}
- A) kg B) $kg.m$ C) $kg.m^2$ D) $kg.m^{-2}$ E) $kg^{-1}.m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional del “vector posición” es:

$$[\vec{r}] = L$$

Fórmula dimensional de la “fuerza” es:

$$[\vec{F}] = M.L.T^{-2}$$

Fórmula dimensional de la “aceleración angular” es:

$$[\vec{\alpha}] = T^{-2}$$

Principio de homogeneidad dimensional. Fórmula dimensional del Momento de Inercia es:

$$[I] = \frac{[\vec{r}].[F]}{[\vec{\alpha}]} = \frac{(L).(M.L.T^{-2})}{T^{-2}} \quad \text{reduciendo: } [I] = M.L^2$$

Respuesta: La unidad de medida del momento de Inercia, en el S.I. es: $kg.m^2$

11. La cantidad de energía potencial gravitatoria “Ep” entre dos cuerpos de masas M y m, se define como la cantidad de trabajo realizado por un agente externo (A.E) para trasladar uno de los

cuerpos desde el infinito, lentamente, hasta un punto “A” del campo generado por el otro cuerpo.

$$E_p = W_{\infty \rightarrow A}^{A.E} = - \frac{G.M.m}{d}$$

Donde M y “m” representan la masa de cada cuerpo, y “d” la distancia entre los cuerpos. Determine las unidades de la constante de gravitación “G”.

- A) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ B) $m^2.kg.s^{-2}$ C) $m^2.kg.s^2$ D) $kg.m^{-2}$ E) $kg^{-1}.m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la energía potencial es: $[E_p] = M.L^2.T^{-2}$

Despejando: $E_p = \frac{G.M.m}{d} \Rightarrow [G] = \frac{[E_p].[d]}{[M.m]}$

Principio de homogeneidad dimensional: $[G] = \frac{(M.L^2.T^{-2}).L}{M.M} = L^3.M^{-1}.T^{-2}$

Respuesta: La unidad de medida de G, en el S.I. es: $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

12. La velocidad V_1 que debemos comunicarle a un cuerpo en la superficie terrestre en dirección horizontal, para que comience a moverse alrededor de la Tierra, se llama Primera **Velocidad Cósmica** cuyo valor es aproximadamente a 8 km/s. Con esta rapidez el cuerpo se transforma en un satélite de la Tierra.

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 8 \text{ km.s}^{-1}$$

Donde “M” representa a la masa y “R” el radio de la tierra que tiene un valor aproximado de 6400km . Determine las unidades de la constante de gravitación “G”.

- A) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ B) $m^2.kg.s^{-2}$ C) $m^2.kg.s^2$ D) $kg.m^{-2}$ E) $kg^{-1}.m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la velocidad es: $[V_1] = L.T^{-1}$

Principio de homogeneidad dimensional. $V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow [G] = \frac{[(V_1)^2.R]}{[M]}$

Reemplazando tenemos que: $[G] = \frac{(L.T^{-1})^2.L}{M} = L^3.M^{-1}.T^{-2}$

Respuesta: La unidad de medida de G, en el S.I. es: $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

13. La segunda **velocidad cósmica** V_2 llamada también velocidad parabólica de escape o de liberación, su trayectoria representa una parábola. La rapidez mínima es:

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 8\sqrt{2} \text{ km.s}^{-1}$$

Donde “M” representa a la masa y “R” el radio de la tierra que tiene un valor aproximado de 6400km . Determine las unidades de la constante de gravitación “G”.

- A) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ B) $m^2.kg.s^{-2}$ C) $m^2.kg.s^2$ D) $kg.m^{-2}$ E) $kg^{-1}.m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la velocidad es: $[V_2] = L.T^{-1}$

Principio de homogeneidad dimensional. $V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow [G] = \frac{[(V_2)^2 \cdot R]}{[M]}$

Reemplazando tenemos que: $[G] = \frac{(L.T^{-1})^2 \cdot L}{M} = L^3.M^{-1}.T^{-2}$

Respuesta: La unidad de medida de G, en el S.I. es: $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

14. "Todos los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa".

$$F = G \cdot \frac{m.M}{d^2}$$

Donde “m” y “M” representan a la masa de los cuerpos y “d” la distancia de separación entre los cuerpos. Determine las unidades de la constante de gravitación “G”.

- A) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ B) $m^2.kg.s^{-2}$ C) $m^2.kg.s^2$
D) $kg.m^{-2}$ E) $kg^{-1}.m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la fuerza es: $[F] = M.L.T^{-2}$

Principio de homogeneidad dimensional. $[G] = \frac{[F.d^2]}{[m.M]}$

Reemplazando tenemos que: $[G] = \frac{(M.L.T^{-2}).(L^2)}{M.M} = L^3.M^{-1}.T^{-2}$

Respuesta: La unidad de medida de G, en el S.I. es: $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

15. La intensidad del campo gravitatorio “g” en un punto del campo es directamente proporcional a la masa “M” creadora del campo, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia “d”.

$$g = G \frac{M}{d^2}$$

A la intensidad del campo gravitatorio se le denomina también **aceleración de la gravedad**. Determine las unidades de la constante de gravitación “G”.

- A) $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ B) $m^2.kg.s^{-2}$ C) $m^2.kg.s^2$
D) $kg.m^{-2}$ E) $kg^{-1}.m^{-2}$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la aceleración de la gravedad es: $[g] = L.T^{-2}$

Principio de homogeneidad dimensional. $[G] = \frac{[g.d^2]}{[M]}$

Reemplazando tenemos que: $[G] = \frac{(L.T^{-2}) \cdot (L^2)}{M} = L^3.M^{-1}.T^{-2}$

Respuesta: La unidad de medida de G, en el S.I. es: $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

16. Cuando se producen ondas en una cuerda tensa, estas se propagan con una velocidad “V” cuyo valor viene dado por la siguiente relación: $T = V^x.\mu^y$
 T: tensión de la cuerda (en N). V: Velocidad de propagación (m/s). M: Masa de la cuerda (kg).
 L: Longitud de la cuerda (m). μ : Densidad lineal de masa (kg/m).

$$\mu = \frac{\text{masa}}{\text{longitud}}$$

¿Cuál es la fórmula para calcular la tensión en la cuerda?, en función de la velocidad y de la densidad lineal de masa.

- A) $T = V^2.\mu$ B) $T = V.\mu$ C) $T = V.\mu^2$
 D) $T = \sqrt{V}.\mu^2$ E) $T = \sqrt{V}.\mu$

RESOLUCIÓN

Fórmula dimensional de la fuerza de tensión es: $[F] = M.L.T^{-2}$

Fórmula dimensional de la “densidad lineal de masa” es: $[\mu] = M.L^{-1}$

Principio de homogeneidad dimensional: $[T] = [V]^x.[\mu]^y$

Reemplazando tenemos que:

$$\begin{aligned} M.L.T^{-2} &= (L.T^{-1})^x.(M.L^{-1})^y \\ M^1.L^1.T^{-2} &= (L^x.T^{-x}).(M^y.L^{-y}) \\ M^1.L^1.T^{-2} &= M^y.L^{x-y}.T^{-x} \end{aligned}$$

A bases iguales, le corresponden exponentes iguales:

$$\text{Base } M : y = 1$$

$$\text{Base } T : x = 2$$

Respuesta: La fórmula para determinar la tensión en la cuerda es, $T = V^2.\mu$

17. La ecuación del movimiento de una onda mecánica, de un punto cualquiera del medio de coordenadas (x; y) debido al **movimiento ondulatorio** oscilará de modo que:

$$y = A.\text{Sen}2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} + \phi\right)$$

Donde, y: ordenada (m), x: abscisa (m). A: Amplitud (m). t: Instante de tiempo (s). ϕ : Ángulo de fase (rad). Determinar la fórmula dimensional de:

$$\frac{\lambda.\phi}{y.T}$$

- A) T^{-1} B) $L.T^{-1}$ C) $L.T^{-2}$ D) T^0 E) T

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[y] = [A] \cdot \left[\text{Sen} 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} + \phi \right) \right] = (L) \cdot (1) = L$

Principio de homogeneidad dimensional: $\left[\frac{x}{\lambda} \right] = \left[\frac{t}{T} \right] = [\phi] = 1$

Principio de homogeneidad dimensional: $[\lambda] = [x] = L$

Principio de homogeneidad dimensional: $[T] = [t] = 1$

$$\left[\frac{\lambda \cdot \phi}{y \cdot T} \right] = \frac{(L) \cdot (1)}{(L) \cdot (T)} = T^{-1}$$

Respuesta: La fórmula dimensional es, T^{-1}

18. La energía cinética de cada molécula es directamente proporcional a la temperatura absoluta

mediada en kelvin. $E_C = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

Donde $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K \cdot molecula}$

T: temperatura absoluta (kelvin). k_B : Constante de Boltzmann.

Determinar la fórmula dimensional de la constante k_B

- A) $M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$ B) $L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$ C) $M \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$
D) $M \cdot L^2 \cdot \Theta^{-1}$ E) $M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[E_C] = \left[\frac{3}{2} \right] \cdot [k_B] \cdot [T]$

Principio de homogeneidad dimensional: $[E_C] = [k_B] \cdot [T]$

Principio de homogeneidad dimensional: $[k_B] = \frac{[E_C]}{[T]}$

Principio de homogeneidad dimensional: $[k_B] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{\Theta} = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional es, $M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$

19. La ecuación de estado termodinámico $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ relaciona las variables termodinámicas, presión (P), volumen (V) y temperatura (T).

P: presión (pascal). V: volumen (m^3). T: temperatura absoluta (kelvin). R: constante universal de los gases ideales. Los valores usuales por los ingenieros químicos son:

$$R = 62,4 \frac{mmHg \cdot litro}{mol \cdot K} \text{ y } R = 0,082 \frac{atm \cdot litro}{mol \cdot K}$$

Determinar la fórmula dimensional de R.

- A) $M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$ B) $L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$ C) $M \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$
D) $M \cdot L^2 \cdot \Theta^{-1}$ E) $M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la presión es: $[P] = M.L^{-1}.T^{-2}$

La fórmula dimensional del volumen es: $[V] = L^3$

Principio de homogeneidad dimensional: $[P.V] = [n.R.T]$

Principio de homogeneidad dimensional: $[R] = \left[\frac{P.V}{n.T} \right]$

$$[R] = \frac{(M.L^{-1}.T^{-2}).(L^3)}{(N).(Θ)} \text{ reduciendo } [R] = M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.Θ^{-1}$$

Respuesta: La fórmula dimensional de R es, $M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.Θ^{-1}$

20. La energía interna “U” de una sustancia se define como la sumatoria de todas las formas de energía asociadas a las moléculas que la constituyen. La energía interna es directamente proporcional a la temperatura absoluta “T”. La cantidad de energía interna de un sistema aislado,

de un gas ideal constituida por “n” moles es: $U = \frac{3.n.R.T}{2}$

Determinar la fórmula dimensional de R.

A) $M.L^2.T^{-2}.Θ^{-1}$

B) $L^2.T^{-2}.Θ^{-1}$

C) $M.T^{-2}.Θ^{-1}$

D) $M.L^2.Θ^{-1}$

E) $M.L^2.T^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “energía interna” es: $[U] = M.L^2.T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de sustancia es: $[n] = N$

Principio de homogeneidad dimensional: $[U] = \left[\frac{3.n.R.T}{2} \right] = [n.R.T]$

Principio de homogeneidad dimensional: $[R] = \left[\frac{U}{n.T} \right]$

Reemplazando tenemos que: $[R] = \frac{(M.L^2.T^{-2})}{(N).(Θ)} \text{ reduciendo } [R] = M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.Θ^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de R es, $M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.Θ^{-1}$

21. La energía interna “U” de un gas ideal depende sólo de su temperatura “T” y viceversa, luego el cambio de energía interna ΔU produce cambio de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$. La variación de la energía interna, es independiente del camino seguido durante el proceso termodinámico.

$$\Delta U = \frac{3 n R (T_2 - T_1)}{2}$$

Determinar la fórmula dimensional de R.

A) $M.L^2.T^{-2}.Θ^{-1}$

B) $L^2.T^{-2}.Θ^{-1}$

C) $M.T^{-2}.Θ^{-1}$

D) $M.L^2.Θ^{-1}$

E) $M.L^2.T^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “variación de la energía interna” es: $[\Delta U] = M.L^2.T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de sustancia es: $[n] = N$

Principio de homogeneidad dimensional: $[\Delta U] = \left[\frac{3 n R (T_2 - T_1)}{2} \right]$

Principio de homogeneidad dimensional: $[\Delta U] = [n.R.(T_2 - T_1)]$

Despejando tenemos que: $[R] = \left[\frac{\Delta U}{n.\Delta T} \right]$

Reemplazando tenemos que: $[R] = \frac{M.L^2.T^{-2}}{N.\Theta} = M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de R es, $M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$

22. La capacidad calorífica molar a volumen constante C_v se define como la cantidad de calor “Q”, por cada (n) moles de sustancia, para elevar la temperatura en ΔT , sin que variara su volumen:

$$C_v = \frac{Q}{n.\Delta T}$$

Determinar la fórmula dimensional de C_v .

- A) $M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$ B) $L^2.T^{-2}.\Theta^{-1}$ C) $M.T^{-2}.\Theta^{-1}$
D) $L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$ E) $M.L^2.T^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “cantidad de calor” es: $[Q] = M.L^2.T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de sustancia es: $[n] = N$

Principio de homogeneidad dimensional: $[C_v] = \frac{[Q]}{[n].[\Delta T]}$

Reemplazando tenemos que: $[C_v] = \frac{M.L^2.T^{-2}}{N.\Theta}$ reduciendo $[C_v] = M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de C_v es, $M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$

23. La capacidad calorífica molar a presión constante C_p se define como la cantidad de calor “Q”, por cada (n) moles de sustancia, para elevar la temperatura en ΔT , sin que varíe su presión:

$$C_p = \frac{Q}{n.\Delta T}$$

Determinar la fórmula dimensional de C_p .

- A) $M.L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$ B) $L^2.T^{-2}.\Theta^{-1}$ C) $M.T^{-2}.\Theta^{-1}$
D) $L^2.T^{-2}.N^{-1}.\Theta^{-1}$ E) $M.L^2.T^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “cantidad de calor” es: $[Q] = M.L^2.T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de sustancia es: $[n] = N$

Principio de homogeneidad dimensional: $[C_p] = \frac{[Q]}{[n] \cdot [\Delta T]}$

Reemplazando tenemos que: $[C_p] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{N \cdot \Theta}$ reduciendo $[C_p] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \Theta^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de C_p es, $M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \Theta^{-1}$

24. El proceso isotérmico ($T = \text{constante}$), es aquel sistema termodinámico realizado por un sistema (gas ideal) formando por “n” moles, evolucionando de un estado (1) hasta un estado (2), manteniendo la temperatura “T” constante, para lo cual recibe o libera cierta cantidad de calor “Q”. El volumen cambia desde V_1 hasta otro más grande V_2 .

$$Q = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Determinar la fórmula dimensional de R.

A) $M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$

B) $L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$

C) $M \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$

D) $M \cdot L^2 \cdot \Theta^{-1}$

E) $M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “cantidad de calor” es: $[Q] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de sustancia es: $[n] = N$

La fórmula dimensional de un número real es: $\left[\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right] = 1$

Principio de homogeneidad dimensional: $[Q] = [n \cdot R \cdot T] \cdot \left[\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right]$

Principio de homogeneidad dimensional: $[Q] = [n \cdot R \cdot T]$

Despejando tenemos que: $[R] = \frac{[Q]}{[n \cdot T]}$

Reemplazando tenemos que: $[R] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{N \cdot \Theta} = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \Theta^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de R es, $M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot N^{-1} \cdot \Theta^{-1}$

25. La energía potencial de interacción eléctrica E_p , es la capacidad que tiene un sistema de cargas electrizadas puntuales para realizar cierta cantidad de trabajo en virtud a su configuración. La cantidad de energía potencial de interacción eléctrica entre dos partículas electrizadas Q y q, es inversamente proporcional a la distancia “d” de separación en las partículas.

$$E_p = \frac{K \cdot Q \cdot q}{d}$$

Determinar la formula dimensional de la constante eléctrica “K”.

- A) $M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$ B) $M.L^3.T^{-4}.I^{-1}$ C) $M^2.L^3.T^{-4}.I^{-1}$
 D) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-1}$ E) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “energía potencial” es: $[E_p] = M.L^2.T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de carga eléctrica es: $[q] = I.T$

La fórmula dimensional de la distancia es: $[d] = L$

Principio de homogeneidad dimensional: $[E_p] = \frac{[K.Q.q]}{[d]}$

Principio de homogeneidad dimensional: $[K] = \frac{[E_p].[d]}{[Q.q]}$

Reemplazando tenemos que: $[K] = \frac{(M.L^2.T^{-2}).(L)}{(I.T).(I.T)} = M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$

Respuesta: La fórmula dimensional de K es, $M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$

- 26.** El físico francés Charles Agustín de Coulomb (1736 - 1806), utilizando una balanza de torsión, estudió las fuerzas con las que se atraían o repelían los cuerpos cargados. *La fuerza (F) con la que dos cargas (q_1 y q_2) se atraen o se repelen, es directamente proporcional al producto de la cantidad de cargas eléctricas e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia (d) que las separa.*

$$F = \frac{K.q_1.q_2}{d^2}$$

Determinar la formula dimensional de la constante eléctrica “K”.

- A) $M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$ B) $M.L^3.T^{-4}.I^{-1}$ C) $M^2.L^3.T^{-4}.I^{-1}$
 D) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-1}$ E) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional de la “fuerza eléctrica” es: $[F] = M.L.T^{-2}$

La fórmula dimensional la cantidad de carga eléctrica es: $[q_1] = [q_2] = I.T$

La fórmula dimensional de la distancia es: $[d] = L$

Principio de homogeneidad dimensional: $[F] = \frac{[K].[q_1.q_2]}{[d]^2}$

Principio de homogeneidad dimensional: $[K] = \frac{[F].[d]^2}{[q_1.q_2]}$

Reemplazando tenemos que: $[K] = \frac{(M.L.T^{-2}).(L^2)}{(I.T)^2} = M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$

Respuesta: La fórmula dimensional de K es, $M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$

27. Intensidad del campo eléctrico “E” es aquella magnitud vectorial, que sirve para describir el campo eléctrico en un punto. Su valor es directamente proporcional a la carga “Q” creadora del campo, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia “d” que separa al punto de la partícula electrizada.

$$E = \frac{KQ}{d^2}$$

Donde, $[K] = M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$

Determinar la fórmula dimensional de la intensidad del campo eléctrico “E”.

- A) $M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$ B) $M.L^3.T^{-4}.I^{-1}$ C) $M^2.L^3.T^{-4}.I^{-1}$
D) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-1}$ E) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional la “cantidad de carga eléctrica” es: $[Q] = I.T$

La fórmula dimensional de la distancia es: $[d] = L$

Principio de homogeneidad dimensional: $[E] = \frac{[KQ]}{[d^2]}$

Despejando tenemos que: $[E] = \frac{[K][Q]}{[d^2]}$

Reemplazando tenemos que: $[E] = \frac{(M.L^3.T^{-4}.I^{-2}).(I.T)}{(L)^2}$ reduciendo: $[E] = M.L.T^{-3}.I^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de E es, $M.L.T^{-3}.I^{-1}$

28. El potencial eléctrico es una magnitud física escalar, cuyo valor es directamente proporcional a la cantidad de carga eléctrica “Q” creadora del campo e inversamente proporcional a la distancia

entre la carga “Q” y el punto “P” $V_p = \frac{K.Q}{d}$

Donde, $[K] = M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$

Determinar la fórmula dimensional del Potencial eléctrico V_p .

- A) $M.L^3.T^{-4}.I^{-2}$ B) $M.L^3.T^{-4}.I^{-1}$ C) $M^2.L^3.T^{-4}.I^{-1}$
D) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-1}$ E) $M^2.L^2.T^{-4}.I^{-2}$

RESOLUCIÓN

La fórmula dimensional la “cantidad de carga eléctrica” es: $[Q] = I.T$

La fórmula dimensional de la distancia es: $[d] = L$

Principio de homogeneidad dimensional: $[V_p] = \frac{[KQ]}{[d]}$

Reemplazando tenemos que: $[V_p] = \frac{(M.L^3.T^{-4}.I^{-2}).(I.T)}{L}$ reduciendo $[V_p] = M.L^2.T^{-3}.I^{-1}$

Respuesta: La fórmula dimensional de E es, $M.L^2.T^{-3}.I^{-1}$

29. El periodo (T) de un péndulo simple depende de la longitud de la cuerda (L) y de la aceleración de la gravedad (g). La constante de proporción es $K = 2\pi$

RESOLUCIÓN

Escribimos el periodo T en función de la longitud de la cuerda L y de la aceleración de la gravedad g , donde x y y son las dimensiones que queremos determinar: $T = K.L^x.g^y$ (1)

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos: $[T] = [K][L]^x[g]^y$

Reemplazando la fórmula dimensional: $T = 1.(L)^x.(LT^{-2})^y$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales:

$$L^0T^1 = L^x.L^y.T^{-2y}$$

$$L^0T^1 = L^{x+y}.T^{-2y}$$

$$L: 0 = x + y \quad \text{..... (2)}$$

$$T: 1 = -2y \quad \text{..... (3)}$$

Resolviendo las ecuaciones (2) y (3): $x = 1/2$ e $y = -1/2$

Reemplazando en la ecuación (1) tenemos que:

Respuesta: $T = K\sqrt{\frac{L}{g}}$

30. El caudal “Q” mide el volumen del líquido por unidad de tiempo que fluye a través de la sección

recta de una tubería. $Q = K.S.\sqrt{\frac{2.(P-J)}{\rho.(S^2-Z)}}$

donde, “S” es área, “P” es presión y ρ representa la densidad de masa. Determine la fórmula

dimensional de: $\frac{K.J}{Z}$

- A) L^2 B) $M.L^{-3}.T^{-2}$ C) $M.L^{-1}.T^{-2}$ D) L^4 E) ninguna anterior

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[P] = [J] = M.L^{-1}.T^{-2}$

Ambos términos tienen igual dimensión: $[S^2] = [Z] = L^4$

La expresión general: $[Q] = [K][S]\sqrt{\frac{[P]}{[\rho][S^2]}}$ reduciendo la expresión $[Q] = [K]\sqrt{\frac{[P]}{[\rho]}}$

Reemplazando: $L^3.T^{-1} = [K]\sqrt{\frac{M.L^{-1}.T^{-2}}{M.L^{-3}}}$ Simplificando $L^3.T^{-1} = [K]\sqrt{L^2.T^{-2}}$

Despejando: $[K] = L^2$ Nos piden: $\left[\frac{K.J}{Z}\right] = \frac{L^2.(M.L^{-1}.T^{-2})}{L^4} = M.L^{-3}.T^{-2}$

Respuesta: $M.L^{-3}.T^{-2}$

31. El caudal “Q” mide el volumen del líquido por unidad de tiempo que fluye a través de la sección

recta de una tubería. $Q = K.S.\sqrt{\frac{2.g.H}{(S^2-Z)}}$

donde, “S” es área, “P” es presión y ρ representa la densidad de masa. Determine la fórmula

dimensional de: $\frac{Z}{K}$

- A) L^2 B) $M.L^{-3}.T^{-2}$ C) $M.L^{-1}.T^{-2}$ D) L^4 E) ninguna anterior

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[S^2] = [Z] = L^4$

$$[Q] = [K][S] \sqrt{\frac{[g][h]}{[S^2]}} \quad \text{reduciendo} \quad [Q] = [K] \sqrt{[g][h]}$$

Reemplazando: $L^3.T^{-1} = [K] \sqrt{L.T^{-2} \cdot (L)}$ reduciendo $L^3.T^{-1} = [K] L.T^{-1}$ tenemos que:

$$[K] = L^2 \quad \text{Nos piden: } \left[\frac{Z}{K} \right] = \frac{L^4}{L^2} = L^2$$

Respuesta: L^2

32. En una tubería que conduce un líquido, el producto del área de la sección recta del tubo, por la velocidad, es constante en todos los puntos a lo largo de la tubería, y se le denomina caudal “Q”.

$$Q = A_1.V_1 = A_2.V_2 \quad \text{y} \quad Q = \sqrt{2.g.h.S}$$

Donde “A” es área, “V” es velocidad, “g” es la aceleración de la gravedad y “h” representa la altura. Determinar la dimensión de “S”.

- A) L^2 B) L^3 C) L^4 d) $M.L^{-1}.T^{-2}$ E) ninguna anterior

RESOLUCIÓN

Comparando las ecuaciones tenemos que: $A.V = \sqrt{2.g.h.S}$ elevando al

$$\text{cuadrado: } A^2.V^2 = 2.g.h.S \quad \text{Despejando: } S = \frac{A^2.V^2}{2.g.h}$$

$$\text{Principio de homogeneidad dimensional: } [S] = \frac{[A^2.V^2]}{[2.g.h]} \quad \text{Reemplazando: } [S] = \frac{L^4.(L^2.T^{-2})}{L.T^{-2} \cdot (L)} = L^4$$

Respuesta: L^4

33. La energía radiada por un cuerpo a una temperatura “T” es expresada por la ecuación:

$$H = \sigma.A.T^x$$

Donde, “A” es área de la superficie del cuerpo, “H” es la energía por unidad de tiempo y

$$\sigma = \frac{\text{watt}}{(m^2)(kelvin)^4}. \quad \text{Determinar el valor de “x”}.$$

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) ninguna anterior

RESOLUCIÓN

$$\text{Principio de homogeneidad dimensional: } [\sigma] = \frac{M.L^2.T^{-3}}{(L^2)(\Theta)^4} = M.T^{-3}.\Theta^{-4}$$

$$\text{Definición de potencia: } [H] = \left[\frac{\text{energia}}{\text{tiempo}} \right] = \frac{M.L^2.T^{-2}}{T} = M.L^2.T^{-3}$$

$$\text{Cálculo de la dimensión: } [\sigma] = \frac{M.L^2.T^{-3}}{(L^2)(\Theta)^4} = M.T^{-3}.\Theta^{-4}$$

$$\text{Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: } [H] = [\sigma][A][T]^x$$

$$\text{Reemplazando: } M.L^2.T^{-3} = (M.T^{-3}.\Theta^{-4})(L^2)(\Theta)^x$$

$$\text{Resolviendo: } 1 = (\Theta^{-4})(\Theta)^x \Rightarrow x = 4$$

Respuesta: $x = 4$

34. La posición de una partícula sobre el eje X está dada por: $x = k_1 + k_2T + \frac{1}{2}k_3T^2$

donde, x: distancia y T: tiempo.

Determinar: $\left[\frac{k_3}{k_1.k_2} \right]$

Resolución

Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: $[x] = [k_1] = [k_2T] = \left[\frac{1}{2}k_3T^2 \right] = L$

Despejando tenemos:

$$[k_1] = L$$

$$[k_2T] = L \Rightarrow [k_2] = L.T^{-1}$$

La fórmula dimensión de un número es igual a la unidad. $\left[\frac{1}{2}k_3T^2 \right] = L \Rightarrow [k_3] = L.T^{-2}$

Finalmente: $\left[\frac{k_3}{k_1.k_2} \right] = \frac{L.T^{-2}}{(L).LT^{-1}} = L^{-1}.T^{-1}$

35. La ecuación de Bernoulli es aplicable para un flujo incompresible, no viscoso y estacionario:

$$P + \frac{\rho.W^2}{2} + \rho.g.T = K$$

donde “P” es presión, ρ es densidad de masa y “g” representa la aceleración de la gravedad.

Determinar la dimensión de: $\frac{W.T}{K}$

RESOLUCIÓN

Principio de homogeneidad dimensional: $[P] = \left[\frac{\rho.W^2}{2} \right] = [\rho.g.T] = [K]$

Dimensión de la presión: $[P] = [K] = M.L^{-1}.T^{-2}$

Principio de homogeneidad dimensional: $[W] = \sqrt{\frac{[P]}{[\rho]}} = \sqrt{\frac{M.L^{-1}.T^{-2}}{M.L^{-3}}} = L.T^{-1}$

Principio de homogeneidad dimensional:

$$[T] = \frac{[K]}{[\rho.g]}$$

$$[T] = \frac{M.L^{-1}.T^{-2}}{(M.L^{-3}).(L.T^{-2})} = L \text{ reduciendo } \left[\frac{W.T}{K} \right] = \frac{(L.T^{-1}).(L)}{(M.L^{-1}.T^{-2})} = L^3.M^{-1}.T$$

Respuesta: $L^3.M^{-1}.T$

36. La posición de una partícula sobre el eje X está dada por: $x = k_1 + k_2T + \frac{1}{2}k_3T^2$

donde, x: distancia y T: tiempo.

Determinar: $\left[\frac{k_3}{k_1.k_2} \right]$

RESOLUCIÓN

Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: $[x] = [k]_1 = [k_2 T] = \left[\frac{1}{2} k_3 T^2 \right] = L$

Despejando tenemos: $[k_1] = L$

$$[k_2 T] = L \Rightarrow [k_2] = L T^{-1}$$

La fórmula dimensión de un número es igual a la unidad. $\left[\frac{1}{2} k_3 T^2 \right] = L \Rightarrow [k_3] = L T^{-2}$

$$\text{Finalmente: } \left[\frac{k_3}{k_1 k_2} \right] = \frac{L T^{-2}}{(L) (L T^{-1})} = L^{-1} T^{-1}$$

37. La siguiente es una fórmula física correcta: $Q = K.A.\sqrt{2gh}$ donde; Q: caudal (m^3/s), A: área; g: aceleración de la gravedad, h: altura. Determinar la fórmula dimensional de K.

RESOLUCIÓN

Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: $[Q] = [K] \cdot [A] \cdot \sqrt{[2][g][h]}$

$$L^3.T^{-1} = [K] \cdot L^2 \cdot \sqrt{1.L.T^{-2}.L} \text{ reduciendo } L^3.T^{-1} = [K] \cdot L^2.(L.T^{-1}) \text{ Despejando: } [K] = 1$$

Respuesta: K representa una cantidad sin dimensiones, es decir es un número.

38. En la ecuación $A.B + B.C + A.C = P^2$, donde P representa a la presión, la fórmula dimensional del producto A.B.C es:

RESOLUCIÓN

Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: $[AB] = [BC] = [AC] = [P^2]$

Despejando tenemos que:

$$[AB] = [P^2] \quad \dots(1)$$

$$[BC] = [P^2] \quad \dots(2)$$

$$[AC] = [P^2] \quad \dots(3)$$

$$\text{Multiplicando miembro a miembro: } [A^2.B^2.C^2] = [P^6]$$

$$\text{Sacando la raíz cuadrada a ambos miembros: } [A.B.C] = [P^3] = (M.L^{-1}.T^2)^3$$

$$\text{Finalmente: } [A.B.C] = M^3.L^{-3}.T^6$$

39. Determine la fórmula dimensional de A en la siguiente fórmula física: $A = \frac{F.T}{M.V} - \sqrt{B}$ donde, F: fuerza; T: tiempo; M: masa; V: velocidad

RESOLUCIÓN

Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: $[A] = \left[\frac{F.T}{M.V} \right] = [\sqrt{B}]$

$$\text{Comparando los dos primeros términos: } [A] = \left[\frac{F.T}{M.V} \right] \Rightarrow [A] = \frac{[F].[T]}{[M].[V]}$$

$$\text{Reemplazando: } [A] = \frac{M.L.T^{-2}.(T)}{(M).L.T^{-1}} = \frac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-1}} = 1$$

Respuesta: Vemos que A representa una cantidad sin dimensiones, es decir es un número.

40. Si la ecuación $V = \frac{t^3}{a} + \frac{b+h}{c}$ es dimensionalmente homogénea, en donde V = volumen, t = tiempo y h = altura, determine la fórmula dimensional de $\frac{a.c}{b}$.

Resolución

$$\text{Aplicamos el principio de homogeneidad dimensional: } [V] = \left[\frac{t^3}{a} \right] = \left[\frac{b+h}{c} \right]$$

$$\text{Analizando: } \left[\frac{b+h}{c} \right] \Rightarrow [b+h] = [b] = [h] = L \quad \dots(1)$$

$$[V] = \left[\frac{t^3}{a} \right] \Rightarrow L^3 = \frac{T^3}{[a]}$$

$$\text{Despejando tenemos: } [a] = L^{-3}.T^3 \quad \dots(2)$$

$$\text{Analizando: } [V] = \left[\frac{b+h}{c} \right] \Rightarrow L^3 = \frac{L}{[c]}$$

$$\text{Despejando tenemos: } [c] = L^{-2} \quad \dots(3)$$

$$\text{Reemplazando (1), (2) y (3) calculamos: } \left[\frac{a.c}{b} \right] = \frac{[a].[c]}{[b]} = \frac{(L^{-3}.T^3).L^{-2}}{L}$$

$$\text{Finalmente: } \left[\frac{a.c}{b} \right] = \frac{(L^{-3}.T^3).L^{-2}}{L} = L^{-6}.T^3$$

41. El periodo (T) de un péndulo simple depende de la longitud de la cuerda (l) y de la aceleración de la gravedad (g).

RESOLUCIÓN

Escribimos el periodo T en función de la longitud de la cuerda y de la aceleración de la gravedad, donde x e y son las dimensiones que queremos determinar:

$$T = K.l^x.g^y \quad \dots\dots (1)$$

$$\text{Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos: } [T] = [K][l]^x[g]^y$$

$$\text{Reemplazando la fórmula dimensional: } T = 1.(L)^x.(LT^{-2})^y$$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales:

$$L^0T^1 = L^x.L^y.T^{-2y}$$

$$L^0T^1 = L^{x+y}.T^{-2y}$$

$$L: 0 = x + y \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$T: 1 = -2y \quad \dots\dots\dots (3)$$

Resolviendo las ecuaciones (2) y (3): $x = 1/2$ e $y = -1/2$

Reemplazando en la ecuación (1) tenemos que: $T = K \sqrt{\frac{l}{g}}$

42. La velocidad V de propagación de una onda mecánica, en una cuerda tensa, depende del módulo de la tensión T en la cuerda y de la densidad lineal de masa δ (masa/ longitud). Determine la fórmula empírica para determinar la velocidad de propagación.

Resolución

Escribimos la velocidad en función de la tensión (fuerza) T y la densidad lineal (δ):

$$V = K.T^x.\delta^y \dots (*)$$

donde K representa una constante numérica, donde x e y son las dimensiones que queremos determinar.

$$[\delta] = \left[\frac{\text{masa}}{\text{longitud}} \right] = \frac{M}{L} = M.L^{-1}$$

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos: $[V] = [K].[T]^x.[\delta]^y$

Reemplazando la fórmula dimensional: $L.T^{-1} = 1.(M.L.T^{-2})^x.(M.L^{-1})^y$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales: $M^0.L^1.T^{-1} = (M^x.L^x.T^{-2x}).(M^y.L^{-1y})$

$$M^0.L^1.T^{-1} = M^{x+y}.L^{x-y}.T^{-2x}$$

$$\text{Base M: } 0 = x + y \quad \dots (1)$$

$$\text{Base L: } 1 = x - y \quad \dots (2)$$

$$\text{Base T: } -1 = -2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \dots (3)$$

$$\text{Reemplazando en (1): } 0 = x + y \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} + y \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Reemplazando en la ecuación inicial (*): $V = K.T^{1/2}.\delta^{-1/2}$

$$\text{Finalmente obtenemos: } V = K.\sqrt{\frac{T}{\delta}}$$

Respuesta: La rapidez de la onda es directamente proporcional a la raíz cuadrada del módulo de la tensión en la cuerda.

43. La velocidad V el sonido en un gas depende de la presión P y de la densidad D del mismo gas. Determine la fórmula física para determinar la velocidad V del sonido en cualquier gas.

RESOLUCIÓN

Escribimos la velocidad V en función de la presión y de la densidad.

$$V = P^x.D^y \dots (*)$$

Aplicando el principio de homogeneidad dimensional tenemos: $[V] = [P]^x.[D]^y$

Reemplazando la fórmula dimensional: $L.T^{-1} = (M.L^{-1}.T^{-2})^x.(M.L^3)^y$

A bases iguales le corresponden exponentes iguales: $L.T^{-1} = (M^x.L^{-x}.T^{-2x}).(M^y.L^{3y})$

$$M^0.L^1.T^{-1} = M^{x+y}.L^{-x+3y}.T^{-2x}$$

$$\text{Base M: } 0 = x + y \quad \dots (1)$$

$$\text{Base L: } 1 = -x + 3y \quad \dots (2)$$

Base T: $-1 = -2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \dots (3)$

Reemplazando en (1):

$$0 = x + y \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} + y \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Reemplazando en la ecuación inicial (*): $V = P^{1/2} \cdot V^{-1/2}$

$$V = \sqrt{\frac{P}{D}}$$

Respuesta: La rapidez del sonido es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la presión.

44. ¿Cuál es la lectura correcta de la siguiente cantidad de física $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$?

- A) kilogramo por metro sobre segundo.
- B) kilogramo por metro por segundo.
- C) kilogramo metro por segundo.
- D) kilogramo metro segundo.
- E) Ninguna anterior

Resolución

Norma del sistema internacional de unidades: Sea A y B unidad de magnitudes físicas.

Producto: A.B: se lee, “AB”. Cociente: $\frac{A}{B}$: se lee, “A por B”

$1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$, se lee, kilogramo metro por segundo.

Respuesta: C

45. Si las siguientes expresiones son dimensionalmente homogéneas: $P = \frac{A}{x} + B$ e $Q = A \cdot y + B$

determine la fórmula dimensional de $\frac{B}{y}$. Considere P: presión, A: trabajo

Resolución

Analicemos a la fórmula: $Q = A \cdot y + B$

Principio de homogeneidad dimensional: $[Q] = [A \cdot y] = [B]$

$$[A] = \left[\frac{B}{y} \right] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

Respuesta: La fórmula dimensional de $\frac{B}{y}$ es $M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

46. La ecuación $E = E_0 \cdot \text{Sen}(\alpha \cdot x + \beta \cdot t)$ es dimensionalmente correcta. E: intensidad del campo eléctrico. $E = \frac{F}{q}$, donde F: es fuerza eléctrica y q: es la cantidad de carga eléctrica, “x” la posición y “t” el tiempo. Determine la formula dimensional de $\frac{\beta}{E_0}$.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\beta \cdot t] = [\text{angulo}] = 1$ y $[\beta] = T^{-1}$

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{M.L.T^{-2}}{I.T} = M.L.T^{-3}.I^{-1}$$

$$\text{Remplazando: } \left[\frac{\beta}{E_0} \right] = \frac{T^{-1}}{M.L.T^{-3}.I^{-1}} = M^{-1}.L^{-1}.T^2.I$$

Respuesta: La fórmula dimensional es $M^{-1}.L^{-1}.T^2.I$

47. La deformación lineal (en metros) de una viga de largo L, de área de la sección recta A y sometida a una fuerza de tracción F se expresa mediante la ecuación $\partial = \frac{F.L}{E.A}$. Determine la fórmula dimensional de E.

Resolución

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [\partial] = \frac{[F].[L]}{[E].[A]}$$

$$\text{Despejando tenemos: } [E] = \frac{[F].[L]}{[\partial].[A]} = \frac{(M.L.T^{-2})(L)}{(L)(L^2)} = M.L^{-1}.T^{-2}$$

Respuesta: La fórmula dimensional es $M.L^{-1}.T^{-2}$

48. Cierta fenómeno físico puede ser escrito por la siguiente ecuación empírica $P = m.v^2 \left(at - \frac{k}{S} \right)$ siendo m: masa, a: aceleración, t: tiempo, S: área. Determine la fórmula dimensional de “k”.

Resolución

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } \left(at - \frac{k}{S} \right) \text{ donde}$$

$$[at] = \left[\frac{k}{S} \right] \Rightarrow [k] = [at.S]$$

$$[k] = [at.S] = (L.T^{-2})(T)(L^2) \text{ reduciendo } [k] = [at.S] = L^3.T^{-1}$$

Respuesta: La fórmula dimensional es $L^3.T^{-1}$

49. La ecuación que describe el flujo de un fluido ideal está dada por la ecuación:

$$\rho.g.A + \frac{\rho.B^2}{2} + C = D \text{ donde D: energía por unidad de volumen, } \rho : \text{ densidad, g: aceleración de}$$

la gravedad. Determine la fórmula dimensional de $\frac{A}{B}$.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional:

$$[D] = \left[\frac{\text{energía}}{\text{volumen}} \right] = \frac{M.L^2.T^{-2}}{L^3} = M.L^{-1}.T^{-2} \text{ reduciendo } [\rho.g.A] = \left[\frac{\rho.B^2}{2} \right] = [D]$$

$$\text{Despejando tenemos que: } [A] = \left[\frac{D}{\rho \cdot g} \right] = \frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}}{(M \cdot L^{-3})(L \cdot T^{-2})} = L$$

$$\text{Despejando tenemos que: } \left[\frac{B^2}{2} \right] = \left[\frac{D}{\rho} \right] \Rightarrow [B] = \left[\frac{D}{\rho} \right]^{0.5}$$

$$[B] = \left[\frac{D}{\rho} \right]^{0.5} = \left(\frac{M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}}{M \cdot L^{-3}} \right)^{0.5} \text{ reduciendo } [B] = \left[\frac{D}{\rho} \right]^{0.5} = L \cdot T^{-1}$$

$$\text{Finalmente tenemos que: } \left[\frac{A}{B} \right] = \frac{L}{L \cdot T^{-1}} = T$$

Respuesta: La fórmula dimensional de $\left[\frac{A}{B} \right]$ es T.

50. La energía radiante E que emite un cuerpo caliente de área A que se encuentra a una temperatura absoluta T en un intervalo de tiempo Δt se determina con la ecuación $E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \cdot \Delta t$, donde ε es una constante adimensional. ¿Cuál es la expresión dimensional de σ ?

RESOLUCIÓN

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[E] = [\varepsilon] \cdot [\sigma] \cdot [A] \cdot [T^4] \cdot [\Delta t]$

$$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} = 1 \cdot [\sigma] \cdot L^2 \cdot \Theta^4 \cdot T$$

$$\text{Despejando tenemos que: } [\sigma] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{L^2 \cdot \Theta^4 \cdot T} = M \cdot \Theta^{-4} \cdot T^{-3}$$

$$[\sigma] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{L^2 \cdot \Theta^4 \cdot T} = M \cdot \Theta^{-4} \cdot T^{-3}$$

Respuesta: La expresión dimensional σ es $M \cdot T^{-3} \cdot \Theta^{-4}$

51. La representación mediante símbolos de la unidad *joule por kilogramo kelvin*, es:

A) $J \cdot kg \cdot K$ B) $\frac{J}{kg} \cdot K$ C) $\frac{J}{K} \cdot kg$ D) $\frac{J}{kg \cdot K}$ E) $\frac{1}{J \cdot kg \cdot K}$

Resolución

Norma del sistema internacional de unidades: Sea A y B unidad de magnitudes físicas.

Producto A.B: se lee, “AB”. Cociente $\frac{A}{B}$: se lee, “A por B”

$$\text{joule por kilogramo kelvin: } \frac{J}{kg \cdot K}$$

Respuesta: D

52. El desplazamiento Δr de una partícula en trayectoria rectilínea con aceleración constante “a” está dada por $\Delta r = k \cdot a^m \cdot t^n$, donde “t” es el tiempo, “k” constante adimensional. Encontrar los valores de m y n. Dar como respuesta (m + n).

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\Delta r] = [k] \cdot [a^m] \cdot [t^n]$

$$L \cdot T^0 = 1 \cdot (L \cdot T^{-2})^m \cdot (T)^n \text{ reduciendo } L \cdot T^0 = L^m \cdot T^{n-2m}$$

"A bases iguales le corresponden exponentes iguales"

L: $m = 1 \dots (1)$

M: $0 = n - 2m$, entonces $n = 2m \dots (2)$ reemplazando (1) en (2): $n = 2$

Respuesta: $(m + n) = 3$

53. Experimentalmente se obtiene que la potencia (P) de descarga del chorro de agua sale de una tubería es directamente proporcional a la densidad (D) del agua, a su velocidad (V) y al área de la sección transversal (A) de dicha tubería. Determine el exponente que afecta a la velocidad.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $P = K.D^x.V^y.A^z$

donde K es constante adimensional. $[P] = [K].[D]^x.[V]^y.[A]^z$

$$M.L^2.T^{-3} = 1.(M.L^{-3})^x.(L.T^{-1})^y.(L^2)^z$$

$$M^1.L^2.T^{-3} = 1.(M^x.L^{-3x}).(L^y.T^{-y}).(L^{2z})$$

$$M^1.L^2.T^{-3} = M^x.L^{y-3x+2z}.T^{-y}$$

"A bases iguales le corresponden exponentes iguales"

M: $x = 1$ T: $y = 3$ L: $2 = y - 3x + 2z$

reemplazando: $2 = 3 - 3(1) + 2z$ despejando: $z = 1$

Respuesta: El exponente que afecta a la velocidad es $y = 3$

54. En la expresión: $V = \frac{t^3}{a} - \frac{b-h}{c}$ determine la fórmula dimensional de $\frac{a.b}{c}$, si V: volumen t; tiempo y H: altura.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional. La fórmula dimensional de a es:

$$[V] = \left[\frac{t^3}{a} \right] \Rightarrow [a] = \left[\frac{t^3}{V} \right] = \frac{T^3}{L^3} \text{ reduciendo: } [a] = T^3.L^{-3}$$

$$\text{La fórmula dimensional de b es: } \frac{b-h}{c} \Rightarrow [b] = [h] = L$$

$$\text{La fórmula dimensional de c es: } [V] = \frac{[b-h]}{[c]} \Rightarrow [c] = \frac{[h]}{[V]} = \frac{L}{L^3}$$

$$\text{Reduciendo: } [c] = L^{-2}$$

$$\text{Reemplazando en: } \left[\frac{a.b}{c} \right] = \frac{[a].[b]}{[c]} = \frac{(T^3.L^{-3}).(L)}{L^{-2}} = T^3$$

Respuesta: La fórmula dimensional de $\frac{a.b}{c}$ es T^3

55. La potencia que requiere la hélice de un helicóptero viene dada por: $P = k.R^a.\omega^b.D^c$, donde K es un número, R el radio de la hélice, ω es la rapidez angular, y D es la densidad del aire.

Determine $\frac{a.b}{c}$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[P] = [k] \cdot [R]^a \cdot [\omega]^b \cdot [D]^c$

$$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} = 1 \cdot (L)^a \cdot (T^{-1})^b \cdot (M \cdot L^{-3})^c$$

$$M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-3} = M^c \cdot L^{a-3c} \cdot T^{-b}$$

"A bases iguales le corresponden exponentes iguales"

$$M: 1 = c \dots (1)$$

$$T: -3 = -b \Rightarrow b = 3 \dots (2)$$

$$L: 2 = a - 3c \Rightarrow a = 2 + 3c$$

$$\Rightarrow a = 5 \dots (3) \text{ Reemplazando en: } \frac{a \cdot b}{c} = \frac{(5) \cdot (3)}{(1)} = 15$$

Respuesta: $\frac{a \cdot b}{c} = 15$

56. La ley de Isaac Newton de la gravitación universal se expresa mediante la relación: $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$,

donde F: es la fuerza gravitacional, m y M son las masas y r es la distancia entre ellas. ¿Cuál es la expresión dimensional de G?

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[F] = [G] \cdot \frac{[m] \cdot [M]}{[r]^2}$

$$[G] = \frac{[F] \cdot [r]^2}{[m] \cdot [M]} = \frac{(M \cdot L \cdot T^{-2}) (L^2)}{M \cdot M} \text{ reduciendo: } [G] = \frac{[F] \cdot [r]^2}{[m] \cdot [M]} = M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2}$$

Respuesta: $[G] = M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2}$

57. Experimentalmente se ha determinado que la fuerza de sustentación que actúa sobre el ala de un avión depende del área S del ala, de la densidad D del aire y la velocidad V del avión. Determine la dimensión de la velocidad.

Resolución

La fórmula empírica es: $F = k \cdot S^a \cdot D^b \cdot V^c$, donde k es un número.

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $F = k \cdot S^a \cdot D^b \cdot V^c$

$$[F] = [k] \cdot [S]^a \cdot [D]^b \cdot [V]^c$$

$$M \cdot L \cdot T^{-2} = 1 \cdot (L^2)^a \cdot (M \cdot L^{-3})^b \cdot (L \cdot T^{-1})^c$$

$$M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2} = M^b \cdot L^{2a-3b+c} \cdot T^{-c}$$

"A bases iguales le corresponden exponentes iguales"

$$M: 1 = b$$

$$T: -2 = -c \Rightarrow c = 2$$

$$L: 1 = 2a - 3b + c \Rightarrow 1 = 2a - 3(1) + 2 \Rightarrow a = 1$$

Respuesta: La dimensión de la velocidad es 2.

58. La fuerza resistiva sobre un glóbulo rojo (esférico) en la sangre depende del radio R , de la velocidad V y la viscosidad η . Experimentalmente se ha demostrado que si $R = 2\mu m$, $V = 7.10^7 m$ y $\eta = 3.10^{-3} kg.m^{-1}.s^{-1}$. La fuerza resistiva es $F = 252\pi.10^{-16} N$. Determine la fórmula empírica que permite determinar el valor de la fuerza resistiva.

Resolución

La fórmula empírica es: $F = k.R^a.V^b.\eta^c$, donde k es un número.

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[F] = [k].[R]^a.[V]^b.[\eta]^c$

$$M.L.T^{-2} = 1.(L)^a.(L.T^{-1})^b.(M.L^{-1}.T^{-1})^c$$

$$M^1.L^1.T^{-2} = M^c.L^{a+b-c}.T^{-b-c}$$

"A bases iguales le corresponden exponentes iguales"

$$M: 1 = c$$

$$T: -2 = -b - c \Rightarrow -2 = -b - 1 \Rightarrow b = 1$$

$$L: 1 = a + b - c \Rightarrow 1 = a + 1 - 1 \Rightarrow a = 1$$

La fórmula empírica es: $F = k.R.V.\eta$

$$\text{Reemplazando los datos en la formula empírica: } 252\pi.10^{-16} = k.(2.10^{-6}).(7.10^{-7}).(3.10^{-3})$$

Despejando: $k = 6\pi$

Respuesta: La fórmula empírica es $F = 6\pi.R.V.\eta$

59. Determine la fórmula dimensional de C en la siguiente fórmula física: $C = \frac{m.v^{\sec 60^\circ}}{F.H}$

donde, m : masa; v : velocidad; F : fuerza; H : altura

Resolución

En el proceso el valor del exponente se respeta: $\sec 60^\circ = 2$

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [C] = \frac{[m].[v]^2}{[F].[H]} = \frac{(M).(L.T^{-1})^2}{(M.L.T^{-2}).(L)} = 1$$

$$[C] = 1$$

Respuesta: C es una cantidad adimensional.

60. Determine la fórmula dimensional de $A.B.C$ en la siguiente fórmula física:

$$\text{Sen} 30^\circ = A + B.t + \sqrt{\frac{C}{t}} \quad \text{donde, } t: \text{ tiempo}$$

Resolución

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [\text{Sen} 30^\circ] = [A] = [B.t] = \left[\frac{C}{t}\right]^{0.5}$$

$$\text{La fórmula dimensional de A es: } [\text{Sen} 30^\circ] = [A] \Rightarrow [A] = 1$$

$$\text{La fórmula dimensional de B es: } [\text{Sen} 30^\circ] = [B.t] \Rightarrow [B] = T^{-1}$$

$$\text{La fórmula dimensional de C es: } [\text{Sen} 30^\circ] = 1 = \left[\frac{C}{t}\right]^{0.5} \Rightarrow [C] = [t] = T$$

Reemplazando en: $[A.B.C] = [A].[B].[C] = (1).(T^{-1}).(T) = 1$

Respuesta: $[A.B.C] = 1$

61. Determine la fórmula dimensional de H en la siguiente formula física: $H = \frac{D.g.h}{P}$

donde, D: densidad g: gravedad h: altura P: presión

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[H] = \frac{[D].[g].[h]}{[P]}$

$$[H] = \frac{(M.L^{-3}).(L.T^{-2}).(L)}{M.L^{-1}.T^{-2}} = 1$$

Respuesta: H es una cantidad adimensional.

62. La expresión dimensional del producto de la masa por la velocidad es igual a la expresión dimensional de:

- A) Energía multiplicada por el tiempo. B) Potencia multiplicada por el tiempo.
C) Densidad multiplicada por la potencia. D) Fuerza multiplicada por la velocidad.
E) Fuerza multiplicada por el tiempo.

Resolución

La masa por la velocidad es el módulo de la cantidad de movimiento o impulso.

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional:

El impulso se define como el producto de la fuerza por el tiempo.

$$[Impulso] = [fuerza].[tiempo]$$

Respuesta: E

63. Determine la fórmula dimensional de B, en la siguiente expresión que dimensionalmente

homogénea: $B = \frac{T.P.Cos53^\circ}{\delta} + C$

donde: T = trabajo; P = presión; δ = densidad

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[B] = \frac{[T].[P].[Cos53^\circ]}{[\delta]} = [C]$

$$[B] = \frac{[T].[P].[Cos53^\circ]}{[\delta]} \text{ reemplazando } [B] = \frac{(M.L^2.T^{-2}).(M.L^{-1}.T^{-2})}{M.L^{-3}}$$

$$[B] = \frac{M^2.L^1.T^{-4}}{M.L^{-3}} = M.L^4.T^{-4}$$

Respuesta: $[B] = M.L^4.T^{-4}$

64. En la ecuación $X = A.Sen(B.t + \phi) + C.t^2 + D$ es dimensionalmente homogénea, donde, X:

distancia, t: tiempo. Determine la fórmula dimensional de $\frac{A.C}{B.D}$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional:

$$[X] = [A] \cdot [\text{Sen}(Bt + \phi)] = [C] \cdot [t]^2 = [D]$$

La fórmula dimensional de A es:

$$[X] = [A] \cdot [\text{Sen}(Bt + \phi)] \Rightarrow [A] = [X] = L$$

La fórmula dimensional de B es:

$$\text{Sen}(Bt + \phi) \Rightarrow [Bt] = [\phi] = [\text{angulo}] = 1$$

$$[Bt] = 1 \Rightarrow [B] = T^{-1}$$

La fórmula dimensional de C es:

$$[X] = [Ct^2] \Rightarrow [C] = \frac{[X]}{[t^2]} = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

La fórmula dimensional de D es: $[X] = [D] = L$

Reemplazando en:

$$\left[\frac{A.C}{B.D} \right] = \frac{[A][C]}{[B][D]} = \frac{(L)(LT^{-2})}{(T^{-1})(L)} = LT^{-1}$$

Respuesta: $\left[\frac{A.C}{B.D} \right] = LT^{-1}$

65. Si las ecuaciones mostradas son dimensionalmente correctas, determine la fórmula dimensional de "X": $A + B = C + D$, donde $A.B = 6 \text{ (kg.m)}^2$ y

$$2A + 3H = 4C + 5E + X.F \quad \text{donde } \frac{F}{C} = 4m.$$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional:

$$[A] = [B] = [C] = [D] = M.L$$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional:

$$[2A] = [3H] = [4C] = [5E] = [X.F]$$

Reduciendo tenemos que:

$$[A] = [H] = [C] = [E] = [X.F]$$

Analizado: $\frac{[F]}{[C]} = L$

$$\frac{[F]}{M.L} = L$$

$$[F] = M.L^2$$

Analizado: $[C] = [X][F]$ reemplazando: $M.L = [X]M.L^2$ despejando $[X] = L^{-1}$

Respuesta: $[X] = L^{-1}$

66. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, determine la fórmula dimensional de "X": $X = \omega.A.Cos(\omega.t + \delta)$,

donde, A: longitud, t : tiempo.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\omega t] = [\delta] = [\text{angulo}] = 1$

$$[\omega t] = 1 \Rightarrow [\omega] = T^{-1}$$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[X] = [\omega] \cdot [A] \cdot [\cos(\omega t + \delta)]$

$$[X] = (T^{-1}) \cdot (L) \cdot (1) = LT^{-1}$$

Respuesta: $[X] = LT^{-1}$

67. En un experimento de física, un estudiante desea encontrar la velocidad del aire “V” que genera un ventilador mecánico, la cual depende de la fuerza “F” del aire, la potencia “P” desarrollada por la persona que acciona el ventilador y la fuerza de rozamiento “K”, encontrando la siguiente ecuación: $V = \alpha.F.P + B.K$

Determine la fórmula dimensional $\frac{\alpha}{B^2}$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[V] = [\alpha.F.P] = [B.K]$

$$\text{La fórmula dimensional de } \alpha \text{ es: } [\alpha] = \frac{[V]}{[F] \cdot [P]} = \frac{LT^{-1}}{(M.L.T^{-2}) \cdot (M.L^2.T^{-3})}$$

$$[\alpha] = \frac{LT^{-1}}{M^2.L^3.T^{-5}} = M^{-2}.L^{-2}.T^4$$

$$\text{La fórmula dimensional de B es: } [V] = [B.K] \Rightarrow [B] = \frac{[V]}{[K]} = \frac{LT^{-1}}{M.L.T^{-2}}$$

$$[B] = M^{-1}.T$$

$$\text{Reemplazando en: } \left[\frac{\alpha}{B^2} \right] = \frac{M^{-2}.L^{-2}.T^4}{(M^{-1}.T)^2} = L^{-2}.T^2$$

$$\text{Respuesta: } \left[\frac{\alpha}{B^2} \right] = L^{-2}.T^2$$

68. En la siguiente ecuación dimensionalmente homogénea $y = A \cdot \text{Sen}\left(\frac{2\pi t}{J} + \frac{2\pi x}{K}\right)$, donde “A” es la amplitud (en metros), “t” es el tiempo (en segundos) y “x” es la posición (en metros).

Determine la fórmula dimensional de $\frac{y}{J \cdot K}$

Resolución

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [y] = [A] \cdot \left[\text{Sen}\left(\frac{2\pi t}{J} + \frac{2\pi x}{K}\right) \right]$$

$$[y] = [A] \cdot 1 = L$$

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } \left[\frac{2\pi t}{J} \right] = \left[\frac{2\pi x}{K} \right] = [\text{angulo}] = 1$$

$$\text{La fórmula dimensional de J es: } \left[\frac{2\pi t}{J} \right] = 1 \Rightarrow [J] = [2\pi t] = T$$

La fórmula dimensional de K es: $\left[\frac{2\pi x}{K}\right] = 1 \Rightarrow [K] = [2\pi x] = L$

Reemplazando en: $\left[\frac{y}{J \cdot K}\right] = \frac{[y]}{[J] \cdot [K]} = \frac{L}{(T) \cdot (L)} = T^{-1}$

Respuesta: $\left[\frac{y}{J \cdot K}\right] = T^{-1}$

69. Si $N = 5 \text{ m}^2$, S se mide en segundos, y A representa la aceleración, entonces la relación dimensionalmente correcta es:

A) $A = \frac{N}{S}$ B) $A = N \cdot S$ C) $A = \frac{\sqrt{N}}{S^2}$ D) $A = \frac{N}{S^2}$ E) $A = \sqrt{N} \cdot S^2$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional:

$$[N] = [\text{area}] = L^2$$

$$[S] = [\text{tiempo}] = T$$

$$[A] = [\text{aceleracion}] = LT^{-2}$$

La relación de A con N y S es: $A = N^a \cdot S^b \dots (1)$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[A] = [N]^a \cdot [S]^b$

$$LT^{-2} = (L^2)^a \cdot (T)^b$$

$$L^1 T^{-2} = L^{2a} T^b$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$L: 1 = 2a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$T: -2 = b \Rightarrow b = -2$$

Reemplazando en (1): $A = N^a \cdot S^b = N^{\frac{1}{2}} \cdot S^{-2}$ otra forma: $A = \frac{\sqrt{N}}{S^2}$

Respuesta: C

70. En la siguiente fórmula física: $W = k \cdot m \cdot C^x$, determine el valor de “x”, donde: k: número, W : trabajo, m : masa C : velocidad

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[W] = [k] \cdot [m] \cdot [C]^x$

$$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} = 1 \cdot (M) \cdot (LT^{-1})^x \text{ reduciendo } L^2 \cdot T^{-2} = L^x \cdot T^{-x}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”: $x = 2$

Respuesta: el valor de x es 2.

71. Determine el valor de “x” en la siguiente fórmula física: $T^x = K \left(\frac{d}{a}\right)$

donde, d: distancia a: aceleración T: tiempo K: número

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[T]^x = [K] \cdot \frac{[d]}{[a]}$

$$T^x = (1) \cdot \frac{L}{L \cdot T^{-2}} = T^2$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales: $x = 2$

Respuesta: el valor de x es 2.

72. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, determine la fórmula dimensional de

“n”: $P = k \left(E^{\frac{k \cdot v}{u \cdot n \cdot i}} + 2\pi \right)$, donde

P: presión, v: volumen, u: energía, i: intensidad de corriente eléctrica

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $\left[E^{\frac{k \cdot v}{u \cdot n \cdot i}} \right] = [2\pi] = 1$

$$[P] = [k] \left[\left(E^{\frac{k \cdot v}{u \cdot n \cdot i}} + 2\pi \right) \right] \text{ reduciendo } [P] = [k] = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $\left[\frac{k \cdot v}{u \cdot n \cdot i} \right] = [\text{exponente}] = 1$

$$[u \cdot n \cdot i] = [k \cdot v] \Rightarrow [n] = \frac{[k] \cdot [v]}{[u] \cdot [i]} \text{ reduciendo } [n] = \frac{[k] \cdot [v]}{[u] \cdot [i]} = \frac{(M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}) \cdot (L^3)}{(M \cdot L^2 \cdot T^{-2}) \cdot (I)} = I^{-1}$$

Respuesta: $[n] = I^{-1}$

73. Se tiene la siguiente ecuación homogénea, donde E es la energía, “e” es un número y “a” es la longitud, si:

$$E = R \cdot e^{\frac{x}{a}} + S \cdot e^{\frac{-x}{a}}, \text{ determine la fórmula dimensional de } \frac{R \cdot x^2}{S}$$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[E] = [R] \cdot \left[e^{\frac{x}{a}} \right] = [S] \cdot \left[e^{\frac{-x}{a}} \right]$

$$[E] = [R] = [S] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \dots (1)$$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $\left[\frac{x}{a} \right] = \left[-\frac{x}{a} \right] = [\text{exponente}] = 1$

$$[x] = [a] = L \dots (2)$$

Reemplazando (1) y (2) en: $\left[\frac{R \cdot x^2}{S} \right] = \frac{[R] \cdot [x]^2}{[S]} = [x]^2 = L^2$

Respuesta: $\left[\frac{R \cdot x^2}{S} \right] = L^2$

74. La altura máxima H que alcanza una partícula, depende de la rapidez de lanzamiento vertical V y de la aceleración de la gravedad, y tiene la siguiente forma: $H = \frac{V^x \cdot g^y}{x}$. Determine $(x-y)$

Resolución

El exponente es siempre adimensional: $[x] = [\text{exponente}] = 1$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[H] = \frac{[V]^x \cdot [g]^y}{[x]}$

$$L = \frac{(LT^{-1})^x \cdot (LT^{-2})^y}{1} \quad \text{reduciendo: } L^1 T^0 = L^{x+y} T^{-x-2y}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$L: 1 = x + y$$

$$T: 0 = -x - 2y$$

Resolviendo las ecuaciones tenemos: $x = 2 \quad \wedge \quad y = -1$

Respuesta: $(x - y) = 3$

75. La aceleración centrípeta “ a_c ” de una partícula, depende de la velocidad tangencial V y del radio de curvatura R de la trayectoria. Determine la dimensión que afecta a R .

Resolución

La fórmula empírica es: $a_c = k \cdot V^a \cdot R^b$ donde k es un número.

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[a_c] = [k] \cdot [V]^a \cdot [R]^b$

$$LT^{-2} = 1 \cdot (LT^{-1})^a \cdot (L)^b \quad \text{reduciendo: } L^1 T^{-2} = L^{a+b} T^{-a}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$L: 1 = a + b \dots (1)$$

$$T: -2 = -a \Rightarrow a = 2 \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1): $b = -1$

Respuesta: la dimensión de R es -1

76. El tiempo transcurrido “ t ” de caída libre depende de la altura “ h ” que descende y de la aceleración de la gravedad “ g ”. Sabiendo que: $t = \sqrt{2} \cdot h^a \cdot g^b$, determine $(a-b)$

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[t] = [\sqrt{2}] \cdot [h]^a \cdot [g]^b$

$$T = (1) \cdot (L)^a \cdot (LT^{-2})^b \quad \text{reduciendo: } L^0 T^1 = L^{a+b} T^{-2b}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$L: 0 = a + b \dots (1)$$

$$T: 1 = -2b \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1): $a = +\frac{1}{2}$

Respuesta: $(a+b) = +1$

77. El periodo de oscilación **J** de un péndulo simple, depende de la longitud **Q** de la cuerda y de la aceleración de la gravedad **W**, y tiene la siguiente forma: $J = 2\pi.Q^a.W^b$. Determine la fórmula empírica para determinar el periodo de oscilación:

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[J] = [2\pi].[Q]^a.[W]^b$

$$T = (1).(L)^a.(LT^{-2})^b$$

$$L^0.T^1 = L^{a+b}.T^{-2b}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$L: 0 = a + b \dots (1)$$

$$T: 1 = -2b \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \dots (2) \quad \text{Reemplazando (2) en (1): } a = +\frac{1}{2}$$

$$\text{La fórmula: } J = 2\pi.Q^{\frac{1}{2}}.W^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{Respuesta: } J = 2\pi.\sqrt{\frac{Q}{W}}$$

78. La fórmula que determina el módulo de la fuerza centrípeta **F** que experimenta una partícula, depende de la masa “m”, de la rapidez angular ω y del radio de curvatura de la trayectoria **R**. Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.

Resolución

$$\text{La fórmula empírica es: } F = m^a.\omega^b.R^c \dots (1)$$

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [F] = [m]^a.[\omega]^b.[R]^c$$

$$M.L.T^{-2} = (M)^a.(T^{-1})^b.(L)^c \text{ reduciendo: } M^1.L^1.T^{-2} = M^a.L^c.T^{-b}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 1 = a$$

$$L: 1 = c$$

$$T: -2 = -b \Rightarrow b = 2$$

$$\text{Reemplazando en (1): } F = m.\omega^2.R$$

$$\text{Respuesta: } a=1 \wedge b=2 \wedge c=1$$

79. La velocidad crítica **V** a la cual el flujo de un líquido a través de un tubo se convierte en turbulento, depende de la viscosidad η , de la densidad del fluido δ , del diámetro **D** del tubo, de la constante adimensional **R**. Determine la fórmula empírica para calcular la velocidad en función de η , δ , **D** y **R**. La fórmula dimensional de la viscosidad es: $M.L^{-1}.T^{-1}$

Resolución

$$\text{Fórmula empírica: } V = R.\eta^a.\delta^b.D^c \dots (1)$$

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [V] = [R].[\eta]^a.[\delta]^b.[D]^c$$

$$L.T^{-1} = (1).(M.L^{-1}.T^{-1})^a.(M.L^{-3})^b.(L)^c \text{ reduciendo: } M^0.L^1.T^{-1} = M^{a+b}.L^{-a-3b+c}.T^{-a}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 0 = a + b$$

$$T: -1 = -a \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$L: 1 = -a - 3b + c$$

$$1 = -(1) - 3(-1) + c \Rightarrow c = -1$$

$$\text{Reemplazando en (1): } V = R.\eta^1.\delta^{-1}.D^{-1}$$

$$\text{Respuesta: } V = \frac{R.\eta}{\delta.D}$$

80. La fuerza de rozamiento en el interior de un fluido sobre una esfera en movimiento depende de la viscosidad del líquido (n), el radio de la esfera (r) y la rapidez de la esfera (v): $F = n^a.r^b.v^c$. La fórmula dimensional de la viscosidad es: $M.L^{-1}.T^{-1}$. Determinar $(a+b+c)$

Resolución

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [F] = [n]^a.[r]^b.[v]^c$$

$$M.L.T^{-2} = (M.L^{-1}.T^{-1})^a.(L)^b.(L.T^{-1})^c$$

$$M^1.L^1.T^{-2} = M^a.L^{-a+b+c}.T^{-a-c}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 1 = a$$

$$T: -2 = -a - c \Rightarrow -2 = -1 - c$$

$$\Rightarrow c = +1$$

$$L: 1 = -a + b + c \Rightarrow 1 = -1 + b + 1 \Rightarrow b = +1 \text{ Reemplazando en: } (a+b+c)$$

$$\text{Respuesta: } (a+b+c) = 3$$

81. La presión “P” que ejerce el flujo de agua sobre una pared vertical viene dado por la siguiente fórmula empírica: $P = \lambda.Q^x.d^y.A^z$ donde, Q: caudal (m^3/s), d: densidad del agua, A: área de la placa, λ : constante adimensional. Determine: $x+y+z$

Resolución

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [P] = [\lambda].[Q]^x.[d]^y.[A]^z$$

$$M.L^{-1}.T^{-2} = (1).(L^3.T^{-1})^x.(M.L^{-3})^y.(L^2)^z \text{ reduciendo: } M^1.L^{-1}.T^{-2} = M^y.L^{3x-3y+2z}.T^{-x}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 1 = y, T: -2 = -x \Rightarrow x = 2$$

$$L: -1 = 3x - 3y + 2z \Rightarrow -1 = 3(2) - 3(1) + 2z \Rightarrow z = -2$$

$$\text{Reemplazando en: } P = \lambda.Q^x.d^y.A^z \text{ reduciendo: } P = \lambda.Q^2.d.A^{-2}$$

$$\text{Respuesta: } (x+y+z) = 1$$

82. La presión que un fluido ejerce sobre una pared, depende de la velocidad V del fluido, de su densidad D y tiene la siguiente forma: $P = \sqrt{2}.V^a.D^b$. Determinar la fórmula física correcta.

Resolución.

$$\text{Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: } [P] = [\sqrt{2}].[V]^a.[D]^b$$

$$M.L^{-1}.T^{-2} = (1).(LT^{-1})^a.(M.L^{-3})^b \text{ reduciendo } M^1.L^{-1}.T^{-2} = M^b.L^{a-3b}.T^{-a}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 1=b, \quad T: -2=-a \Rightarrow a=2 \quad \text{Reemplazando en: } P = \sqrt{2}.V^a.D^b$$

Respuesta: $P = \sqrt{2}.V^2.D$

- 83.** La energía por unidad de longitud (ψ) de una cuerda vibrante, depende de un coeficiente $2\pi^2$, de la masa por unidad de longitud (δ), de la frecuencia (f) y de la amplitud del movimiento (A). Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.

Resolución

La fórmula empírica es: $\psi = 2\pi.\delta^a.f^b.A^c$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\psi] = [2\pi].[\delta]^a.[f]^b.[A]^c$

$$\frac{M.L^2.T^{-2}}{L} = (1).\left(\frac{M}{L}\right)^a.(T^{-1})^b.(L)^c$$

$$M^1.L^1.T^{-2} = (M.L^{-1})^a.(T^{-1})^b.(L)^c \text{ reduciendo: } M^1.L^1.T^{-2} = M^a.L^{-a+c}.T^{-b}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 1=a, \quad T: -2=-b \Rightarrow b=2$$

$$L: 1=-a+c \Rightarrow 1=-1+c \Rightarrow c=2$$

La fórmula empírica es: $\psi = 2\pi.\delta.f^2.A^2$

Respuesta: $a=1 \wedge b=2 \wedge c=2$

- 84.** La cantidad de calor Q que disipa un conductor cuando por el circula una corriente eléctrica, depende de la intensidad de corriente eléctrica I , del valor de la resistencia R y del intervalo de tiempo transcurrido “ t ”. Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.

$$[R] = M^1.L^2.T^{-3}.I^{-2}$$

Resolución

La fórmula empírica es: $Q = I^a.R^b.t^c$

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[Q] = [I]^a.[R]^b.[t]^c$

$$M.L^2.T^{-2} = (I)^a.(M^1.L^2.T^{-3}.I^{-2})^b.(T)^c \text{ reduciendo: } M^1.L^2.T^{-2}.I^0 = M^b.L^{2b}.T^{-3b+c}.I^{a-2b}$$

”A bases iguales le corresponden exponentes iguales”

$$M: 1=b, \quad I: 0=a-2b \Rightarrow a=2, \quad T: -2=-3b+c \Rightarrow c=1$$

La fórmula empírica es: $Q = I^2.R.t$

Respuesta: $a=2 \wedge b=1 \wedge c=1$

- 85.** Conociendo la fórmula física para determinar la cantidad de calor “ Q ” que gana o pierde un cuerpo: $Q = m.Ce.\Delta T$, donde “ m ” es la masa, Ce representa el calor específico y ΔT es el cambio de la temperatura. Determine la fórmula dimensional del calor específico.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $Ce = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow [Ce] = \frac{[Q]}{[m] \cdot [\Delta T]}$

$$[Ce] = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{(M) \cdot (\Theta)} = L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$$

Respuesta: $[Ce] = L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$

- 86.** La intensidad de corriente eléctrica “i” se define como: $i = \frac{q}{\Delta t}$, donde “q” es la cantidad de carga eléctrica que atraviesa la sección recta de un conductor en un intervalo de tiempo Δt . Determine la fórmula dimensional de la carga eléctrica.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $q = i \cdot \Delta t \Rightarrow [q] = [i] \cdot [\Delta t]$

Respuesta: $[q] = I \cdot T$

- 87.** La diferencia de potencial ΔV se define como la cantidad de trabajo W hecho por el agente externo por cada unidad de cantidad de carga eléctrica q . Si $\Delta V = \frac{W}{q}$, determine la fórmula dimensional del potencial eléctrico.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\Delta V] = \frac{[W]}{[q]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{I \cdot T}$

$$[\Delta V] = \frac{[W]}{[q]} = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$$

Respuesta: $[\Delta V] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$

- 88.** La diferencia de potencial ΔV entre los extremos de una resistencia R es directamente proporcional a la intensidad de corriente eléctrica i que la atraviesa. Si $\Delta V = i \cdot R$, determine la fórmula dimensional de la resistencia eléctrica.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[R] = \frac{[\Delta V]}{[i]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}}{I}$

$$[R] = \frac{[\Delta V]}{[i]} = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}$$

Respuesta: $[R] = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}$

- 89.** La capacidad eléctrica “C” de un cuerpo conductor se define como: $C = \frac{Q}{\Delta V}$ donde Q es la cantidad de carga que recibe el cuerpo y ΔV es el cambio de potencial eléctrico. Determine la fórmula dimensional de la capacidad eléctrica.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[C] = \frac{[Q]}{[\Delta V]} = \frac{I.T}{M.L^2.T^{-3}.I^{-1}}$

$$[C] = \frac{[Q]}{[\Delta V]} = M^{-1}.L^{-2}.T^4.I^2$$

Respuesta: $[C] = M^{-1}.L^{-2}.T^4.I^2$

- 90.** La fuerza **F** que actúa sobre un alambre recto de largo **L**, por el cual circula una corriente eléctrica **i**, dentro de un campo magnético de intensidad **B** es: $F = i.L.B$ Determine la fórmula dimensional de la intensidad del campo magnético.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $B = \frac{F}{i.L} \Rightarrow [B] = \frac{[F]}{[i].[L]}$

$$[B] = \frac{M.L.T^{-2}}{I.L} = M.T^{-2}.I^{-1}$$

Respuesta: $[B] = M.T^{-2}.I^{-1}$

- 91.** El flujo magnético ϕ se define como el producto de la intensidad del campo magnético **B**, por el área **A** y por el coseno del ángulo. $\phi = B.A.Cos\theta$
Determine la fórmula dimensional del flujo magnético.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\phi] = [B].[A].[Cos\theta]$

$$[\phi] = (M.T^{-2}.I^{-1}).(L^2).(1)$$

Respuesta: $[\phi] = M.L^2.T^{-2}.I^{-1}$

- 92.** Si la longitud final de una barra al dilatarse está dada por la fórmula: $L_f = L_0(1 + \alpha.\Delta T)$ donde L_0 es la longitud inicial de la barra, α representa el coeficiente de dilatación lineal y ΔT la variación de la temperatura. Determine la fórmula dimensional del coeficiente de dilatación lineal.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[1] = [\alpha.\Delta T] = [numero] = 1$

$$[\alpha].[\Delta T] = 1 \Rightarrow [\alpha].\Theta = 1$$

Respuesta: $[\alpha] = \Theta^{-1}$

- 93.** El incremento de la entropía de un gas se calcula con la siguiente fórmula: $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ donde ΔQ es la cantidad de calor absorbido por el gas a la temperatura absoluta **T**. Determine la fórmula dimensional de la entropía.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[\Delta S] = \frac{[\Delta Q]}{[T]} \Rightarrow [\Delta S] = \frac{M.L^2.T^{-2}}{\Theta}$

Respuesta: $[\Delta S] = M.L^2.T^{-2}.\Theta^{-1}$

94. La energía cinética promedio de una molécula monoatómica de un gas se determina con la fórmula: $E = \frac{3}{2}KT$ donde **K** representa a la constante de Boltzmann y **T** la temperatura absoluta. Determine la fórmula dimensional de K.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[E] = \left[\frac{3}{2}\right][K].[T] \Rightarrow [K] = \frac{[E]}{[T]}$

$$[K] = \frac{M.L^2.T^{-2}}{\Theta}$$

Respuesta: $[K] = M.L^2.T^{-2}.\Theta^{-1}$

95. Se muestra la ecuación de estado termodinámico de un gas ideal: $P.V = n.R.T$ donde **P** es la presión, **V** el volumen, “n” cantidad de sustancia, **R** la constante universal de los gases y **T** la temperatura absoluta.

Resolución

Aplicación del principio de homogeneidad dimensional: $[P].[V] = [n].[R].[T]$

$$(M.L^{-1}.T^{-2}).(L^3) = (N).[R].(\Theta) \text{ despejando: } [R] = \frac{(M.L^{-1}.T^{-2}).(L^3)}{N.\Theta}$$

Respuesta: $[R] = M.L^2.T^{-2}.\Theta^{-1}.N^{-1}$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

- Determine la fórmula dimensional de A en la siguiente fórmula física: $A = \frac{F.T}{M.V} - \sqrt{B}$; donde,
F: fuerza; T: tiempo; M: masa; V: velocidad
A) L^{-2} **B) T^0** C) T^2 D) $ML^{-2}T$ E) T^{-2}
- Determine la fórmula dimensional de B en la siguiente fórmula física: $B = \frac{m.v^3}{F.A} + \sqrt[3]{R}$; donde,
m: masa; v: velocidad; F: fuerza; A: área
A) T^{-1} B) T^0 C) T^2 D) $ML^{-2}T$ E) T^{-2}
- Determine la fórmula dimensional de C en la siguiente fórmula física: $C = \frac{m.v^{Sec60^\circ}}{F.H}$
donde, m: masa; v: velocidad; F: fuerza; H: altura
A) ML^{-2} **B) T^0** C) MT^2 D) $ML^{-2}T$ E) MT^{-2}
- Determine la fórmula dimensional de D en la siguiente fórmula física: $D = \sqrt{2hg}.A - \sqrt[3]{N}$
donde, h: altura; g: aceleración, A: área
A) L^{-2} **B) L^3T^{-1}** C) LT^2 D) $ML^{-2}T$ E) LT^{-2}
- Determine la fórmula dimensional de “E”, en la siguiente fórmula : $E = \sqrt{\frac{W}{m}}$
donde; W: trabajo m: masa
A) L^{-2} B) LT^{-1} C) LT^2 D) $ML^{-2}T$ E) LT^{-2}
- La fuerza F de atracción entre dos masas es directamente proporcional al producto de las masas (m_1 y m_2) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia “d”, como indica la siguiente fórmula: $F = K \frac{m_1.m_2}{d^2}$. Determine la fórmula dimensional de la constante de gravitación K.
A) $M^{-1}L^4T^{-2}$ B) $M^{-1}L^4T^{-1}$ **C) $M^{-1}L^3T^{-2}$** D) $M^{-1}L^2T^{-2}$ E) $M^{-1}LT^{-2}$
- Determine la fórmula dimensional de “Z”, en la siguiente fórmula : $Z = \sqrt{\frac{B+H}{v.t}}$
donde, B : volumen t : tiempo v : velocidad
A) L^{-2} B) LT^{-1} **C) L** D) $ML^{-2}T$ E) LT^{-2}
- En la siguiente fórmula: $R = \frac{A+x}{y} + \sqrt{\frac{P+U}{x}}$; determine la fórmula dimensional de “R”
donde, A : aceleración U : fuerza
A) $\sqrt{M}$ B) $\sqrt{T}$ C) $\sqrt{L}$ D) $ML^{-2}T$ E) T^{-2}
- Determine la fórmula dimensional de a.b.c en la siguiente fórmula física: $d = a + bt + \frac{c.t^2}{2}$
donde, d : distancia t : tiempo

- A) L^{-2} B) L^3T^{-3} C) LT^2 D) $L^{-2}T$ E) LT^{-3}

10. Determine la fórmula dimensional de A.B.C en la siguiente fórmula física:

$$\text{Sen}30^\circ = A + B.t + \sqrt{\frac{C}{t}} \quad \text{donde, } t : \text{tiempo}$$

- A) L^{-2} B) T^0 C) T^2 D) $ML^{-2}T$ E) T^{-2}

11. Determine la fórmula dimensional de H en la siguiente formula física: $H = \frac{D.g.h}{P}$

donde, D: densidad g: aceleración de la gravedad h: altura P: presión

- A) L^0 B) L C) L^2 D) ML^{-2} E) MLT^{-2}

12. Determine la fórmula dimensional de K en la siguiente fórmula física: $K = \frac{X.V.A}{E}$

donde; X: distancia, V: velocidad, A: aceleración E: energía

- A) $M^{-1}LT^{-1}$ B) LT^{-2} C) ML^2 D) ML^{-2} E) MLT^{-2}

13. La expresión dimensional del producto de la masa por la velocidad es igual a la expresión dimensional de:

- A) Energía multiplicada por el tiempo. B) Potencia multiplicada por el tiempo.
C) Densidad multiplicada por la potencia. D) Fuerza multiplicada por la velocidad.
E) Fuerza multiplicada por el tiempo.

14. Determine la fórmula dimensional de B, en la siguiente expresión que dimensionalmente homogénea: $B = \frac{T.P.Cos53^\circ}{\delta} + C$

donde: T = trabajo; P = presión; δ = densidad

- A) LT^{-1} B) ML^4T^{-4} C) ML^2T^{-3} D) MLT^{-1} E) $M^2L^2T^{-2}$

15. En la ecuación $X = A.Sen(B.t + \phi) + C.t^2 + D$ es dimensionalmente homogénea, donde,

X: distancia, t: tiempo. Determine la fórmula dimensional de $\frac{A.C}{B.D}$

- A) L B) LT^{-1} C) LT^{-2} D) L^2T^{-1} E) L^2T^{-2}

16. La ecuación que permite calcular el gasto o caudal que circula por un orificio de un deposito es:

$$Q = C.A.\sqrt{2gh}, \quad \text{determine la fórmula dimensional de "C" siendo:}$$

g: aceleración de la gravedad; Q: caudal $\left(\frac{\text{litros}}{\text{segundo}}\right)$; A: área; h: altura

- A) L B) L^{-1} C) L^3T^{-1} D) L^3T E) 1

17. Si las ecuaciones mostradas son dimensionalmente correctas, determine la fórmula dimensional de "X": $A + B = C + D$, donde $A.B = 6 \text{ (kg.m)}^2$ y

$$2A + 3H = 4C + 5E + X.F \quad \text{donde } \frac{F}{C} = 4m.$$

- A) 1 B) L^2 C) L^{-1} D) L^{-2} E) ML

18. En la siguiente expresión física dimensionalmente correcta: $V = V_0 + a \cdot t$, donde “V” se mide en m/s, “a” en m/s^2 y “t” en segundos. Entonces las unidades de $\frac{V_0}{a}$ son:
 A) m B) m/s C) s D) m/s^2 E) s^{-1}
19. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, determine la fórmula dimensional de “X”: $X = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta)$, donde, A: longitud, t : tiempo.
 A) L B) LT^{-1} C) LT^{-2} D) L^2T^{-1} E) L^2T^{-2}
20. En un experimento de física, un cachimbo desea encontrar la velocidad del aire “V” que genera un ventilador mecánico, la cual depende de la fuerza “F” del aire, la potencia “P” desarrollada por la persona que acciona el ventilador y la fuerza de rozamiento “K”, encontrando la siguiente ecuación: $V = \alpha \cdot F \cdot P + B \cdot K$
 Determine la fórmula dimensional $\frac{\alpha}{B^2}$
 A) L^{-2}T^2 B) LT^{-1} C) LT^{-2} D) L^2T^{-1} E) L^3T^{-2}
21. En la siguiente fórmula física: $A = \text{Sen}(30^\circ + B \cdot t) + \text{Cos}(60^\circ + C)$, determine la fórmula dimensional de A.B.C, donde, t : tiempo
 A) L^0 B) T C) T^2 D) ML^{-2} E) T^{-2}
22. En la siguiente ecuación dimensionalmente homogénea $y = A \cdot \text{Sen}\left(\frac{2\pi t}{J} + \frac{2\pi x}{K}\right)$, donde “A” es la amplitud (en metros), “t” es el tiempo (en segundos) y “x” es la posición (en metros).
 Determine la fórmula dimensional de $\frac{y}{J \cdot K}$
 A) T^0 B) TL^2 C) T^2 D) ML^{-2} E) T^{-1}
23. En cierto planeta la fuerza F de atracción entre dos masas es directamente proporcional al producto de las masas (m_1 y m_2) e inversamente proporcional al cubo de la distancia “d”, como indica la siguiente fórmula: $F = K \frac{m_1 \cdot m_2}{d^3}$. Determine la fórmula dimensional de la constante de gravitación K.
 A) $\text{M}^{-1}\text{L}^4\text{T}^{-2}$ B) $\text{M}^{-1}\text{L}^4\text{T}^{-1}$ C) $\text{M}^{-1}\text{L}^3\text{T}^{-2}$ D) $\text{M}^{-1}\text{L}^2\text{T}^{-2}$ E) $\text{M}^{-1}\text{LT}^{-2}$
24. La fuerza F de repulsión, entre dos cargas eléctricas del mismo signo, es directamente proporcional al producto de las cargas (q_1 y q_2) en inversamente proporcional al cuadrado de la distancia “d”, como indica la siguiente fórmula: $F = K \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$. Determine la fórmula dimensional de K.
 A) I^{-2} B) $\text{ML}^3\text{T}^{-4}\text{I}^{-2}$ C) $\text{ML}^4\text{T}^{-4}\text{I}^{-2}$ D) $\text{ML}^3\text{T}^{-4}\text{I}^{-1}$ E) $\text{L}^3\text{T}^{-4}\text{I}^{-2}$

PROPIEDAD DE LOS EXPONENTES

25. En la siguiente formula física determine la medida del ángulo $\square\square$ donde A y B representan a ciertas magnitudes físicas.

$$\sqrt[3]{A^8 - B^8 - C^8} = A \cdot B \cdot C^{\tan \theta}$$

- A) $ArTan\left(\frac{2}{3}\right)$ B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna anterior

26. Si $N = 5 \text{ m}^2$, S se mide en segundos, y A representa la aceleración, entonces la relación dimensionalmente correcta es:

- A) $A = \frac{N}{S}$ B) $A = N.S$ C) $A = \frac{\sqrt{N}}{S^2}$ D) $A = \frac{N}{S^2}$ E) $A = \sqrt{N}.S^2$

27. En la siguiente fórmula física: $W = m C^x$, determine el valor de “x”, donde:
W : trabajo, m : masa C : velocidad

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1 D) 3 E) 0,25

28. Halla el valor de “x” en la siguiente fórmula física: $T^x = K.\left(\frac{d}{a}\right)$. Donde,

d: distancia a: aceleración T : tiempo K: número

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1 D) 3 E) 0,2

29. Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, determine la fórmula dimensional de

“n”: $P = k \left(E^{\frac{k.v}{u.n.i}} + 2\pi \right)$, donde

P: presión, v: volumen, u: energía, i: intensidad de corriente eléctrica

- A) $ML^2T^{-2}I^{-1}$ B) θ^{-1} C) MLT D) IT E) I^{-1}

30. Se tiene la siguiente ecuación homogénea, donde E es la energía y a es la longitud, si:

$E = R.e^{\frac{x}{a}} + S.e^{\frac{-x}{a}}$, determine la fórmula dimensional de $\frac{R.x^2}{S}$

- A) LM B) L^2M C) L^2 D) LM^2 E) L

31. En la siguiente formula física determine la medida del ángulo θ donde A y B representan a ciertas magnitudes físicas.

$\sqrt[3]{A^4 - B^4} = A.B^{Tan\theta}$

- A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna anterior

FÓRMULAS EMPÍRICAS

32. La velocidad V de propagación de una onda mecánica, en una cuerda tensa, depende del módulo de la tensión T en la cuerda y de la densidad lineal de masa δ (masa/ longitud). Determine la fórmula empírica para determinar la velocidad de propagación.

- A) $\sqrt{\frac{T}{\delta}}$ B) $\delta^2 T^3$ C) $\delta\sqrt{T}$ D) $\sqrt{T\delta}$ E) Ninguna anterior

33. La altura máxima H que alcanza una partícula, depende de la rapidez de lanzamiento vertical V y de la aceleración de la gravedad, y tiene la siguiente forma: $H = \frac{V^x \cdot g^y}{x}$. Determine $(x+y)$
 A) 0 B) 1 C) 2 D) +1/2 E) -1/2
34. La aceleración centrípeta “a” de una partícula, depende de la velocidad tangencial V y del radio de curvatura R de la trayectoria. Determine el exponente que afecta a R .
 A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2
35. La velocidad V del sonido en un gas depende de la presión P y de la densidad del mismo gas, y tiene la siguiente forma: $V = K \cdot P^x \cdot D^y$, donde K es una constante numérica. Determine la fórmula física para determinar la velocidad del sonido en cualquier gas.
 A) $K \cdot D^2 P^3$ B) $K \sqrt{\frac{P}{D}}$ C) $K \sqrt{\frac{D}{P}}$ D) $K \sqrt{D \cdot P}$ E) Ninguna anterior
36. El tiempo “t” de caída libre depende de la altura “h” que descende y de la aceleración de la gravedad “g”. Sabiendo que: $t = \sqrt{2} h^x \cdot g^y$, determine $(x - y)$.
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
37. El periodo de oscilación J de un péndulo simple, depende de la longitud Q de la cuerda y de la aceleración de la gravedad W , y tiene la siguiente forma: $J = 2\pi \cdot Q^x \cdot W^y$. Determine la fórmula empírica para determinar el periodo de oscilación:
 A) $2\pi W^2 Q^3$ B) $2\pi \sqrt{\frac{Q}{W}}$ C) $2\pi \sqrt{\frac{W}{Q}}$ D) $2\pi \sqrt{W} Q$ E) Ninguna anterior
38. La fórmula que determina el módulo de la fuerza centrípeta F que experimenta una partícula, depende de la masa “m”, de la rapidez angular ω y del radio de curvatura de la trayectoria R . Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.
 A) 1; 2; 1 B) 1; 2; -1 C) 1; 2; 2 D) 1; 2; -2 E) 2; 2; 1
39. La velocidad crítica V a la cual el flujo de un líquido a través de un tubo se convierte en turbulento, depende de la viscosidad η , de la densidad del fluido δ , del diámetro D del tubo, de la constante dimensional R . Determine la fórmula empírica para calcular la velocidad en función de η , δ , D y R . La fórmula dimensional de la viscosidad es: $ML^{-1}T^{-1}$
 A) $\frac{R\eta\delta}{D}$ B) $\frac{R}{\eta\delta D}$ C) $\frac{R\eta D}{\delta}$ D) $\frac{R\eta}{\delta D}$
 E) $R\eta\delta D$
40. La fuerza de rozamiento en el interior de un fluido sobre una esfera en movimiento de depender de la viscosidad del líquido (n), el radio de la esfera (r) y la rapidez de la esfera (v):
 $F = n^x r^y v^z$. La fórmula dimensional de la viscosidad es: $ML^{-1}T^{-1}$. Determinar $(x+y+z)$
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
41. La presión que un fluido ejerce sobre una pared, depende de la velocidad V del fluido, de su densidad D y tiene la siguiente forma: $P = \sqrt{2} V^x D^y$. Determinar la fórmula física correcta.

A) $P = \sqrt{2} V^2 D^2$ B) $P = \sqrt{2} V^2 D$ C) $P = \sqrt{2} V D^2$
 D) $P = \sqrt{2} V D^3$ E) $P = \sqrt{2} V D$

42. La presión “P” que ejerce el flujo de agua sobre una pared vertical viene dado por la siguiente fórmula empírica: $P = \lambda \cdot Q^x \cdot d^y \cdot A^z$ donde, Q: caudal (m³/s) d: densidad del agua, A: área de la placa, λ : constante adimensional. Determine: $x + y + z$

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1 D) 3 E) -1

43. En un experimento de física, un cachimbo desea encontrar la velocidad del aire “V” que genera un ventilador mecánico, la cual depende de la fuerza “F” del aire, la potencia “P” desarrollada por la persona que acciona el ventilador y la fuerza de rozamiento “K”, encontrando la siguiente ecuación: $V = \alpha \cdot F \cdot P + B \cdot K$. Determine la fórmula dimensional de $\frac{\alpha}{B^2}$

A) L⁻²T² B) LT⁻¹ C) LT⁻² D) L²T⁻¹ E) L³T⁻²

44. Experimentalmente se ha determinado que la fuerza de sustentación **F** que actúa sobre el ala del avión, depende del área **S** del ala, de la densidad **D** del aire y de la velocidad **V** del avión. Determine el exponente de la velocidad en la fórmula empírica.

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 1 D) 3 E) -1

45. La energía por unidad de longitud (Φ) de una cuerda vibrante, depende de un coeficiente $2\pi^2$, de la masa por unidad de longitud (μ), de la frecuencia (f) y de la amplitud del movimiento (A). Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.

A) 1; 1; 1 B) 1; 2; 1 C) 1; 2; 2 D) 2; 2; 2 E) 2; 2; 1

46. La cantidad de calor **Q** que disipa un conductor cuando por el circula una corriente eléctrica, depende de la intensidad de corriente eléctrica **I**, del valor de la resistencia **R** y del intervalo de tiempo transcurrido “t”. Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.

A) 2; 1; 1 B) 1; 2; 1 C) 1; 2; 2 D) 2; 2; 2 E) 2; 2; 1

PROBLEMAS TIPO EXAMEN DE ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

1. En la ecuación $AB + BC + AC = P^2$, donde P es la presión, la fórmula dimensional del producto A.B.C es:

(Examen UNI 2006 – II)
 A) M³L⁻³T⁻³ B) M³L⁻²T⁶ C) M³L⁻²T⁻³ D) M³L³T⁻⁶ E) M³L⁻³T⁻⁶

2. La energía por unidad de longitud (ψ) de una cuerda vibrante depende de un coeficiente $2\pi^2$, de la masa por unidad de longitud (δ), de la frecuencia (f) y de la amplitud del movimiento(A). Determinar los exponentes que deben tener las tres variables físicas para establecer una igualdad dimensionalmente correcta.

(Examen UNI 2005 – II)

A) 1; 1; 1 B) 1; 2; 1 C) 1; 2; 2 D) 2; 2; 2 E) 2; 2; 1

3. La cantidad de energía E y la cantidad de movimiento P, están relacionadas por la ecuación: $E^2 = AP^2 + BC^2$, donde C es la rapidez de la luz en el vacío. Entonces las dimensiones de A y B son respectivamente.
(Examen UNI 1997 - II)
A) L^2T^{-2} y $M^2L^2T^{-2}$ B) LT^{-2} y $M^2L^2T^{-2}$ C) L^2T^{-2} y ML^2T^{-2}
D) L^2T^{-2} y M^2LT^{-2} E) L^2T^{-2} y MLT^{-2}
4. La potencia que requiere la hélice de un helicóptero viene dada por la siguiente fórmula:
 $P = k.R^x.W^y.D^z$, donde: K es un número, R es el radio de la hélice, W es la rapidez angular y D es la densidad del aire. Determinar: x, y, z.
(Examen UNI 1993)
A) x = 5, y = 3, z = 1 B) x = 4, y = 3, z = 1 C) x = 5, y = 2, z = 1
D) x = 5, y = 3, z = 2 E) x = 5, y = 1, z = 2
5. La velocidad crítica V a la cual el flujo de un líquido a través de un tubo se convierte en turbulento, depende de la viscosidad $[n] = ML^{-1}T^{-1}$, de la densidad del fluido δ , del diámetro del tubo D y de una constante adimensional R. Determinar la formula empírica de la velocidad en función de η , δ y D.
(Examen UNI 2000 - II)
A) $\frac{RD^2}{\delta n^3}$ B) $\frac{Rn}{\delta D}$ C) $\frac{RD}{\delta n}$ D) $\frac{RD^2}{\delta n}$ E) ninguna anterior
6. La posición en el eje “x” de una partícula en función del tiempo “t” está dado por:
 $X(t) = at^2 + bt^4$, donde X se mide en metros “t” en segundos. Determinar las unidades de: $[ab]$
(Examen UNI 2000 - I)
A) ms^{-6} B) m^2s^{-6} C) m^2s^{-4} D) m^2s^{-5} E) m^4s^{-6}
7. En un sistema de unidades las tres magnitudes fundamentales son la velocidad de la luz C, la constante de Planck “h” y la masa de protón “m”. Sabiendo que $h = 6,63 \times 10^{-34} \frac{kg.m^2}{s}$. ¿De qué manera deben combinarse estas magnitudes para que tengan la fórmula dimensional de la longitud?
(Examen UNI 1999 - II)
A) $\frac{m.C^2}{h}$ B) $\frac{h}{m.C}$ C) $\frac{h^2}{m.C}$ D) $\frac{h^2}{m^2.C}$ E) $\frac{m.C}{h}$
8. Se tiene la ecuación de cierto fenómeno físico: $V = \frac{3v^3 a F y}{Sen(zy)} - \frac{x F}{3}$
donde, V es la velocidad, “a” la aceleración y F la fuerza. Determine la fórmula dimensional de x, y, z respectivamente.
(Examen UNI 1998 - I)
A) $M^{-1}T$; $M^{-1}L^{-4}T^6$; ML^3T^{-6} B) $M^{-1}T$; $M^{-1}L^{-4}T^6$; ML^3T^{-4}
C) $M^{-1}T$; $M^{-1}L^{-4}T^6$; ML^3T^{-2} D) $M^{-1}T$; $M^{-1}L^{-4}T^4$; ML^3T^{-4}
E) $M^{-1}T$; $M^{-1}L^{-4}T^5$; ML^3T^{-4}

9. Conociendo la ecuación cinemática para determinar la posición de una partícula en el eje X :
 $X(t) = A + Bt + Ct^2$, donde X se mide en metros y “t” en segundos.
 Escoja entre las expresiones F, G y H, la que es dimensionalmente correcta:
 $F = \frac{A^2}{C} - \frac{B}{4}$; $G = \frac{C^2}{B} + \frac{A}{3}$; $H = \frac{B^2}{A} + \frac{C}{5}$
 (Examen UNI 1997 - I)
 A) H B) F C) G D) F y H E) G y H
10. La siguiente ecuación, determine la fórmula dimensional de C. $\text{Sen}(\omega t + \pi) = \frac{m \cdot v^2}{C \cdot T \cdot E}$, donde: V representa la velocidad, “m” la masa, E la energía, T la temperatura.
 (Examen UNI 1994 - II)
 A) Θ^{-1} B) $\Theta L^3 T^{-4}$ C) $ML^3 \Theta^{-4}$ D) $M \Theta T^{-4}$ E) $M \Theta^3 T^{-4}$
11. La siguiente expresión representa la ecuación de estado de los gases reales.
 $\left[P + a \left(\frac{n}{V} \right)^2 \right] \left[\frac{V}{n} - b \right] = R \cdot T$, donde P representa la presión, V al volumen y “n” la cantidad de sustancia. Determine las unidades de “a” y “b” respectivamente.
 (Examen UNI 1996 - II)
 A) $\frac{kg^4 \cdot m^2}{s^6 \cdot mol^3}$ y $\frac{m^3}{mol}$ B) $\frac{kg \cdot m^5}{s^2 \cdot mol^2}$ y $\frac{m^3}{mol}$ C) $\frac{kg \cdot m^4}{s^2 \cdot mol^2}$ y $\frac{m^3}{mol}$
 D) $\frac{kg^3 \cdot m^2}{s^4 \cdot mol^2}$ y $\frac{m^3}{mol}$ E) $\frac{kg^4 \cdot m^2}{s^6 \cdot mol^3}$ y $\frac{m^3}{mol}$
12. La ecuación $V = A \cdot \text{Sen}(Bt) + Ct^{\text{sen}30^\circ}$ es dimensionalmente homogénea, en donde V: velocidad y t: tiempo. Determine la expresión dimensional de $\frac{A \cdot B}{C}$.
 (1er Seminario CEPREUNI 2006 – II)
 A) $T^2 L^{-1}$ B) $T^{-1/2}$ C) TL^{-3} D) $L^2 T^{-1}$ E) $L^2 T^{-3/2}$
13. La energía radiada (H) por un cuerpo a temperatura T es expresada mediante, $H = \sigma A T^\gamma$, donde, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$, A: área, T: temperatura absoluta. Determine el valor de γ
 (1er Seminario CEPREUNI 2006 – II)
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
14. Respecto a la siguiente ecuación dimensional correcta: $A = P + XV^2$, donde, P : presión, V: velocidad. Determine las unidades de X en el S.I.
 (1er Seminario CEPREUNI 2006 – II)
 A) kg B) $kg \cdot m^{-2}$ C) $kg \cdot m^{-3}$ D) $kg \cdot s$ E) $kg \cdot m \cdot s^{-1}$
15. La fuerza resistiva F sobre un glóbulo rojo de forma esférica en la sangre, depende del radio R, de la velocidad V y de la viscosidad η . Sabiendo que $\eta = 0,003 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Determinar la expresión para determinar la fuerza resistiva: $F = 6\pi V^x \eta^y R^z$
 (1er Seminario CEPREUNI 2006 – II)

- A) $6\pi V^2 \eta^3 R$ B) $6\pi V \eta^2 R^3$ C) $6\pi V^2 \eta^3 R^{-2}$ D) $6\pi V^{-2} \eta^3 R$ E) $6\pi V \eta R$

16. En la siguiente formula física determine la medida del ángulo θ donde A y B representan a ciertas magnitudes físicas.

$$\sqrt[3]{A^5 - B^5} = A.B^{\cos \theta}$$

- A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna anterior

17. La ecuación $v = A.Sen(B.t) + C.t^{\sin 30^\circ}$ es dimensionalmente homogénea, en donde, v = velocidad y t = tiempo. Determinar la expresión dimensional de $\frac{AB}{C}$.

- A) $T^2 L^{-1}$ B) $T^{-1/2}$ C) $T L^{-3}$
D) $L^2 T^{-1}$ E) $L^2 T^{-3/2}$

18. Una cuerda se mantiene horizontal mediante una fuerza F. Si se le hace oscilar verticalmente, se encuentra que el periodo de oscilación T depende de su longitud (l), de su masa por unidad de longitud (λ), y de la fuerza F aplicada. Entonces T es directamente proporcional a:

- A) $l^{-1} (\lambda/F)^{1/2}$ B) $l (F/\lambda)^{1/2}$
C) $(\lambda l/F)^{1/2}$ D) $l (F/\lambda)^{-1/2}$
E) $\lambda l (F)^{-1/2}$

19. La ecuación de la energía mecánica de un objeto que cuelga de un resorte está dada por:

$$E = A.v^2 + B.x^2 + C.h \text{ donde:}$$

v = velocidad instantánea.

h = su altura respecto al suelo. x = es el estiramiento del resorte.

Determine las dimensiones de A.B.C

- A) $M^3 L T^{-4}$ B) $M^3 L^3 L^{-4}$
C) $M L^3 T^{-2}$ D) $M^2 L^2 T^{-2}$
E) $M^3 L T^{-1}$

20. Si las ecuaciones $A+B=C+D$ y $2A+3H=4C+5E+xF$ son dimensionalmente correctas, $AB=6 \text{ kg}^2 \text{ m}^2$ y $(F/C)=4 \text{ m}$; determine las dimensiones de x.

- A) 1 B) L^2 C) L^{-1}
D) L^{-2} E) ML

21. Sea la cantidad física expresada en unidades de joule por kilogramo kelvin. Su expresión dimensional es:

- A) $L^2 T^{-2} \theta^{-1}$ B) $M^2 L^2 T^{-2} \theta$
C) $M^2 L^2 T^{-2} \theta^{-1}$ D) $L^2 T^{-2} \theta$
E) $L^{-2} T^2 \theta$

22. La ecuación $\rho = \left(\frac{b}{h} + a.h \right)^2$ es dimensionalmente homogénea. Si ρ se mide en kg/m^3 y h se mide en metros, ¿cuál es la expresión dimensional de a/b?

- A) L B) L^2 C) L^3
D) L^{-3} E) L^{-2}

23. Señale el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El símbolo de la cantidad física, intensidad luminosa, es cd.
 - II. Una cantidad física derivada se define describiendo la forma de calcularla a partir de otras cantidades medibles.
 - III. 20 attometro es equivalente a $20 \times 10^{-15} \text{m}$.
- A) VVV B) VFV C) VFF
D) FFF E) FVF

24. Señale como correcto (C) o incorrecto (I), según corresponda:

- I. El sistema internacional de unidades considera siete cantidades físicas como fundamentales, una de dichas cantidades es la fuerza.
 - II. La carga eléctrica es una cantidad fundamental en el Sistema Internacional.
 - III. La dimensión de una cantidad física adimensional es igual a 1.
- A) III B) ICC C) CCI
D) ICI E) CCC

25. La forma correcta de leer la unidad $\frac{mN}{s}$ es:

- A) metro por newton segundo.
- B) metro newton por segundo.
- C) mili newton segundo.
- D) mili newton por segundo.
- E) metro newton segundo.

26. La representación mediante símbolos de la unidad joule por kilogramo kelvin, es:

- A) $J \cdot kg \cdot K$
- B) $\left(\frac{J}{kg}\right) \cdot K$
- C) $\left(\frac{J}{K}\right) \cdot kg$
- D) $\frac{J}{kg \cdot K}$
- E) $\frac{j}{kg \cdot K}$

27. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El criterio de homogeneidad es condición necesaria y suficiente para evaluar una ecuación física.
 - II. Una cantidad adimensional al cuadrado, también es adimensional.
 - III. $[\text{Log } X^n] = 1$
- A) VFV B) VVF C) VFF
D) FFV E) FVV

28. El desplazamiento (Δr) de una partícula en trayectoria rectilínea con aceleración constante (a) está determinada por $\Delta r = k \cdot a^m \cdot t^n$; donde t es tiempo; k es constante adimensional.

Encontrar los valores de “m” y “n”. Dar como respuesta (m + n)

- A) 1 B) 2 C) 3
- D) 4 E) 5

29. Experimentalmente se obtiene que la potencia de descarga del chorro de agua que sale de una tubería es proporcional a la densidad del agua, a su velocidad y al área de la sección transversal de dicha tubería, halle el exponente de la velocidad.
 A) 1/2 B) 1 C) 2
 D) 3 E) 4
30. En la expresión $V = \frac{t^3}{a} - \frac{b-h}{c}$ determine la dimensión de $\frac{a \cdot b}{c}$ si V: volumen, t: tiempo y h: altura.
 A) T^3L^{-2} B) T^3 C) T^3L^{-3}
 D) T^3L E) T^2L^{-1}
31. La potencia que requiere la hélice de un helicóptero viene dada por: $P = k \cdot R^a \cdot W^b \cdot D^c$ donde k es un número, R el radio de la hélice, W es la velocidad angular, y D es la densidad del aire. Determine el valor de ab/c suponiendo que la ecuación es dimensionalmente correcta.
 A) 5 B) 8 C) 12
 D) 15 E) 20
32. La ley de Newton de la gravitación universal se expresa mediante la siguiente relación:
 $F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$ donde F es la fuerza gravitacional, m_1 y m_2 son las masas y r es la distancia entre ellas. ¿Cuál es la expresión dimensional de G?
 A) ML^3T^2 B) $M^2L^{-3}T^2$
 C) $L^3T^{-2}M^{-1}$ D) $L^2T^{-3}M$
 E) $L^2T^3M^{-1}$
33. Experimentalmente se ha determinado que la fuerza de sustentación que actúa sobre el ala de un avión depende del área S del ala, de la densidad ρ del aire y de la velocidad V del avión. Halle el exponente de la velocidad V.
 A) -1 B) 1/2 C) 1
 D) 2 E) 3
34. La fuerza resistiva sobre un glóbulo rojo (esférico) en la sangre depende del radio R, de la velocidad v y de la viscosidad η . Experimentalmente se ha obtenido que si $R = 2 \mu m$, $v = 7 \times 10^{-7} m/s$ y $\eta = 3 \times 10^{-3} kg \cdot m^{-1}s^{-1}$ la fuerza resistiva es $252\pi \times 10^{-16} N$. Luego la expresión para denotar la fuerza resistiva es:
 A) $6\pi v \eta R$ B) $\pi v^2 \eta R$ C) $\pi v \eta^2 R$
 D) $6\pi v^2 \eta R^{1/2}$ E) $4\pi v \eta R^2$
35. En la siguiente formula física determine la medida del ángulo θ donde A y B representan a ciertas magnitudes físicas.

$$\sqrt[3]{A^2 - B^2} = \frac{B^{Tan\theta}}{A}$$

 A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna anterior

36. Si la ecuación dada es dimensionalmente correcta, encontrar la expresión dimensional de A.

$$(W.p^x.Cos\theta)^2 + A.m.g = (W.p.v^y)^{Sec\theta}$$

siendo: W = peso ; m = masa ; g = aceleración; v = velocidad; $\theta = \frac{\pi}{3} rad$; $p = 4,44 \frac{m^2.kg}{s}$

- A) $L^5 M^2 T^{-4}$ B) $L^3 M^4 T^{-5}$
 C) $L^4 M^3 T^{-6}$ D) $L^3 M^3 T^{-5}$
 E) $L^5 M^3 T^{-4}$

37. La ecuación $v = A.Sen(B.t) + C.t^{Sen30^\circ}$ es dimensionalmente homogénea, en donde v =

velocidad y t = tiempo. Determinar la expresión dimensional de $\frac{AB}{C}$.

- A) $T^2 L^{-1}$ B) $T^{-1/2}$ C) $T L^{-3}$
 D) $L^2 T^{-1}$ E) $L^2 T^{-3/2}$

38. Una cuerda se mantiene horizontal mediante una fuerza F. Si se le hace oscilar verticalmente, se encuentra que el periodo de oscilación T depende de su longitud (l), de su masa por unidad de longitud (λ), y de la fuerza F aplicada. Entonces T es directamente proporcional a:

- A) $l^{-1} (\lambda/F)^{1/2}$ B) $l (F/\lambda)^{1/2}$
 C) $(\lambda/F)^{1/2}$ D) $l (F/\lambda)^{-1/2}$
 E) $\lambda l (F)^{-1/2}$

39. La ecuación de la energía mecánica E de un objeto que cuelga de un resorte está dado por:

$$E = A.v^2 + B.x^2 + C.h$$

donde:

v = velocidad instantánea.

h = su altura respecto al suelo.

x = es el estiramiento del resorte.

Determine las dimensiones de $[A.B.C]$

- A) $M^3 L T^{-4}$ B) $M^3 L^3 L^{-4}$
 C) $M L^3 T^{-2}$ D) $M^2 L^2 T^{-2}$ E) $M^3 L T^{-1}$

40. Si las ecuaciones $A+B=C+D$ y $2A+3H=4C+5E+x.F$ son dimensionalmente correctas, $A.B = 6 kg^2.m^2$ y $\frac{F}{C} = 4 m$ determine las dimensiones de x.

- A) L^2 B) L^{-1} C) L^{-2} D) ML E) ninguna anterior

41. Sea la cantidad física expresada en unidades de joule por kilogramo kelvin. Su expresión dimensional es:

- A) $L^2 T^{-2} \theta^{-1}$ B) $M^2 L^2 T^{-2} \theta$
 C) $M^2 L^2 T^{-2} \theta^{-1}$ D) $L^2 T^{-2} \theta$
 E) $L^{-2} T^2 \theta$

42. La ecuación $\rho = \left(\frac{b}{h} + ah \right)^2$ es dimensionalmente homogénea. Si ρ se mide en kg/m^3 y h se mide en metros, ¿cuál es la expresión dimensional de $\frac{a}{b}$?
- A) L B) L^2 C) L^3 D) L^{-3} E) L^{-2}
43. La ecuación de estado para un gas de Van der Waals está dado por: $\left(P + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v - b) = R.T$
- donde P : presión absoluta del gas, $v = \frac{V}{n}$: volumen molar $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{mol}} \right)$, a y b constantes que dependen del tipo de gas, R : constante universal y T : temperatura absoluta del gas.
- Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I. $[a] = [b]$
 II. $[a.b] = [R.T.v^2]$
 III. $[b] = L^3.N^{-1}$
- A) FFF B) FFV C) FVV D) VFF E) VVF
44. En la siguiente formula física determine la medida del ángulo θ donde A y B representan a ciertas magnitudes físicas.
- $$\sqrt{A^3 - B^3} = A.B^{\text{Sen}\theta}$$
- A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna anterior
45. En la siguiente formula física determine la medida del ángulo θ donde A y B representan a ciertas magnitudes físicas.
- $$\sqrt{A^6 - B^6 - C^6} = A.B.C^{\text{Tan}\theta}$$
- A) $ArTan\left(\frac{2}{3}\right)$ B) 37° C) 45° D) 53° E) ninguna anterior
46. En la ecuación $AB + BC + AC = P^2$, donde P es la presión, la fórmula dimensional del producto $A.B.C$ es:
- A) $M^3L^{-3}T^{-3}$ B) $M^3L^{-2}T^{-6}$ C) $M^3L^{-2}T^{-3}$ D) $M^3L^3T^{-6}$ E) $M^3L^{-3}T^{-6}$
47. La siguiente es una fórmula física correcta: $Q = K.A.\sqrt{2gh}$, donde; Q : caudal (m^3/s), A : área; g : aceleración de la gravedad, h : altura. Determinar la fórmula dimensional de K .
- A) L^0 B) L^2 C) LT^{-1} D) $L^{-2}T$ E) Ninguna anterior

48. La posición de una partícula sobre el eje X está dada por: $x = k_1 + k_2T + \frac{1}{2}k_3T^2$

donde, x: distancia y T: tiempo. Determinar: $\left[\frac{k_3}{k_1 \cdot k_2} \right]$

- A) L^{-2} B) $L^{-1}T^{-1}$ C) T^2 D) $L^{-2}T$ E) T^{-2}

49. La posición de una partícula en el eje X está dada por: $x = k_1 + k_2T + \frac{1}{2}k_3T^2 + \frac{1}{6}k_4T^3$

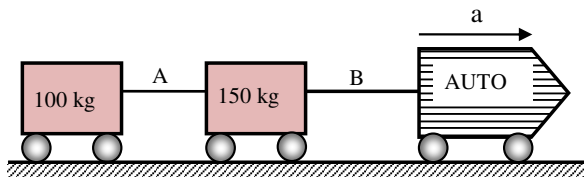
donde; x se mide en metros y T en segundos. Determine: $\left[\frac{k_1 \cdot k_3}{k_2 \cdot k_4} \right]$

- A) L^{-2} B) $L^{-1}T^{-1}$ C) T^2 D) $L^{-2}T$ E) N.A.

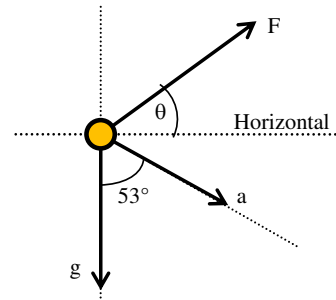
50. Un automóvil de 1,2 toneladas describe una trayectoria circular de radio 60 m en un plano horizontal con velocidad tangencial constante de módulo 15 m/s. Determinar el valor de la fuerza centrípeta que actúa sobre el automóvil. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre las llantas y la pista es 0,54; ¿Cuál es la máxima velocidad que puede desarrollar el automóvil sin salir de la circunferencia debido al resbalamiento?

51. CONTINUARÁ.

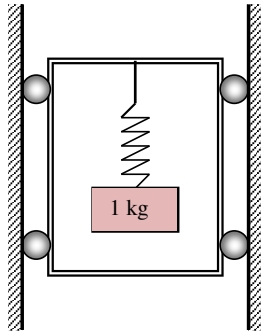
1. En la figura el automóvil está jalando a los vagones con aceleración de módulo 5 m/s^2 . Determine el módulo de la tensión en las cuerdas A y B. Desprecie la fuerza de rozamiento sobre las llantas de los vagones.



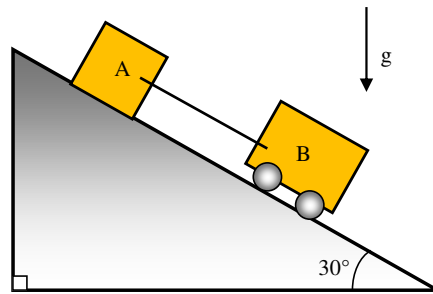
Para el problema 1



Para el problema 2



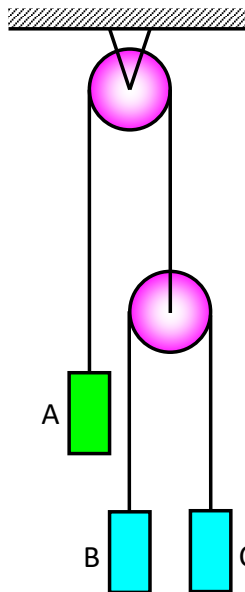
Para el problema 3



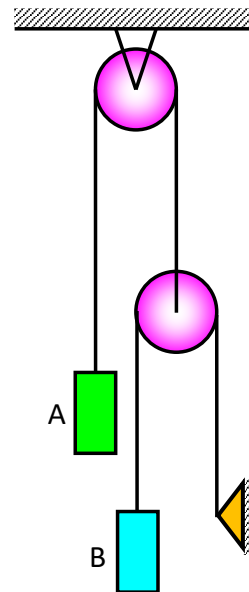
Para el problema 4

2. El cuerpo mostrado en la figura acelera en la dirección mostrada con módulo $a = 10 \text{ m/s}^2$. Luego el módulo de la fuerza F , adicional a la fuerza de gravedad, que actúa sobre el cuerpo hace un ángulo θ con la horizontal es igual a: ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

3. Un resorte, cuya longitud natural es de 10 cm, se cuelga del techo de un ascensor y en su extremo libre coloca un bloque de 1 kg. Cuando el ascensor sube con aceleración de módulo 2 m/s^2 , la longitud total del resorte es de 15 cm. ¿Cuál será, en cm, la longitud total del resorte cuando un el ascensor baja con una aceleración de modulo 4 m/s^2 ? $g = 10 \text{ m/s}^2$

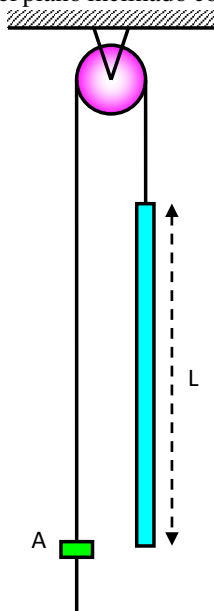


Para el problema 5



Para el problema 6

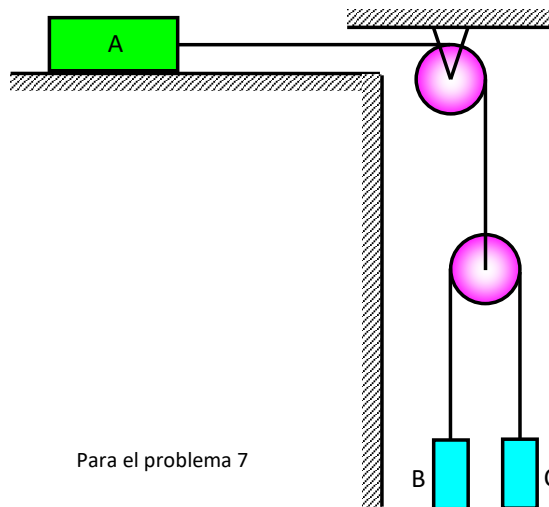
4. Dos bloques A y B de masas 15 kg y 10 kg respectivamente, se desplazan a lo largo del plano inclinado como se muestra



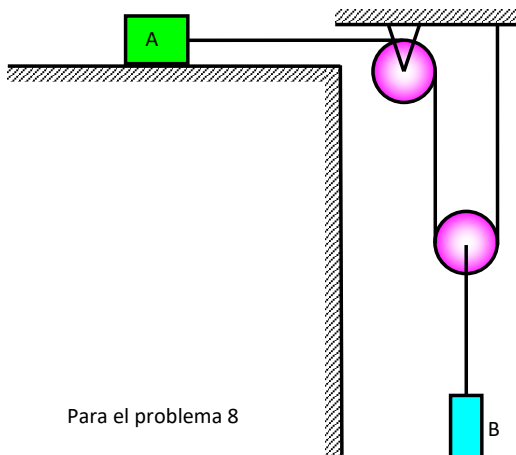
Para el problema 12

en la figura. La fuerza de rozamiento sobre el bloque A es constante de módulo 20 N y la fricción sobre el bloque B es nulo. Determine el módulo de la tensión de la cuerda que une a los bloques (en N). $g = 10 \text{ m/s}^2$

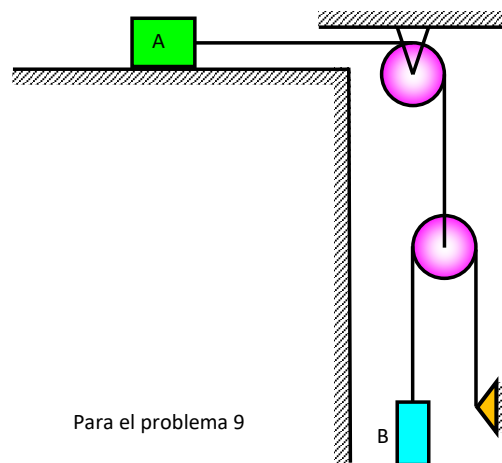
5. Los bloques A, B y C de masas 3 kg, 1,0 kg y 1,5 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento.
6. Los bloques A y B de masas 2 kg, 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento.



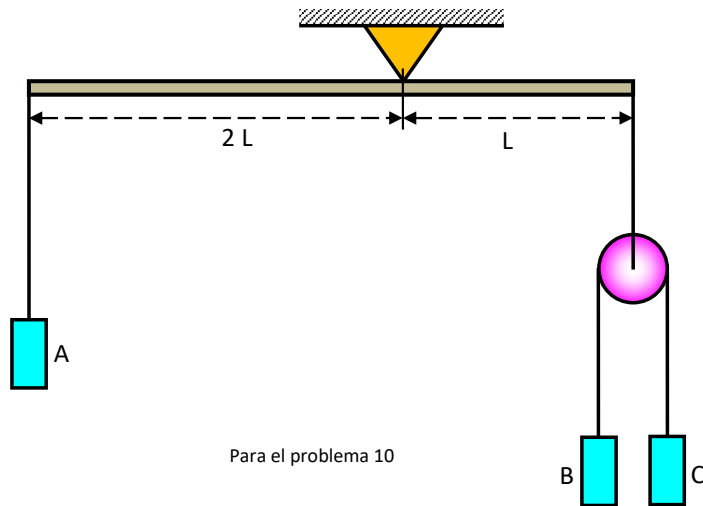
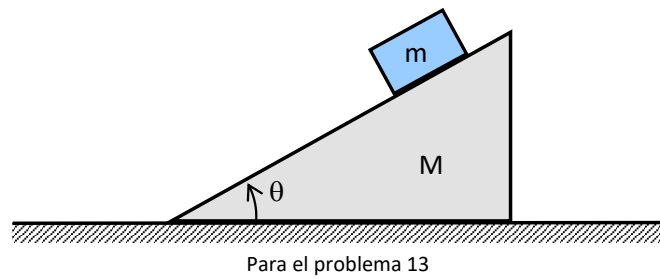
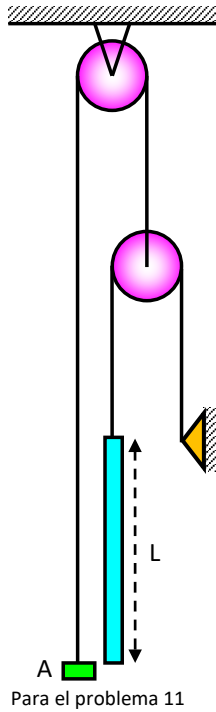
Para el problema 7



Para el problema 8

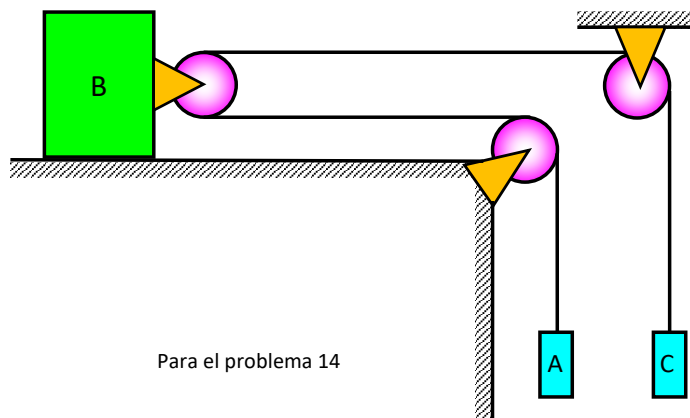


Para el problema 9



7. Los bloques A, B y C de masas 5 kg, 2 kg y 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento.

8. Los bloques A y B de masas 2 kg, 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento.



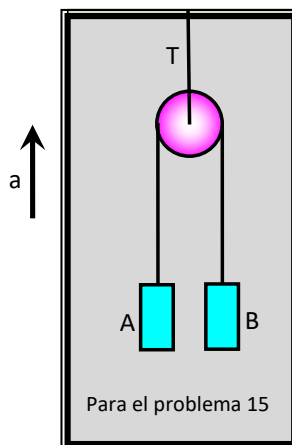
9. Los bloques A y B de masas 2 kg, 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento.

10. Los bloques A, B y C de masas 5 kg, 2 kg y 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas, la masa de la barra y toda forma de rozamiento.

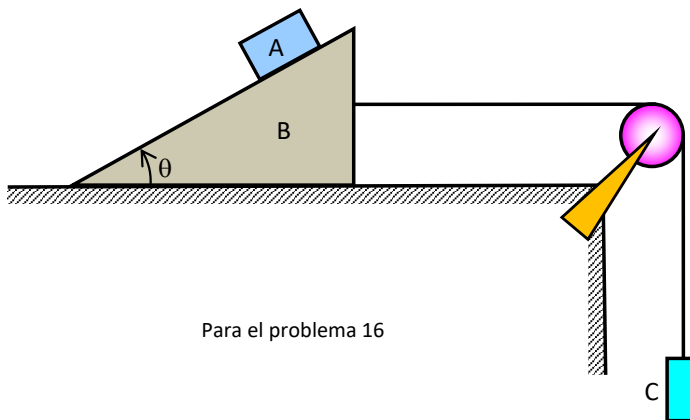
11. Se muestra un bloque pequeño de masa “m” y una barra de masa M y longitud $L = 2,1$ metros. Las masas de las poleas, así como la fricción son despreciables. El bloque A se establece en el nivel de extremo inferior de la barra y se suelta. ¿Al cabo de cuánto tiempo el bloque A se iguala con el extremo exterior de la barra? Considere:

$$\left[\frac{m}{M} = \frac{8}{5} \right]$$

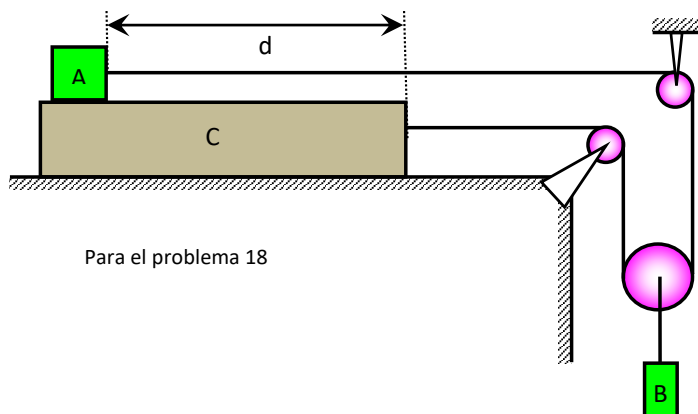
12. En el arreglo que se muestra en la figura, la barra tiene una masa de 300 gramos y el bloque A 200 gramos. El bloque tiene un agujero que le permite resbalar a lo largo del cable metálico de masa despreciable con alguna fricción. En el instante inicial el bloque se coloca en el al nivel del extremo inferior de la barra. Cuando el conjunto se libera del reposo, ambos cuerpos empiezan con aceleración constante. Determine la fuerza de fricción entre el bloque A y el cable, si después de 0,5 segundo el bloque llega al extremo superior de la barra cuyo largo es 50 centímetros.



13. La cuña de masa M y ángulo θ está en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Sobre la cuña se coloca un bloque de masa “m” tal como se muestra en la figura. Despreciando toda forma de rozamiento, determine el valor de la aceleración de la cuña.



14. Los bloques A, B y C de masas 1 kg, 2 kg y 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento.

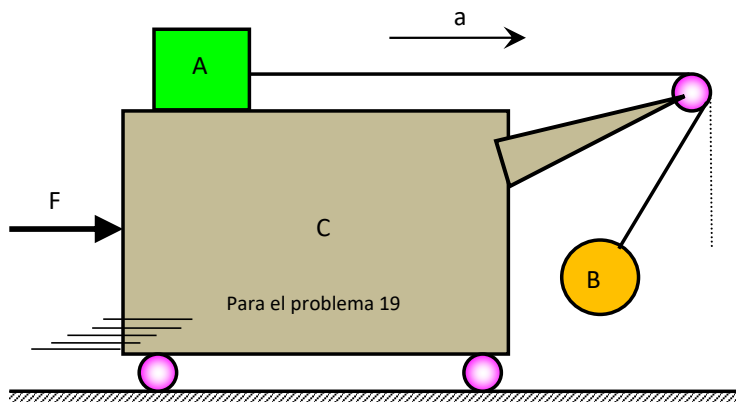


15. Los bloques A y B de masas 2 kg, 3 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. El ascensor acelera hacia arriba con valor de 2 m/s^2 . Determine el valor de la tensión T en la cuerda unida

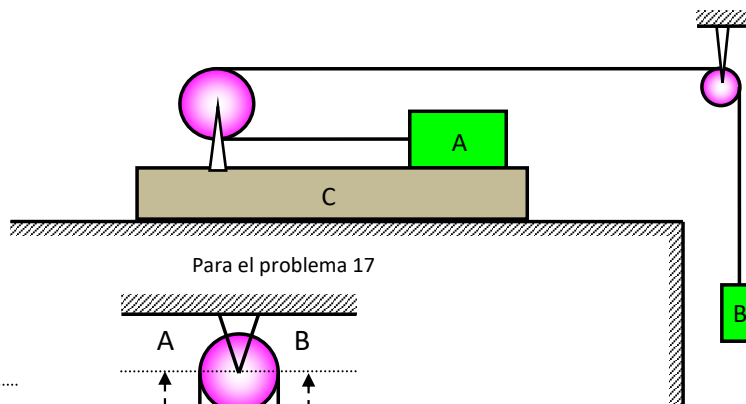
al techo del ascensor. Desprecie las masas de las poleas y toda forma de rozamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

16. Los bloques A, B y C de masas 3 kg, 5 kg y 2 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. La cuña B que tiene un ángulo θ de medida 37° está inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie la masa de la polea, la masa de la cuerda y toda forma de rozamiento.

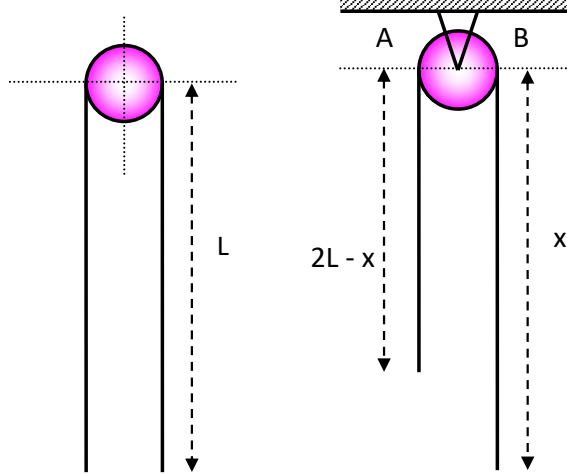
17. Los bloques A, B y C de masas 5 kg, 3 kg y 2 kg respectivamente se mueven como se muestra en la figura. Determine el valor de la aceleración de cada bloque. Desprecie las masas de las poleas, la masa de la barra y toda forma de rozamiento.



18. Si el sistema mostrado se deja en libertad a partir del reposo, hallar el tiempo que tarda el bloque A de masa 2 kg, en recorrer la distancia $d = 5$ metros sobre el bloque C de masa 6 kg. Los bloques A y B tienen igual masa. No hay rozamiento y las poleas tienen masa despreciable. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



19. En el sistema mostrado determinar el



Para el problema 20

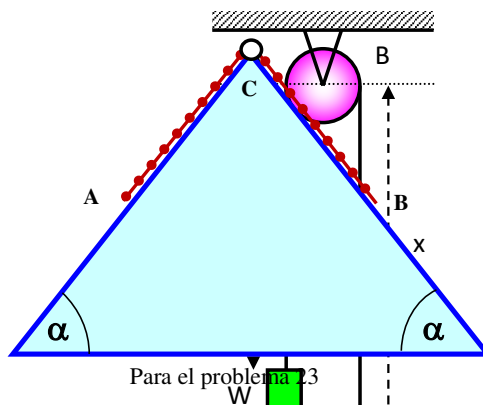
Para el problema 21

valor de la fuerza “F” con la finalidad de que el bloque A de masa 20 kg y la esfera B de masa 10 kg permanezcan en reposo respecto del carro C de masa 90 kg. Desprecie toda forma de rozamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

20. Una cadena uniforme y perfectamente flexible está colgada en un clavo perfectamente liso. Si lo separamos ligeramente de su posición de equilibrio, ¿con qué rapidez abandona la cadena el clavo?, siendo “ $2L$ ” la longitud de la cadena. Desprecie el diámetro del clavo. No hay rozamiento.

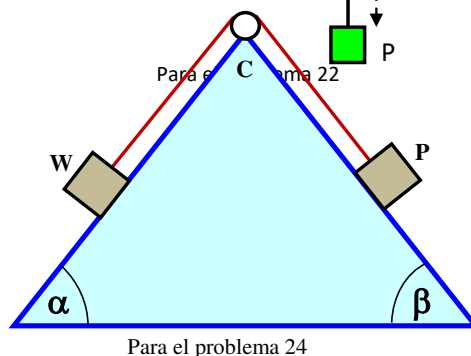
21. Sobre una polea de radio R se cuelga una cadena flexible de largo $(2L + \pi R)$ metros, que pesa Q newtons por cada metro. Al principio $x = L$, si lo separamos ligeramente de su posición de equilibrio, desciende hasta $x = 2L$ a la que llega con una rapidez U . Determinar:

a) la aceleración de la cadena prescindiendo de la masa de la polea, b) la rapidez U y c) las tensiones de la cadena en A y B para una posición cualquiera $L \leq x \leq 2L$. Desprecie toda forma de rozamiento.

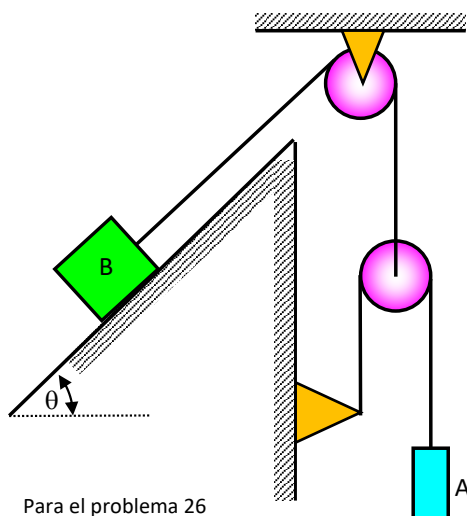


22. Sobre una polea de radio R se cuelga una cadena flexible de largo $(2L + \pi R)$ metros, que pesa Q newtons por cada metro. En los extremos de la cadena se cuelgan los pesos W y P expresados en newtons. El mayor de ellos es P , se encuentra al principio en su posición más alta $x = L$, y desciende hasta su posición más baja $x = 2L$ a la que llega una rapidez U . Determinar:

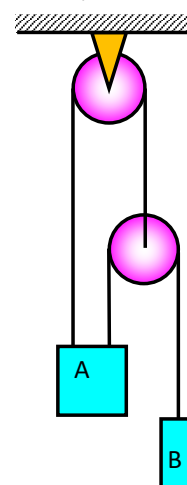
a) la aceleración de los bloques prescindiendo de la masa de la polea, b) la rapidez U y c) las tensiones de la cadena en A y B para una posición cualquiera $L \leq x \leq 2L$. Desprecie toda forma de rozamiento.



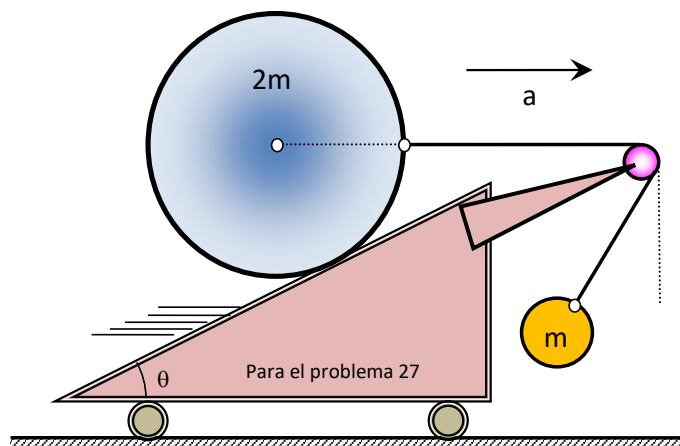
23. Una cadena pesada y perfectamente flexible de longitud ACB igual a “ $2L$ ” se coloca sobre dos planos inclinados en cuyo vértice C va una pequeña polea de masa despreciable. La cadena está inicialmente en reposo, si lo separamos ligeramente de su posición de equilibrio, la cadena resbala. Determinar la rapidez de la cadena en el instante en que su extremo A llega a C. Desprecie toda forma de rozamiento.



Para el problema 25

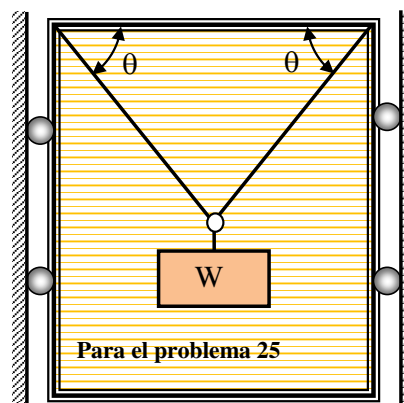


24. Se muestra dos bloques de pesos W y P expresados en newtons, unidos por una cuerda flexible de masa despreciable. Sabiendo que existe rozamiento de coeficiente cinético μ_c , determine el módulo de la aceleración de cada bloque (en m/s^2). Considere que el bloque de la izquierda descende.

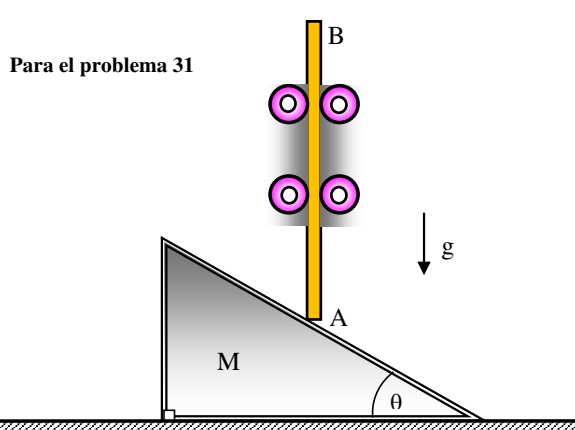


25. Se muestra los bloques A y B de masas 6,0 kg y 1,0 kg respectivamente. Determinar la aceleración de cada bloque. Desprecie toda forma de rozamiento.
26. Se muestra los bloques A y B de masas 2,0 kg cada uno. En el plano inclinado $\theta = 37^\circ$ existe rozamiento, cuyo coeficiente de rozamiento cinético es 0,5. Si la polea móvil tiene masa de 1,0 kg, determinar la aceleración de cada bloque. Desprecie la masa de la polea fija y el rozamiento en el eje de la polea.

27. Determinar la aceleración $\vec{a}$ del sistema, de tal manera que la esfera de masa $[2m]$ permanezca en reposo respecto del plano inclinado. La esfera pequeña de masa $[m]$ se desvía hacia la izquierda debido a la inercia. Desprecie toda forma de rozamiento.

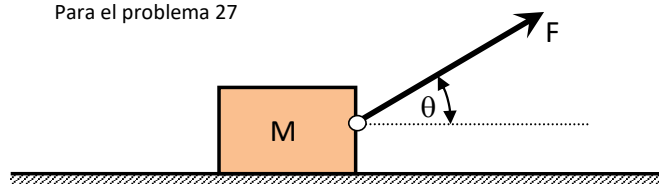


28. Se muestra los bloques A y B de masas 1,0 kg y 2,5 kg respectivamente. Existe rozamiento solamente entre los bloques A y B cuyo coeficiente de rozamiento cinético es 0,5. Determine el valor de la aceleración de A y B. Desprecie la masa de las poleas.



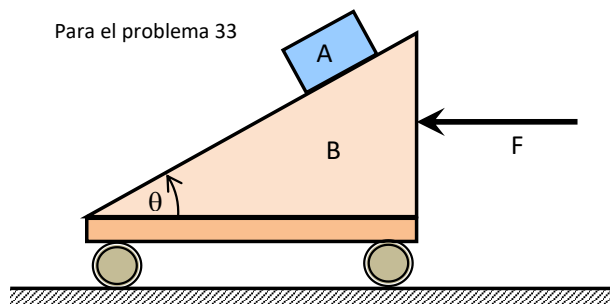
30. Una cuerda elástica sostiene a un bloque de peso “W”, sujeto al techo de un ascensor en forma simétrica como se muestra. El ángulo de suspensión es $\theta = 37^\circ$ cuando el ascensor está en reposo. En cambio, cuando el ascensor se mueve con aceleración constante ángulo es $\theta = 53^\circ$. Encontrar el valor y el sentido de la aceleración del ascensor. Desprecie el peso de las cuerdas.

Para el problema 27



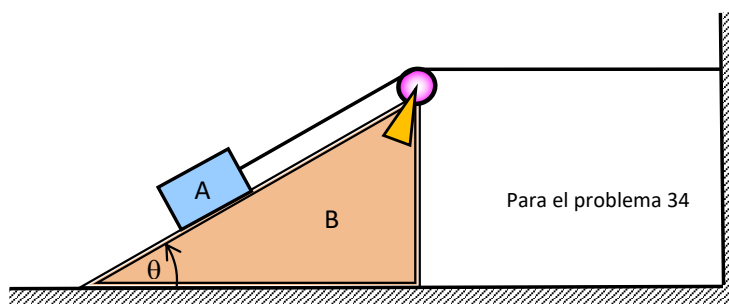
31. Una barra AB de masa “m” puede moverse sin fricción tanto hacia arriba como hacia abajo entre cuatro rodillos fijos. El extremo inferior de la barra toca la superficie lisa de una cuña de masa “M”. La cuña está sobre una superficie horizontal plana sin rozamiento. Determinar la aceleración de la barra AB y de la cuña.

Para el problema 33



32. Se muestra un bloque de masa M sobre una superficie horizontal rugosa, cuyo coeficiente de rozamiento cinético es μ .

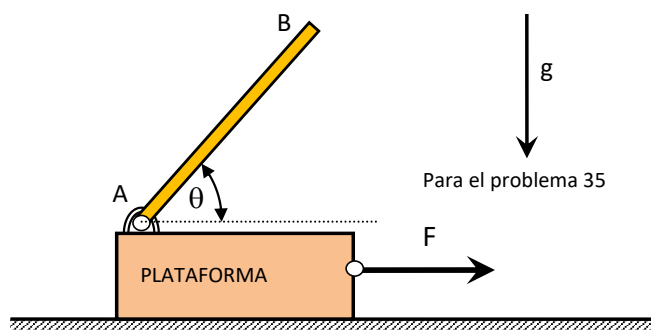
Determinar la medida del ángulo θ tal que la aceleración del bloque de masa M sea máxima.



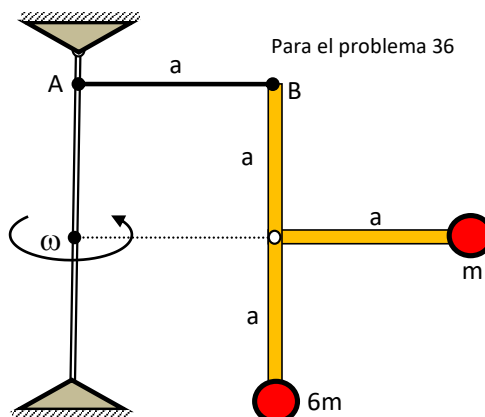
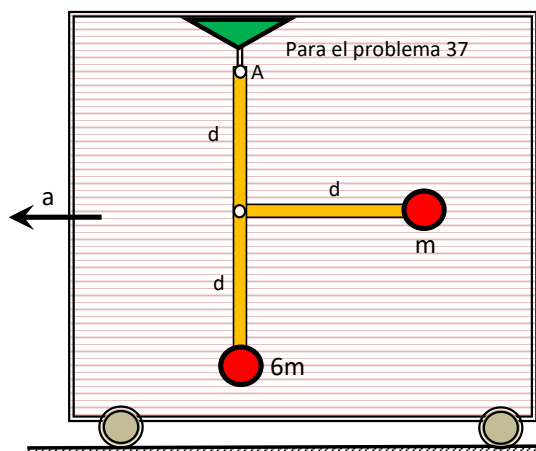
33. Se muestra dos bloques A y B de masas “ m ” y “ M ” respectivamente, de

superficies rugosas cuyo coeficiente de rozamiento estático es μ . Determine el de valor de la fuerza “ F ” mínima y máxima, tal que el bloque A no resbale sobre el bloque B.

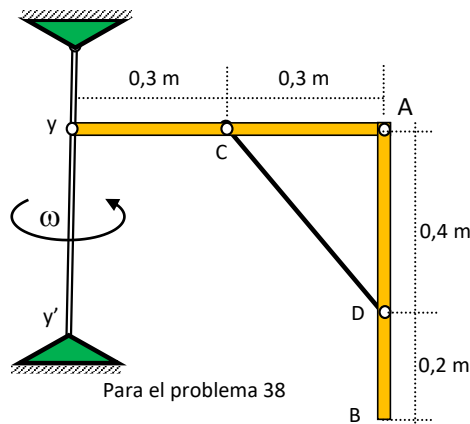
34. Se muestra dos bloques A y B de masas “ m ” y “ M ” respectivamente. Si no existe rozamiento, determine la aceleración de A y de B. Desprecie la masa de la polea fija.



35. La barra AB de masa “ M ” está articulada en el extremo A. Determine el valor de la aceleración horizontal $\ddot{a}$, tal que, la barra permanezca en equilibrio respecto de la plataforma formando un ángulo θ respecto de la horizontal.



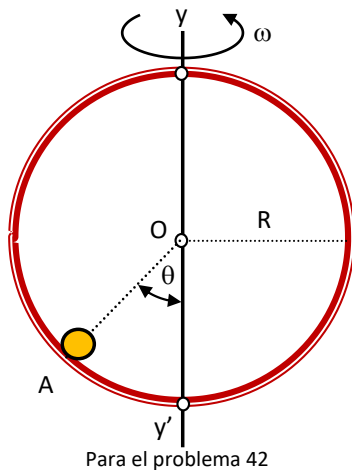
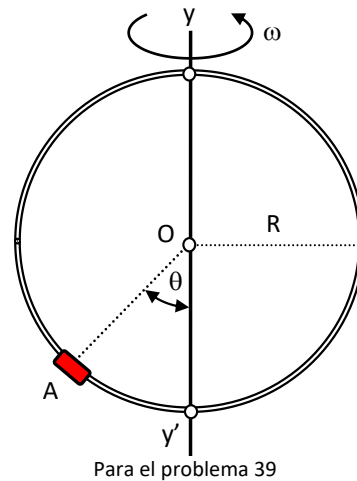
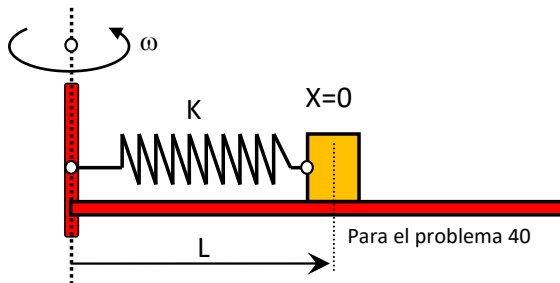
36. Se muestra una estructura de masa despreciable en forma de "T" en cuyos extremos se encuentra soldada esferas de masa " m " y " $6m$ ". Determinar la velocidad angular $\dot{\omega}$ con que gira el eje vertical. La distancia " a " se mide en metros.



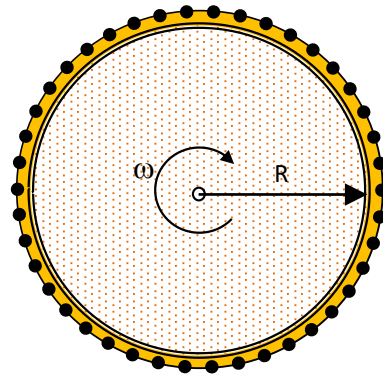
37. Se muestra una estructura de masa despreciable en forma de "T" en cuyos extremos se encuentra soldada esferas de masa " m " y " $6m$ ". Determinar la aceleración $\ddot{a}$ con que se desplaza el vagón. La distancia " d " se mide en metros.

38. La barra AB es mantenida en posición vertical por medio de la cuerda CD cuando el sistema gira alrededor del eje $y - y'$. La barra AB de peso 300 N puede girar libremente alrededor de la articulación en A. Si la máxima tensión que puede resistir la cuerda CD es 1,0 kN, calcular la máxima velocidad angular con que puede girar el sistema sin que la cuerda se rompa.

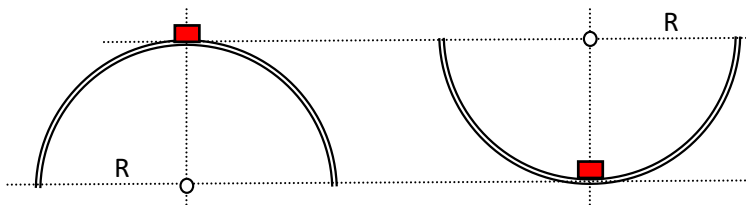
39. El manguito A puede deslizarse libremente alrededor del anillo de radio R. Cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $\dot{\omega}$ se encuentra en la posición mostrada. Determine la medida del ángulo θ que define la posición de equilibrio.



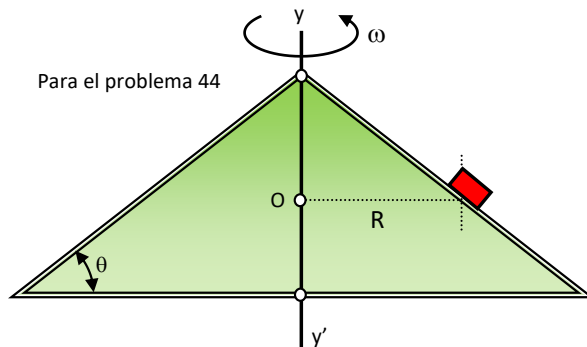
40. Un bloque pequeño de 200 gramos está sujeto a un eje vertical por intermedio de un resorte de longitud natural “ L ” igual a 80 cm y constante elástica “ K ” igual a 36 N/m. Si el bloque puede deslizarse radialmente por una ranura sobre la superficie horizontal, determinar la elongación producida en el resorte cuando el sistema gira alrededor del eje con velocidad angular constante de 6 rad/s.
41. Una cadena flexible de masa “ M ” y longitud “ L ” cuyos extremos están unidos, fue colocada en un disco de madera sobre un plano horizontal, el cual gira respecto de un eje vertical con velocidad angular constante ω . Determinar el valor de la tensión en la cadena.
42. Una bolita de masa “ m ” descansa inicialmente en la parte baja de un casquete esférico cuyo interior es liso y tiene radio R de 2,0 metros. Cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $\bar{\omega}$ de módulo π (rad/s) se encuentra en la posición mostrada. Determine la medida del ángulo θ que define la posición de equilibrio.



Para el problema 41

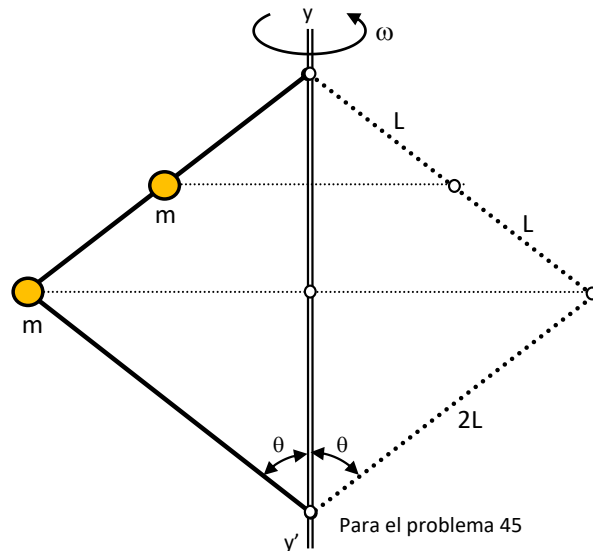
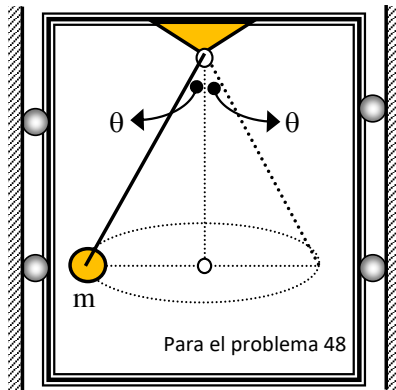


Para el problema 43

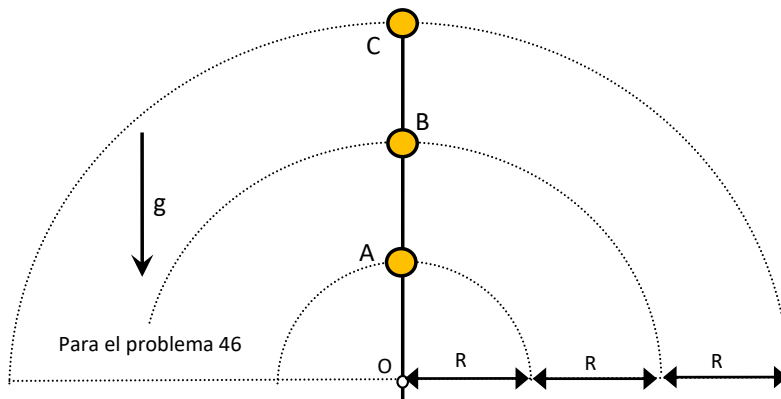


Para el problema 44

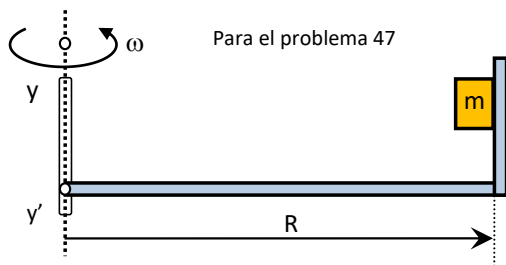
43. ¿Cómo están relacionados entre sí las fuerzas con las cuales un tanque hace presión en el centro de un puente cóncavo y de un puente convexo? El radio de curvatura del puente en ambos casos es de 45 m y la velocidad tiene módulo de 54 km/h.



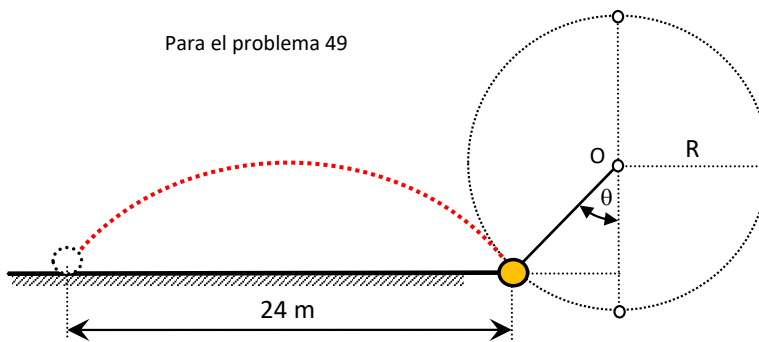
44. Sobre un plano inclinado descansa un bloque de masa " m ", cuyo coeficiente de rozamiento de rozamiento estático es μ . Cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y-y'$ con velocidad angular constante $\bar{\omega}$, el bloque tiende a deslizarse. Determine la máxima rapidez angular constante tal que el bloque permanezca en reposo respecto del plano inclinado, como se muestra.



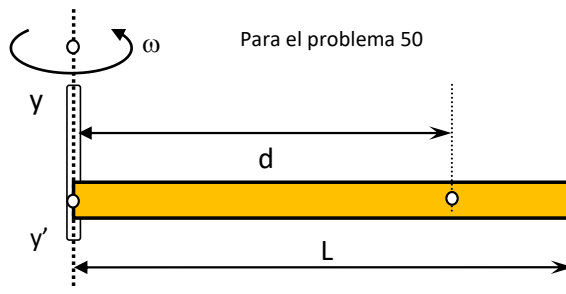
45. Se muestra dos esferas de masa iguales ($m = 12 \text{ kg}$) sujetadas por cables de largo L y $2L$. Determine la tensión en la cuerda de largo " $2L$ ", cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y-y'$ con velocidad angular constante $\bar{\omega}$ de módulo 5 rad/s . Considere $L = 0,5 \text{ metro}$.



46. Se muestra tres esferitas A, B y C de 5 kg cada una, que se encuentran unidas por tres cuerdas de largo R igual 1 m. Si se hace girar en un plano vertical, ¿Qué tensión soportará la cuerda que une las esferas B y C, cuando la tensión en cuerda que une el centro de rotación “O” con la esfera A sea igual a cero?

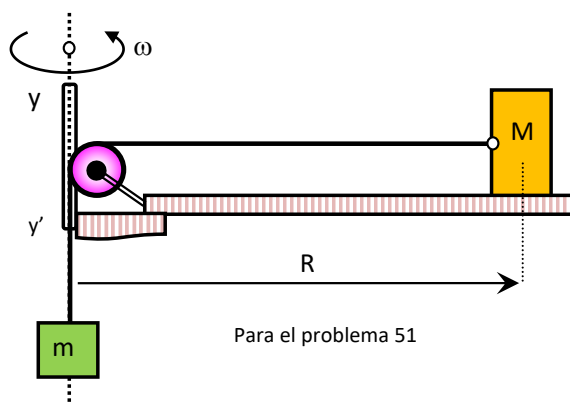


47. Se muestra un sistema que gira alrededor del eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $\bar{\omega}$. El bloque de masa “m” se encuentra apoyada en un plano vertical áspero cuyo coeficiente de rozamiento estático es μ , ¿con que rapidez angular mínima debe girar el sistema tal que el bloque no resbale?



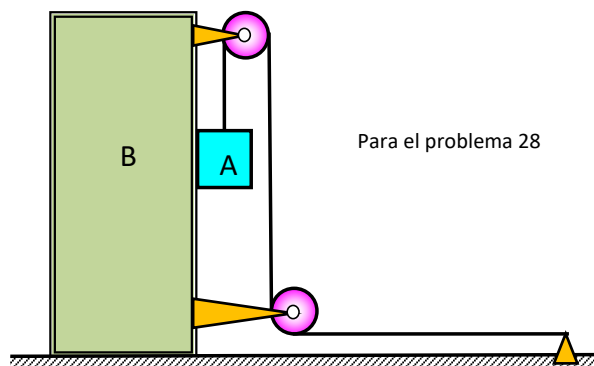
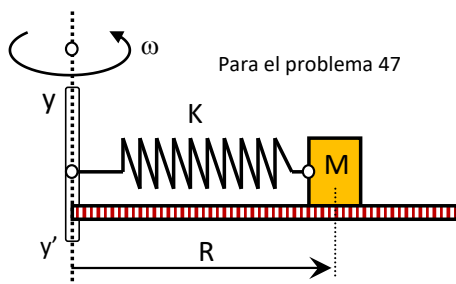
48. Se muestra un ascensor que sube con aceleración constante de valor $a = 3.g$, dentro del cual se encuentra una esfera atada a una cuerda de largo 2,0 metros que gira con velocidad angular constante. ¿Qué ángulo θ formará el péndulo cónico con la vertical?

49. Se hace girar una esfera de 3 kg en un plano vertical unida a una cuerda de largo R igual a 2,0 metros, la cual se rompe en la posición que se muestra, cuando la cuerda forma un ángulo θ de 53° con la vertical. Si luego la esfera describe una trayectoria parabólica obteniendo un alcance horizontal de 24 m, determine la tensión en la cuerda en el instante que se rompe.



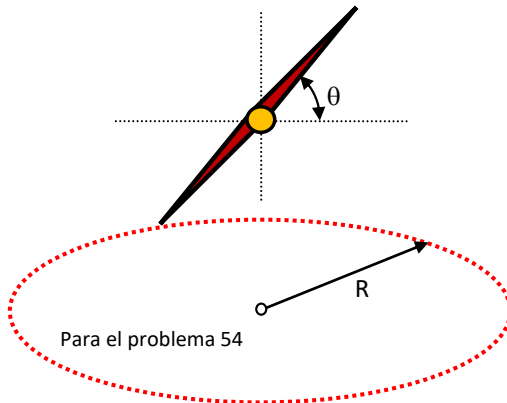
50. Una barra uniforme y homogénea de longitud " L " y masa " M ", gira alrededor de un eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $\vec{\omega}$. ¿Qué tensión horizontal experimenta la barra a una distancia " d " del eje de giro?

51. Un bloque de masa " M " descansa sobre una preforma horizontal. Una cuerda une a este bloque con otro de masa " m " que se encuentra en el eje de rotación. Cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $\vec{\omega}$ de módulo $\pi/3$ (rad/s) se encuentra en la posición mostrada. Si $M = 2m$ y el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque M y el plano

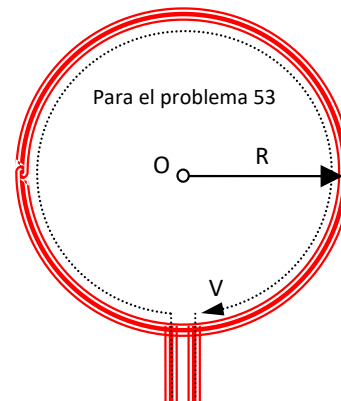
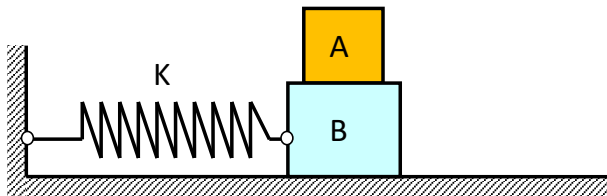


es $\mu = 3^{-1}$, determine los valores máximo y mínimo del radio R para que el bloque de masa M permanezca en reposo respecto de la plataforma.

52. Un bloque de masa M se encuentra sobre una superficie horizontal, donde puede moverse radialmente libre de rozamiento. Cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $[2\bar{\omega}]$ el radio de la circunferencia es $[R = 3L]$. Se repite el experimento, pero con velocidad angular $[\bar{\omega}]$ tal que el radio de curvatura es $[R = 2L]$. ¿Cuál es la longitud natural del resorte de constante elástica “ K ”?



53. Se muestra una manguera de goma, doblado en forma de un tubo circunferencial, circula el agua con velocidad de módulo “ V ”. Si el diámetro “ d ” se tubo es menor, mucho menor que “ R ”,



¿Cuál es el valor de la tensión en el tubo de goma? Considere “ R ” como el radio interior del anillo de goma y $[\delta]$ la densidad del agua.

54. Un avión describe una circunferencia en un plano horizontal durante el vuelo. Si demora un intervalo de tiempo “ T ” en cada vuelta, determinar el ángulo de inclinación, si este se desplaza con velocidad tangencial de módulo “ V ”.

BIBLIOGRAFÍA**TEXTOS DE TEORÍA**

1. Título: Introducción a la Física; Autores: Marcelo Alonso y Virgilio Acosta; Editorial: Edición Cultural, Bogota – Colombia. Volúmenes: I y II.
2. Título: Física Universitaria; Autores: Sears / Zemansky / Young; Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 2003.
3. Título: Física preuniversitaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos colección “UNICIENCIA”, Lima Perú, Tercera edición 2005.
4. Título: Física para estudiantes de educación secundaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: Escuela Nueva, Lima Perú, 2005.
5. Título: Física y química, preuniversitaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: Universidad Ricardo Palma, CEPURP, tercera edición 2005.
6. Título: Física conceptual Autor: Paul G. Hewitt Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana.
7. Título: Unidades de las magnitudes físicas y sus dimensiones; Autor: Lev A. Sena; Editorial: Mir Moscú.
8. Título: Física Moderna; Autor: Carlos De la Cruz González; Editorial: Cuzcano, Lima Perú 2004.
9. Título: Electricidad y magnetismo; Autor: A. N. Matveev Editorial: Mir Moscú.
10. Título: Física I, II, III y IV. Autores: Piórishkin y Ródina Editorial: Mir Moscú, 1982
11. Título: Física Básica, Volumen II Autor: Jaime I. Aguirre; Editorial: San Marcos, 1989.
12. Título: Curso breve de Mecánica Teórica; Autor: Simeón Targ; Editorial: Mir Moscú, cuarta edición 1981.
13. Título: Física general, con experimentos sencillos; Autores: Beatriz Alvarenga y Antonio Máximo; Editorial: BRAZIL, 2000.
14. Título: Física, volúmenes I, II y III; Autor: Marcelo Alonso y Edgard J. Finn Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 1975.
15. Título: FÍSICA, volúmenes I y II; Autor: R. A. Serway; Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 2004.

TEXTOS DE PROBLEMAS

16. Título: Libro de Problemas; Autores: Profesores de la academia preuniversitaria “Cesar Vallejo”; Editorial: Lumbreras, primera edición 1984.
17. Título: Problemas de Física; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos, Lima Perú. Primera edición 1991.
18. Título: Física Elemental; Autor: Andrés Custodio García; Editorial: Colecciones IMPECUS
19. Título: Problemas seleccionados de la física elemental; Autores: Saráeva, Miákishev, Krívchenkov, Bújovtsev; Editorial: Mir Moscú.
20. Título: Problemas y experimentos recreativos de física; Autor: Ya. I. Perelmán; Editorial: Mir Moscú.
21. Título: Problemas y ejercicios de física; Autores: Gladkova, Dobronrávov; Editorial: Mir Moscú.

22. Título: Problemas de física general; Autores: I. E. Irodov; Editorial: Mir Moscú.
23. Título: Problemas de Física; Autores: O. Ya. Sávkchenko, Zubkov, Vorobiev; Jaritónov; Editorial: Mir Moscú.
24. Título: Física en ejemplos y problemas; Autores: Búticov, Bícov, Kondrátiev; Editorial: Mir Moscú.
25. Título: Problemas Especiales de Física; Autores: Orlando Ramírez Urbano y Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos, Lima Perú, 1990.
26. Título: Problemas y ejercicios prácticos de Astronomía; Autores: Vorontsov y Veliamínov; Editorial: Mir Moscú.
27. Título: Problemas de Física; Autor: S. Kósel; Editorial: Mir Moscú.
28. Título: Problemas de electromagnetismo; Autor: Miguel Furman; Editorial: Edición para estudiantes universitarios.
29. Título: Olimpiadas de Física de la Unión Soviética; Autores: Orlov y Slobodetski; Editorial: Mir Moscú, 1982.
30. Título: Problemas experimentales ingeniosos de Física; Autor: V. N. Langue; Editorial: Mir Moscú, 1979.
31. Título: FÍSICA⁺⁺; Autores: Régulo Sabrera Alvarado y Walter Pérez Terrel. Editorial: WH editores, 1996.

TEXTOS DE LECTURA

32. Título: Cuerpos físicos, Moléculas, Electrones, Fotones y Núcleos; Autores: Lev Davinovich Landau, A. I. Kitaigorodski Editorial: Mir Moscú.
33. Título: Preguntas y problemas de Física; Autor: L. Tarásov, A. Tarásova; Editorial: Mir Moscú
34. Título: Charlas sobre la refracción de la luz; Autor: L. Tarásov, A. Tarásova; Editorial: Mir Moscú
35. Título: El principito; Autor: Antoine de Saint-Exupéry; Editorial: Escuela Nueva SAC, Lima Perú.
36. Título: Historia de la física; Autor: James Jeans; Editorial: Fondo de Cultura Económica, México.
37. Título: Nicolás Copérnico; Autor: Angus Armitage; Editorial: Ediciones PEUSER Argentina – Buenos Aires.
38. Título: ¿Qué es la teoría de la relatividad? Autor: L. Landau, Y. Rumor; Editorial: Mir Moscú
39. Título: ¿Qué es la Mecánica Cuántica?; Autor: V. I. Rídnik; Editorial: Mir Moscú.
40. Título: ¡Conozcamos la Cinemática! Autor: G. Kopylov; Editorial: Mir Moscú.
41. Título: Física y geometría del desorden; Autor: A. Afros Editorial: Mir Moscú
42. Título: Albert Einstein, correspondencia con Michele Besso; Autor: Derechos reservados; Editorial: METATEMAS.
43. Título: Física del Plasma; Autores: V. Milántiev y S. Temko; Editorial: Mir Moscú.
44. Título: Rompecabezas y paradojas científicos; Autor: Christofher P. Jargocki Editorial: Biblioteca Científica Salvat.

45. Título: Termodinámica para muchos; Autores: Krichevski y Pretianov; Editorial: Mir Moscú, 1980
46. Título: Los secretos de los semiconductores; Autores: Borisov y Piatnova Editorial: Mir Moscú, 1975.
47. Título: El cristal vivo; Autor: Ya. E. Gueguzin; Editorial: Mir Moscú, 1981.
48. Título: La temperatura; Autor: Ya. Smorodinski; Editorial: Mir Moscú, 1981.
49. Título: Fundamentos de la filosofía marxista-leninista; Autor: Academia de Ciencias de la URSS; Editorial: Mir Moscú, 1975.
50. Título: De la Tierra a la Luna; Autor: Julio Verne; Editorial: Colección SAETA.
51. Título: Física Recreativa Volúmenes 1 y 2. Autor: Yakov Perelman; Editorial: Mir Moscú, 1975.
52. Título: Uno, dos, tres,..., infinito; Título: Una estrella llamada Sol; Autor: George Gamow; Editorial: Mir Moscú, 1980.
53. Título: Teoría Especial de la Relatividad; Autor: Albert Einstein Koch; Editorial: San Marcos, Lima Perú, 1995.
54. Título: HISTORIA DEL TEMPO: Del Bing Bang a los Agujeros Negros; Autor: Stephen W. Hawking; Editorial: Fondo Iberoamericano, 1990.

DICCIONARIOS, COMPENDIOS, GUÍAS Y OTROS

55. Título: Prontuario de Física; Autor: B. M. Yavorski y A. A. Detlaf; Editorial: Mir Moscú.
56. Título: Física experimental para todos; Autor: Alexander Efron; Editorial: Ramón Sopena. Barcelona- España.
57. Título: Sistema Internacional de Unidades de Medida; Autor: José Dajes Castro; Editorial: Fondo Editorial del Congreso del Perú.
58. Título: Diccionario de Matemática; Autor: Felipe Sebastiani Carranza; Editorial: Escuela Nueva SAC, Lima – Perú.
59. Título: Ciencia Recreativa; Autor: José Estalella; Editorial: Gustavo Pili, Barcelona España.
60. Título: Laboratorio de Física; Autores: Irwin Genzer y Philip Youngner; Editorial: Publicaciones CULTURAL, México 1976.
61. Título: Laboratorio de Física General; Autor: Oscar Monroy Cárdenas; Editorial: Facultad de Ciencias Físicas, UNMSM, 2003.

DIRECCIONES WEB

62. www.didactika.com. Portal educativo de Ciencias dirigido por Orlando Ramírez Urbano. Perú.
63. www.profisica.cl/experimentos.html. Portal educativo dirigido por Nelson Mayorga. Chile.
64. www.cienciafacil.com/fisica.html. Portal educativo. Colombia.
65. <http://grups.es/didactika/yahoo.com>. Grupo «Amigos de la Física» dirigido por Lic. Walter Perez Terrel, U.N.M.S.M., Perú.
66. http://grups.es/albert_einstein_koch/yahoo.com. Compendio de Física. Dirigido por Lic. Walter Perez Terrel, U.N.M.S.M., Perú.